

Міністерство освіти і науки України  
Національний університет "Львівська політехніка"  
Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій  
Кафедра програмного забезпечення



### **Звіт**

Про виконання лабораторної роботи №3

### **На тему:**

«Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом  
Крамера та методом оберненої матриці»  
з дисципліни «Чисельні методи»

### **Лектор:**

доцент каф. ПЗ  
Мельник Н. Б.

### **Виконав:**

ст. гр. ПЗ-11  
Морозов О. Р.

### **Прийняла:**

доцент каф. ПЗ  
Мельник Н. Б.

« \_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 р.

$\Sigma$  = \_\_\_\_\_ .

Львів – 2022

**Тема:** Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Крамера та методом оберненої матриці

**Мета:** ознайомлення на практиці з методом Крамера та методом оберненої матриці розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

## Теоретичні відомості

**Метод Крамера** - розглянемо СЛАР, яка містить  $n$  рівнянь та  $n$  невідомих, причому визначник її не дорівнює нулеві. Для знаходження невідомих  $x_i$  застосовують формули Крамера:  $x_i = \frac{\det A_i}{\det A}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , де  $\det A$  - визначник матриці  $A$ ,  $\det A_i$  - визначник матриці  $A_i$ , яку отримують з матриці  $A$  шляхом заміни її  $i$ -го стовпця стовпцем вільних членів. Щоб розв'язати СЛАР з  $n$  невідомими потрібно обчислити  $(n+1)$  визначників  $n$ -го порядку, що призводить до виконання  $n \cdot n!$  операцій. Через громіздкість обчислень визначників метод Крамера не застосовують на практиці для великої розмірності матриці коефіцієнтів СЛАР.

**Метод оберненої матриці(матричний метод)** - у лінійній алгебрі часто використовують матричний метод розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Цей метод ґрунтується на обчисленні оберненої матриці  $A^{-1}$ , яка існує лише при умові, коли визначник матриці  $A$  відмінний від нуля  $\det A \neq 0$ . Якщо обидві частини матричного рівняння зліва помножити на матрицю  $A^{-1}$ , то отримаємо співвідношення  $A^{-1}AX = A^{-1}B$ . Враховуючи, що добуток оберненої матриці на саму матрицю дає одиничну матрицю, а результатом добутку одиничної матриці  $E$  на матрицю-стовпець  $X$  є матриця-стовпець  $X$ , тобто  $EX = X$ , одержимо матричний розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь у вигляді  $x = A^{-1}B$

## Індивідуальне завдання

### Варіант 2

Написати програму розв'язку матриці

$$0.62*a + 0.56*b - 0.43*c = 1.16$$

$$1.32*a - 0.88*b + 1.76*c = 2.07$$

$$0.73*a + 1.42*b - 0.34*c = 2.18$$

### Хід роботи

### Код програми

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#define size 3

char checkTask(char choise);

void printResult(double matrix[size][size], double solveMatrix[size],
double X[size]);

double determinant(double matrix[size][size]);
double det(double minorMatrix[size-1][size-1]);
double minor(double matrix[size][size], int row, int column);

void matrixMethod(double matrix[size][size], double solveMatrix[size]);

void kramerMethod(double matrix[size][size], double solveMatrix[size]);

int main() {

    double solveMatrix[size] = {1.16, 2.07, 2.18}, matrix[size][size] =
{{0.62, 0.56, -0.43},{1.32, -0.88, 1.76},{0.73, 1.42, -0.34}}; //standart
matrix
    int sizeMatrix = size; //size of matrix

    char choise = ' ';

    std::cout << "Custom 3x3 matrix - U\nStandart 3x3 matrix - S\nClose
- E" << std::endl; //menu
```

```

while ((choise = checkTask(choise)) != 'E') {
    switch (choise) {
        case 'U':{ //custom matrix

            for (int i = 0; i < size; i++) {
                for (int j = 0; j <= size; j++) {
                    std::cout << "Enter " << i + 1 << " row " <<
j+1 << " column matrix element" << std::endl;
                    if (j != size) {
                        std::cin >> matrix[i][j];
                    }
                    else {
                        std::cin >> solveMatrix[i];
                    }
                }
            }

            std::cout << "Your Matrix\n" << matrix[0][0] << "x " <<
matrix[0][1] << "y " << matrix[0][2] << "z\t = " << solveMatrix[0] << "\n"
<< matrix[1][0] << "x " << matrix[1][1] << "y " <<
matrix[1][2] << "z\t = " << solveMatrix[1] << "\n"
<< matrix[2][0] << "x " << matrix[2][1] << "y " <<
matrix[2][2] << "z\t = " << solveMatrix[2] << std::endl;

            if (solveMatrix[0] == 0 && solveMatrix[1] == 0 &&
solveMatrix[2] == 0) {
                std::cout << "\nMatrix homogeneous" << std::endl;
                double x[size] = { 0, 0, 0 };
                printResult(matrix, solveMatrix, x);
                break;
            }
            else {
                matrixMethod(matrix, solveMatrix);
                kramerMethod(matrix, solveMatrix);
            }
            break;
        }
        case 'S': { //standart matrix
            std::cout << "Standart Matrix\n" << matrix[0][0] << "x +
" << matrix[0][1] << "y " << matrix[0][2] << "z\t" << solveMatrix[0] <<
"\n"
<< matrix[1][0] << "x " << matrix[1][1] << "y + "
<< matrix[1][2] << "z\t" << solveMatrix[1] << "\n"
<< matrix[2][0] << "x + " << matrix[2][1] << "y "
<< matrix[2][2] << "z\t" << solveMatrix[2] << std::endl;

            matrixMethod(matrix, solveMatrix);

```

```

        kramerMethod(matrix, solveMatrix);
        break;
    }
    default:{ //try again
        if (choise != '\n') {
            std::cout << "Not correct sumbol" << std::endl;
        }
        break;
    }
}

return 0;
}

char checkTask(char choise) {
    std::cin >> choise;
    return choise;
}

void printResult(double matrix[size][size], double solveMatrix[size],
double X[size]) {
    std::cout << "-----" <<
std::endl;
    std::cout << matrix[0][0] << "*" << X[0] << " " << matrix[0][1] <<
"*" << X[1] << " " << matrix[0][2] << "*" << X[2] << " " <<
solveMatrix[0] << "\n"
        << matrix[1][0] << "*" << X[0] << " " << matrix[1][1] << "*"
<< X[1] << " " << matrix[1][2] << "*" << X[2] << " = " << solveMatrix[1]
<< "\n"
        << matrix[2][0] << "*" << X[0] << " " << matrix[2][1] << "*"
<< X[1] << " " << matrix[2][2] << "*" << X[2] << " " << solveMatrix[2]
<< std::endl;
    std::cout << "-----" <<
std::endl;
    std::cout << "x = " << X[0] << "\ny = " << X[1] << "\nz = " << X[2]
<< std::endl;
}

double determinant(double matrix[size][size]) {
    return (matrix[0][0] * matrix[1][1] * matrix[2][2] + matrix[0][1] *
matrix[2][0] * matrix[1][2] + matrix[1][0] * matrix[2][1] * matrix[0][2] -
(matrix[0][2] * matrix[1][1] * matrix[2][0] + matrix[0][1] * matrix[1][0]
* matrix[2][2] + matrix[0][0] * matrix[1][2] * matrix[2][1]));
}

double det(double minorMatrix[size-1][size-1]) {

```

```

        return (minorMatrix[0][0] * minorMatrix[1][1] - minorMatrix[1][0] *
minorMatrix[0][1]);
    }

double minor(double matrix[size][size], int row, int column) {
    int subi = 0, subj = 0;
    double subMatrix[size-1][size-1];
    for (int i = 0; i < size; i++)
    {
        if (i != row)
        {
            for (int j = 0; j < size; j++)
            {
                if (j != column)
                {
                    subMatrix[subi][subj] = matrix[i][j];
                    subj++;
                }
            }
            subi++;
            subj = 0;
        }
    }
    return ((row + column) % 2 == 0) ? det(subMatrix) : -det(subMatrix);
}

void matrixMethod(double matrix[size][size], double solveMatrix[size]) {
    if (determinant(matrix) == 0) {
        std::cout << "Determinant = 0\nMatrix was singular" <<
std::endl;
        return;
    }
    double a[size][size], aTemp[size][size], x[size];

    for (int i = 0; i < size; i++) {
        for (int j = 0; j < size; j++) {
            a[i][j] = minor(matrix, i, j);
        }
    }

    for (int i = 0; i < size; i++) {
        for (int j = 0; j < size; j++) {
            aTemp[i][j] = a[j][i];
        }
    }

    double detA = determinant(matrix);

```

```

        for (int i = 0; i < size; i++) {
            for (int j = 0; j < size; j++) {
                a[i][j] = (aTemp[i][j]/detA);
            }
        }

        std::cout << "\nInverse matrix\n" << a[0][0] << " " << a[0][1] << "
" << a[0][2] << "\n"
            << a[1][0] << " " << a[1][1] << " " << a[1][2] << "\n"
            << a[2][0] << " " << a[2][1] << " " << a[2][2] << std::endl;

        for (int i = 0; i < size; i++) {
            x[i] = a[i][0] * solveMatrix[0] + a[i][1] * solveMatrix[1] +
a[i][2] * solveMatrix[2];
        }
        std::cout << "\nMatrix method result" << std::endl;
        printResult(matrix, solveMatrix, x);
    }

void kramerMethod(double matrix[size][size], double solveMatrix[size]) {
    if (determinant(matrix) == 0) {
        std::cout << "Determinant = 0\nMatrix was singular" <<
std::endl;
        return;
    }

    double a[size][size], x[size];
    double detA = determinant(matrix);

    for (int i = 0; i < size; i++) {
        for (int j = 0; j < size; j++) {
            for (int k = 0; k < size; k++) {
                if (k == i) {
                    a[j][k] = solveMatrix[j];
                }
                else {
                    a[j][k] = matrix[j][k];
                }
            }
        }
        x[i] = determinant(a) / detA;
    }

    std::cout << "\nMethod Kramera result" << std::endl;
    printResult(matrix, solveMatrix, x);
}

```

## Результат роботи

```
Консоль отладки Microsoft Visual St...
Custom 3x3 matrix - U
Standart 3x3 matrix - S
Close - E
S
Standart Matrix
0.62x + 0.56y -0.43z    1.16
1.32x -0.88y + 1.76z    2.07
0.73x + 1.42y -0.34z    2.18

Minor 1 row 1 column = -2.2
Minor 1 row 2 column = 1.7336
Minor 1 row 3 column = 2.5168
Minor 2 row 1 column = -0.4202
Minor 2 row 2 column = 0.1031
Minor 2 row 3 column = -0.4716
Minor 3 row 1 column = 0.6072
Minor 3 row 2 column = -1.6588
Minor 3 row 3 column = -1.2848

Inverse matrix
1.49111 0.284803 -0.411547
-1.175 -0.069879 1.1243
-1.70583 0.31964 0.87081

Matrix method result
-----
0.62*1.42206 0.56*0.943326 -0.43*0.581255    1.16
1.32*1.42206 -0.88*0.943326 1.76*0.581255 = 2.07
0.73*1.42206 1.42*0.943326 -0.34*0.581255    2.18
-----

x = 1.42206
y = 0.943326
z = 0.581255

Method Kramera result
-----
0.62*1.42206 0.56*0.943326 -0.43*0.581255    1.16
1.32*1.42206 -0.88*0.943326 1.76*0.581255 = 2.07
0.73*1.42206 1.42*0.943326 -0.34*0.581255    2.18
-----

x = 1.42206
y = 0.943326
z = 0.581255
E
```

## Висновок

Виконуючи лабораторну роботу №3, я навчився програмувати розв'язок матриці методом Крамера та методом оберненої матриці.