|  |
| --- |
| **1．选题的目的和意义** |
| **选题目的：**  本选题建立一种基于瞬时互相关函数型Wigner分布（ICFWD）的线性调频雷达信号高效检测方法，并对线性正则域不确定性不等式下界估计进行统一表示，探索了含噪信号构建输出信噪比改善数学理论，突破线性正则域时空超分辨率估计领域中的关键核心技术，有力推动对非平稳信号检测精度与计算速度。  **选题意义：**  线性正则变换(LCT)被证明在光学和信号处理中发挥着重要作用，许多与傅里叶变换（FT）相关的概念已经被概括到LCT领域。例如，采样理论、特征函数、卷积定理、以及光谱分析的均匀与非均匀样本，在LCT领域被很好地研究。LCT的有效离散和数字计算算法在其不确定性不等式理论研究有力推动了光学传播模型分析、非平稳信号带宽估计、仿射调制系统谱分析等信息技术问题的解决。  由此引发的相关信息产业持续发展，对线性正则变换的不确定性不等式理论研究也不断提出愈加具有挑战性的基础性科学问题。 |
| **2．国内外研究现状** |
| 当前，这一理论研究主要围绕低维（一维）和高维（二维及以上）两类情形分别开展。低维线性正则变换的不确定性不等式研究取得了丰硕成果。相关研究最早可追溯到21世纪初Ozaktas等[1]的工作，给出了时域二阶矩与线性正则域二阶矩不确定性乘积的一类普适下界估计。根据线性正则域Parseval守恒关系，运用Cauchy-Schwartz不等式和经典的Heisenberg不确定性不等式，Sharma等[2]研究了两个线性正则域二阶矩不确定性乘积的估计问题，针对实函数建立了更灵敏的下界，提升了估计精度。随后，Zhao等[3]就推演中有关线性正则变换自由参数的限制条件进行了分析，证明了条件的非必要性，取得了更为一般性的结论。进而，Xu等[4]运用相位导数嵌入法成功将该结论推广至复函数的情形。同年，Zhao等[5]通过揭示时域、频域和线性正则域二阶矩之间的内在关联，独立完成了同一工作。在此基础上，Dang等[6]基于绝对协方差大于协方差绝对值这一客观规律[7]，进一步提升了复函数情形下两个线性正则域二阶矩不确定性乘积下界的估计精度。近年来，Zhang[8,9]通过巧妙构造二阶矩矩阵或绝对二阶矩矩阵，并运用建立在其正定性基础上的正交分解技术，获得了国内外迄今为止精度最高的下界估计。此外，Xu等[10,11]、Kou等[12]、Yang等[13]和Feng等[14]探究了除Heisenberg型以外其他形式的线性正则域不确定性不等式。  随着维度增加，线性正则域耦合项耦合程度不断加深，由此引发的本质困难致使高维线性正则变换的不确定性不等式研究进展缓慢。2013年，Ding等[15]探明了二维情形，针对实函数和复函数分别给出了时域二阶矩与二维线性正则域二阶矩不确定性乘积的下界估计。解耦合过程采用的技术适用于二维线性正则域二阶矩与二维Fourier域二阶矩等价的特定情形。此外，下界推演中涉及的核心公式——复数域平方和因式分解公式难以推广至三次及以上次方情形。次年，Li等[16]分析了N维一般情形，通过运用正定矩阵的正交分解技术解决N次方和因式分解问题，建立了N维线性正则域不确定性不等式。然而，因受解耦合技术适用范围的限制，该结果与经典的N维Heisenberg不确定性不等式并无本质差异，其下界估计精度仍有较大提升空间。近期，Zhang[17]通过巧妙构建N维线性正则域协方差与时域、频域及时频域协方差矩阵迹之间的等式关系，观察到实函数在不同域内的解耦合特性，进而运用半正定矩阵乘积迹不等式消除不同维度间的耦合项，最终提升了实函数情形下两个N维线性正则域二阶矩不确定性乘积下界的估计精度。但因复函数在不同域内不具有解耦合特性，结论难以直接推广至复函数的情形。当前，线性正则域高维信息表示理论研究的重难点为探明N维一般情形，发展新理论、新技术和新方法以消除复函数在不同域内的耦合项，从本质上提升复函数情形下两个N维线性正则域二阶矩不确定性乘积下界的估计精度，并最终形成线性正则域不确定性不等式下界估计理论方法体系。  综上，Ozaktas等、Sharma等、Zhao等、Xu等、Dang等、Ding等和Li等专家学者以及Zhang对线性正则变换的不确定性不等式下界估计理论研究方面做出了重大贡献，初步确立的线性正则域高维信息表示模型为本项目的构建提供了数学理论支撑。 |
| **3．研究内容** |
| 1. 建立线性正则域高维信息表示模型，对线性正则域不确定性进行下界估计；  2. 描述时频空分辨率不确定关系，建立输出信噪比不等式，计算出对空间分辨率估计精度提高的结果；  3. 利用含噪线性调频信号，进行模拟仿真分析，研究检测性能提升的内在机制。 |
| **4．实施方案、进度安排及预期效果** |
| **2022.11-2022.12：**  查阅大量文献，理解线性正则变换（LCT）与其他时间-频率信号处理工具的区别，做好论文准备阶段，并规划下一阶段的研究内容;  **2022.12-2023.01：**  阅读与含噪非平稳信号的分离和检测方法相关的文献，熟悉信号处理函数的构建。确定论文标题，在导师的指导下完成任务书和开题报告的撰写。  **2023.01-2023.03：**  确定论文写作大纲，并开始写作；建立ICFWD与Wigner分布的输出信噪比期望不等式模型，推导出理论结果，并通过仿真模拟验证。力求在三月底基本完成初稿内容，向老师提交初稿并根据意见修改论文写作。  **2023.03-2023.04：**  在导师的指导下，检查论文结果是否严谨，数据是否有误，并多次对初稿做进一步的检查、修改，并最终完善定稿。  **2023.04-2023.05：**  在确定无误后，准备幻灯片进行毕业论文答辩。 |
| **5、已查阅参考文献：** |
| [1] Ozaktas H M, Zalevsky Z, Kutay M A. The Fractional Fourier Transform with Applications in Optics and Signal Processing[M]. New York: Wiley, 2001.  [2] Sharma K K, Joshi S D. Uncertainty principle for real signals in the linear canonical transform domains[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(7): 2677–2683.  [3] Zhao J, Tao R, Li Y, Wang Y. Uncertainty principles for linear canonical transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(7): 2856–2858.  [4] Xu G, Wang X, Xu X. On uncertainty principle for the linear canonical transform of complex signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(9): 4916–4918.  [5] Zhao J, Tao R, Wang Y. On signal moments and uncertainty relations associated with linear canonical transform[J]. Signal Processing, 2010, 90(9): 2686–2689.  [6] Dang P, Deng G, Qian T. A tighter uncertainty principle for linear canonical transform in terms of phase derivative[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(21): 5153–5164.  [7] Dang P, Deng G, Qian T. A sharper uncertainty principle[J]. Journal of Functional Analysis, 2013, 265(10): 2239–2266.  [8] Zhang Z. Tighter uncertainty principles for linear canonical transform in terms of matrix decomposition[J]. Digital Signal Processing, 2017, 69(10): 70–85.  [9] Zhang Z. Uncertainty principle for linear canonical transform using matrix decomposition of absolute spread matrix[J]. Digital Signal Processing, 2019, 89(6): 145–154.  [10] Xu G, Wang X, Xu X. Three uncertainty relations for real signals associated with linear canonical transform[J]. IET Signal Processing, 2009, 3(1): 85–92.  [11] Xu G, Wang X, Xu X. Uncertainty inequalities for linear canonical transform[J]. IET Signal Processing, 2009, 3(5): 392–402.  [12] Kou K, Xu R, Zhang Y. Paley-Wiener theorems and uncertainty principles for the windowed linear canonical transform[J]. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2012, 35(17): 2122–2132.  [13] Yang Y, Kou K. Uncertainty principles for hyper complex signals in the linear canonical transform domains[J]. Signal Processing, 2014, 95(2): 67–75.  [14] Feng Q, Li B, Rassias J M. Weighted Heisenberg-Pauli-Weyl uncertainty principles for the linear canonical transform[J]. Signal Processing, 2019, 165(12): 209–221.  [15] Ding J, Pei S. Heisenberg’s uncertainty principles for the 2-D nonseparable linear canonical transforms[J]. Signal Processing, 2013, 93(5): 1027–1043.  [16] Li Y, Li B, Sun H. Uncertainty principles for Wigner-Ville distribution associated with the linear canonical transforms[J]. Abstract and Applied Analysis, 2014, 2014(7): 470459.  [17] Zhang Z. Uncertainty principle for real functions in free metaplectic transformation domains[J]. Journal of Fourier Analysis and Applications, 2019, 25(6): 2899–2922. |