

1. Шпалоподбивочная машина выходит из строя в течение трех лет с вероятностью 0.01. Какова вероятность того, что в произведенной партии из 400 таких машин, хотя бы одна перестанет работать, не прослужив до конца этого срока?

Задача 1.

1) По схеме Бернулли:

$n = 400$

$p = 0.01$

$\text{ans} = 1 - \text{binocdf}(0, n, p)$

$\text{ans} = 0.9820$

```
octave:7> ans = 1 - binocdf(0,n,p)
```

```
ans = 0.9820
```

1) По теореме Пуассона:

$n = 400$

$p = 0.01$

$\text{ans} = 0.9817$

$\text{ans} = 0.9817$

```
octave:9> ans = 1 - poisscdf(0,n*p)
```

```
ans = 0.9817
```

3) По локальной теореме Муавра-Лапласа:

$\text{ans} = 0.9734$

```
octave:12> for i = 0 : 0
```

```
> > tmp += exp(-(i-n*p)^2/(2*n*p*(1-p)))/sqrt(2*pi*n*p*(1-p))
```

```
> > end
```

```
tmp = 0.026589
```

```
octave:13> 1-tmp
```

```
ans = 0.9734
```

Вероятность $p = 0.01$, что значительно меньше 0.5. Поэтому результат по теореме Муавра-Лапласа несколько отличается от значений, которые мы получили по схеме Бернулли и по теореме Пуассона. Заметим так же, что результаты в 1 и 2 способе совпадают с точностью до сотых, что неплохо для оценки вероятности.

2. Из всех вопросов, поступающих в юридическую контору, вопросы, касающиеся регистрации фирм, составляют в среднем 0.35. При каком общем количестве обращений наивероятнейшее число вопросов о регистрации будет равно 25?

Задача 2.

Запишем двойное неравенство для схемы Бернулли:

$$np - q \leq k \leq np + p, q = 1 - p$$

где k - наиболее вероятное число успешных регистраций, p - вероятность успеха, n - общее число обращений. Подставим данные из условия задачи и проанализируем систему. Учтем, что n – натуральное:

$$k = 35; p = 0.35; q = 0.65$$

$$n \cdot 0.35 - 0.65 \leq 25 \leq n \cdot 0.35 + 0.35$$

$$-0.65 - 25 \leq -0.35n \leq 0.35 - 25$$

$$25 - 0.35 \leq 0.35n \leq 25 + 0.65$$

$$70.43 \leq n \leq 73.29 \Rightarrow n \in \{ 71, 72, 73 \}$$

```
octave:12> binopdf(25,71,0.35)
ans = 0.098665
octave:13> binopdf(25,72,0.35)
ans = 0.098245
octave:14> binopdf(25,73,0.35)
ans = 0.097120
```

Ответ: достаточно 71, 72 или 73 обращения

3. Вероятность того, что пара колонок стереосистемы, взятая наудачу из изготовленной партии, окажется исправной, равна 0.9. Какова вероятность того, что среди 600 пар, поступивших на контроль, от 528 до 552 будут исправны?

Задача 3.

1) По схеме Бернулли:

$$p = 0.9$$

$$q = 0.1$$

$$n = 600$$

$$\text{ans} = \text{binocdf}(552, n, p) - \text{binocdf}(527, n, p)$$

$$\text{ans} = 0.9116$$

```
octave:6> binocdf(552,n,p) - binocdf(527,n,p)
```

$$\text{ans} = 0.9116$$

2) По интегральной теореме Муавра-Лапласа:

```
octave:10> a = (528-600*0.9)/sqrt(600*0.9*0.1)
```

$$a = -1.6330$$

```
octave:11> b = (552-600*0.9)/sqrt(600*0.9*0.1)
```

$$b = 1.6330$$

```
octave:12> normcdf(b) - normcdf(a)
```

$$\text{ans} = 0.8975$$

3) По интегральной теореме Муавра-Лапласа со сдвигом:

```
octave:16> a = (528-600*0.9-0.5)/sqrt(600*0.9*0.1)
```

$$a = -1.7010$$

```
octave:17> b = (552-600*0.9+0.5)/sqrt(600*0.9*0.1)
```

$$b = 1.7010$$

```
octave:18> normcdf(b) - normcdf(a)
```

$$\text{ans} = 0.9111$$

Видим, что в случаях (1) и (3) ответы совпадают до тысячных, что нельзя сказать о результате в (2).