

Міністерство освіти і науки України
Національний університет "Львівська політехніка"
Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій
Кафедра програмного забезпечення



Звіт

Про виконання лабораторної роботи №4

На тему:

«Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гауса та методом LU-розкладу»
з дисципліни «Чисельні методи»

Лектор:

доцент каф. ПЗ
Мельник Н. Б.

Виконав:

ст. гр. ПЗ-11
Морозов О. Р.

Прийняла:

доцент каф. ПЗ
Мельник Н. Б.

« __ » _____ 2022 р.

Σ = _____ .

Львів – 2022

Тема: розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гауса та методом LU-розкладу

Мета: ознайомлення на практиці з методом Гауса та методом LU-розкладу розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Теоретичні відомості

Метод Гауса - суть якого полягає в тому, що систему рівнянь, яку необхідно розв'язати, зводять до еквівалентної системи з верхньою (або нижньою) трикутною матрицею. Невідомі знаходять послідовними підстановками, починаючи з останнього рівняння перетвореної системи. Точність результату та витрачений на його отримання час у більшості випадків залежить від алгоритму формування трикутної матриці системи. У загальному випадку алгоритм методу Гауса складається з двох етапів – прямого та зворотного ходу. Під час прямого ходу СЛАР перетворюють до еквівалентної системи з верхньою трикутною матрицею. Зворотній хід дає змогу визначити елементи вектора невідомих, починаючи з останнього рівняння системи, підставляючи послідовно відповідні елементи цього вектора, отримані на попередньому кроці.

Метод LU розкладу - розв'язуючи систему лінійних алгебраїчних рівнянь даним методом, матрицю A коефіцієнтів системи розкладають на добуток двох матриць – нижньої трикутної матриці L , елементи головної діагоналі якої не дорівнюють нулеві та верхньої трикутної U , на головній діагоналі якої містяться одиниці. Розв'язування матричного рівняння виконуємо за два етапи: спочатку розв'язуємо матричне рівняння, а потім. Такий підхід суттєво спрощує отримання розв'язку порівняно з методом Гауса для випадку, коли маємо кілька систем рівнянь з однаковою матрицею коефіцієнтів A , оскільки матриці L та U визначають один раз. Розв'язування систем $LY = B$ та $UX = Y$ називають прямим та оберненим ходом відповідно. Спочатку розглянемо прямий хід методу. Завдяки трикутній формі матриці L вектор Y легко визначають. Для цього матричне рівняння перепишемо у розгорнутому вигляді. При виконанні оберненого ходу компоненти вектора X визначають зі системи рівнянь.

Індивідуальне завдання

Варіант 2

Написати програму розв'язку матриці

$$0.62*a + 0.56*b - 0.43*c = 1.16$$

$$1.32*a - 0.88*b + 1.76*c = 2.07$$

$$0.73*a + 1.42*b - 0.34*c = 2.18$$

Хід роботи

Код програми

```
#define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS
#include <iostream>
#include <math.h>

double f(double x);
double fp(double x);
double fpp(double x);
double fi(double x, double a, double b);

void retryInput();

void NewtonMethod(double n, double m, double eps);
void IterationMethod(double a, double b, double eps);

int main() {

    std::cout << "Here we have an Expression: x^3 - 6x - 8 = 0\n" <<
    "Now you have to enter a limits and eps\n" << "Expression has 1 root
    between (2,5; 3)\n";

    double a = 0, b = 0, eps = 0;
    while (1){
        printf("Enter Eps:");
        while (scanf("%lf", &eps) != 1 && eps <= 0){
            retryInput();
            printf("Wrong input\ntry again:");
        }
        printf("Enter A:");
        while (scanf("%lf", &a) != 1){
            retryInput();
            printf("Wrong input\nTry again:");
        }
        printf("Enter B:");
```

```

        while (scanf("%lf", &b) != 1){
            retryInput();
            printf("Wrong input\nTry again:");
        }
        if ((f(a) * f(b)) >= 0 || fabs(a - b) < eps){
            printf("Limits not correct\nTry again\n");
        }
        else{
            break;
        }
    }
    if (f(a) * fpp(a) > 0) {
        NewtonMethod(a, b, eps);
    }
    else if(f(b) * fpp(b) > 0) {
        NewtonMethod(b, a, eps);
    }
    IterationMethod(a, b, eps);
    return 0;
}

double f(double x) {
    return ((x * x * x) - (6 * x) - 8);
}

double fp(double x) {
    return ((3 * x * x) - 6);
}

double fpp(double x) {
    return 6 * x;
}

void retryInput(){
    while (getchar() != '\n');
}

void NewtonMethod(double n, double m, double eps) {
    double x = n;
    double xi = x;
    x = xi - (f(xi)) / (fp(xi));
    int i = 1;
    while (fabs(xi - x) > eps) {
        xi = x;
        x = xi - (f(xi)) / (fp(xi));
        i++;
    }
}

```

```

        printf("\tNewton Method\n\tSolution\n\n X = \t%.10lf\nf(x)
=\t%.10lf \nIteration = %d\n", x, f(x), i);
    }

void IterationMethod(double a, double b, double eps) {
    double x = b, xi = fi(x, a, b);
    int i = 1;
    while (fabs(xi - x) >= eps) {
        x = xi;
        xi = fi(x, a, b);
        i++;
    }
    printf("\tNewton Method\n\tSolution\n\n X = \t%.10lf\nf(x)
=\t%.10lf \nIteration = %d\n", x, f(x), i);
}

double fi(double x, double a, double b) {

    double k;
    if ( a >= 0 && b >= 0) {
        k = fp(b) / (4./3);
    }
    else if(a <= 0 && b <= 0) {
        k = -1 * fp(b) / (4./3);
    }
    else {
        if (a <= 0) {
            a = 0;
        }
        else {
            b = 0;
        }
        k = fp(b) / 6;
    }
    return (x - (f(x) / k));
}

```

Результат роботи

```
Консоль отладки Microsoft Visual Studio
Custom matrix - U
Standard 3x3 matrix - S
Close - E
S
Standart Matrix
-----
0.62 + 0.56 -0.43 = 1.16
1.32 -0.88 + 1.76 = 2.07
0.73 + 1.42 -0.34 = 2.18
-----

Gauss method

The 1th row
-----
0.62 + 0.56 -0.43 = 1.16
0 -2.072 + 2.675 = -0.3997
0 + 0.7606 + 0.1663 = 0.8142
-----

The 2th row
-----
0.62 + 0.56 -0.43 = 1.16
0 -2.072 + 2.675 = -0.3997
0 + 0 + 1.148 = 0.6675
-----

The solution is:
x[ 1] = 1.422
x[ 2] = 0.9433
x[ 3] = 0.5813

LU method

A
-----
0.62 + 0.56 -0.43
1.32 -0.88 + 1.76
0.73 + 1.42 -0.34
-----

L
-----
0.62 + 0 + 0
1.32 -2.072 + 0
0.73 + 0.7606 + 1.148
-----

U
-----
1 + 0.9032 -0.6935
0 + 1 -1.291
0 + 0 + 1
-----

Y-matrix
Y[ 1] = 1.871
Y[ 2] = 0.1929
Y[ 3] = 0.5813
0.5813 - 0.1929 - -0.75051.871 - 0.4489
The solution is:
X[ 1] = 1.422
X[ 2] = 0.9433
X[ 3] = 0.5813
E
```

```
Консоль отладки Microsoft Visual Studio
0 + 0 + 1.148 = 0.6675
-----
The solution is:
x[ 1] = 1.422
x[ 2] = 0.9433
x[ 3] = 0.5813

LU method

A
-----
0.62 + 0.56 -0.43
1.32 -0.88 + 1.76
0.73 + 1.42 -0.34
-----

L
-----
0.62 + 0 + 0
1.32 -2.072 + 0
0.73 + 0.7606 + 1.148
-----

U
-----
1 + 0.9032 -0.6935
0 + 1 -1.291
0 + 0 + 1
-----

Y-matrix
Y[ 1] = 1.871
Y[ 2] = 0.1929
Y[ 3] = 0.5813
0.5813 - 0.1929 - -0.75051.871 - 0.4489
The solution is:
X[ 1] = 1.422
X[ 2] = 0.9433
X[ 3] = 0.5813
E
```

Висновок

Виконуючи лабораторну роботу №4, я навчився програмувати розв'язок матриці методом Гаусса та методом LU - розкладу.