

Academia Preuniversitaria "Bryce"... ¡Alto Nive!!

TEORÍA

## GEOMETRÍA

Bryce

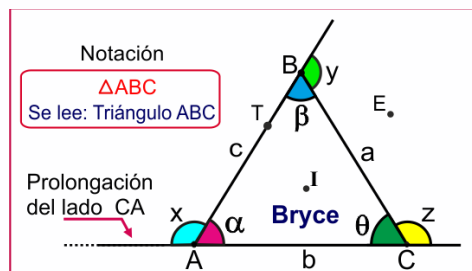
TEMA:  
TRIÁNGULOS I

SEMANA

1



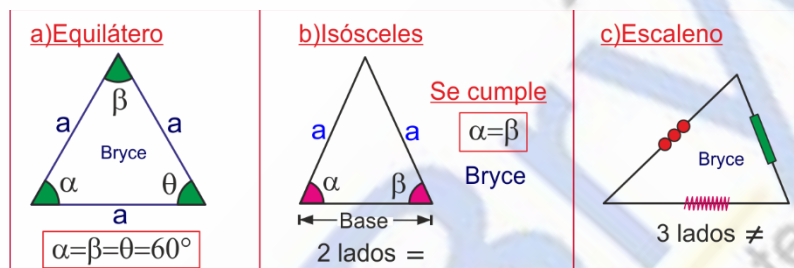
## 2.- ELEMENTOS:



- \* Vértices: A, B, C
- \* Lados:  $\overline{AB}$ ;  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$
- \* Longitud de los lados:  
 $\overline{AB} = c$ ;  $\overline{BC} = a$ ;  $\overline{AC} = b$
- \* Perímetro (2p):  $2p = a + b + c$
- \* Semiperímetro (p):  $p = \frac{a + b + c}{2}$
- \* Ángulos Interiores:  $\alpha$ ;  $\beta$  y  $\theta$
- \* Ángulos Exteriores: x, y, z

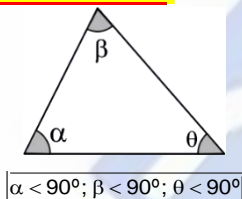
## 3.- CLASIFICACION DE TRIANGULOS

## A) Por la medida de sus lados:

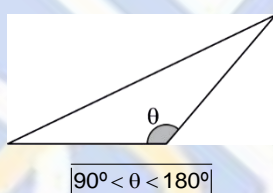


## B) Por la medida de sus ángulos:

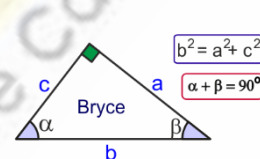
## a) ACUTANGULO:



## b) OBTUSANGULO:

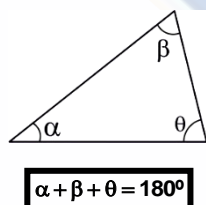


## c) RECTÁNGULO:

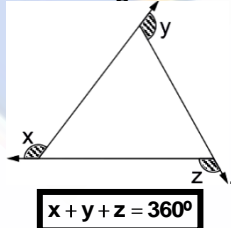


## 4.- PROPIEDADES

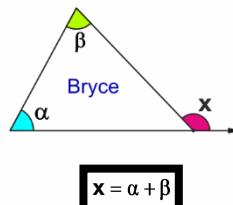
## 1. Suma de ángulos int.



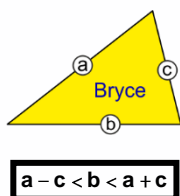
## 2. Suma de ángulos ext.



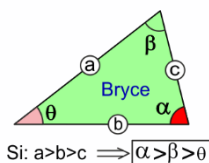
## 3. Teorema del ángulo ext.



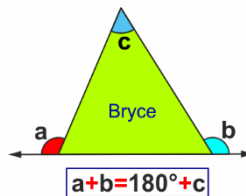
## 4. De Existencia de un...



## 5. De Correspondencia



## 6. Propiedad



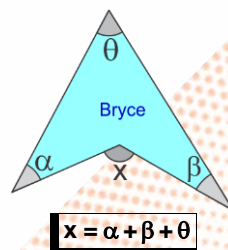
## Datos Extras

## 1.- TRIÁNGULO:

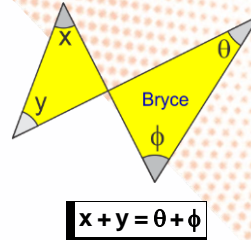
Es una figura geométrica formada por tres puntos, llamados vértices, unidos por tres lados. En la geometría plana Euclídea, los lados deben ser segmentos rectilíneos.

\* Más propiedades:

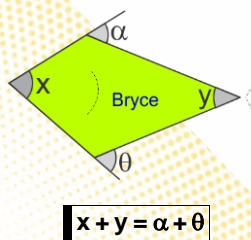
## 7. T. Cuadrilátero Concavo



## 8. Teorema de la ...



## 9. Teorema del ...



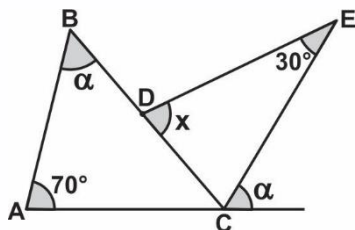
## PROBLEMAS PROPUESTOS

01. En un triángulo, los valores numéricos de las medidas angulares interiores son números consecutivos. Halle la medida angular intermedia.

A)  $49^\circ$   
 B)  $58^\circ$   
 C)  $59^\circ$   
 D)  $60^\circ$   
 E)  $61^\circ$

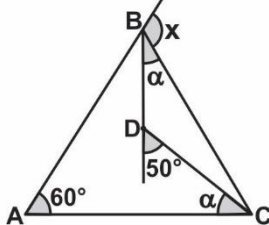
02. A partir del gráfico, calcule  $x$ .

A)  $70^\circ$   
 B)  $75^\circ$   
 C)  $80^\circ$   
 D)  $85^\circ$   
 E)  $90^\circ$



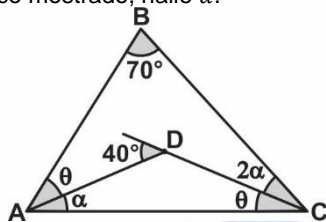
03. En el siguiente gráfico, halle  $x$ .

A)  $60^\circ$   
 B)  $70^\circ$   
 C)  $80^\circ$   
 D)  $100^\circ$   
 E)  $110^\circ$



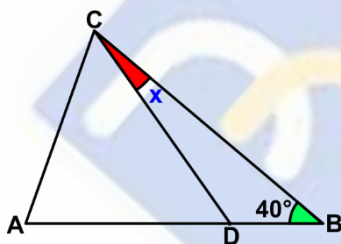
04. Del gráfico mostrado, halle  $\alpha$ .

A)  $10^\circ$   
 B)  $15^\circ$   
 C)  $20^\circ$   
 D)  $25^\circ$   
 E)  $30^\circ$



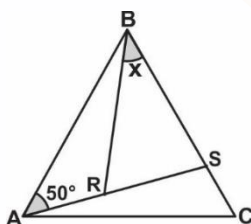
05. En el gráfico, los triángulos  $ABC$  y  $ADC$  son isósceles de bases  $AC$  y  $CD$ , respectivamente. Halle  $x$ .

A)  $10^\circ$   
 B)  $15^\circ$   
 C)  $20^\circ$   
 D)  $5^\circ$   
 E)  $25^\circ$



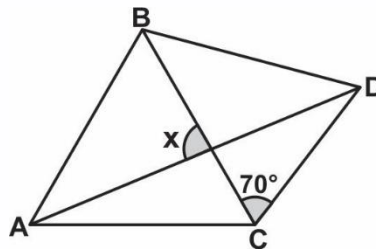
06. Si  $ABC$  es un triángulo equilátero, además,  $BR=BS$ , calcule  $x$ .

A)  $20^\circ$   
 B)  $30^\circ$   
 C)  $40^\circ$   
 D)  $45^\circ$   
 E)  $50^\circ$



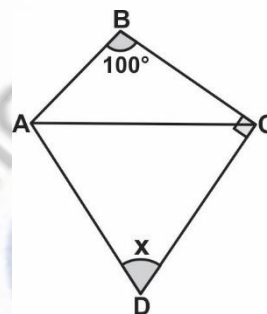
07. Si  $AB=BC=AC=BD$ , halle  $x$ .

A)  $65^\circ$   
 B)  $70^\circ$   
 C)  $80^\circ$   
 D)  $85^\circ$   
 E)  $90^\circ$



08. Si  $AB=BC$  y  $AC=CD$ , calcule  $x$ .

A)  $50^\circ$   
 B)  $55^\circ$   
 C)  $60^\circ$   
 D)  $65^\circ$   
 E)  $70^\circ$



09. En un triángulo isósceles  $ABC$  de base  $\overline{AC}$ , se ubica el punto  $D$  en la región relativa a  $\overline{BC}$ , tal que  $AB=BD$  y la  $m\angle ABC = 70^\circ$ . Calcule la  $m\angle ADC$ .

A)  $25^\circ$   
 B)  $40^\circ$   
 C)  $35^\circ$   
 D)  $30^\circ$   
 E)  $28^\circ$

10. En la región exterior del lado  $\overline{AC}$  de un triángulo isósceles  $ABC$  ( $AB=BC$ ), se ubica el punto  $D$ , tal que,  $AD=BC$  y  $m\angle BAD = 60^\circ$ . Halle  $m\angle BCD$ , si  $m\angle ABC = 100^\circ$ .

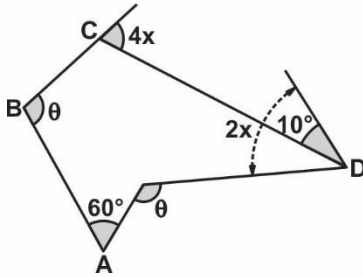
A)  $50^\circ$   
 B)  $55^\circ$   
 C)  $60^\circ$   
 D)  $65^\circ$   
 E)  $70^\circ$

11. En la región exterior relativa al lado  $\overline{BC}$  de un triángulo equilátero  $ABC$ , se ubica  $D$ , tal que  $\overline{AD} \cap \overline{BC} = \{E\}$  y  $BE=DE$ . Halle  $m\angle CAE$ , si  $AC=BD$ .

A)  $10^\circ$   
 B)  $15^\circ$   
 C)  $20^\circ$   
 D)  $30^\circ$   
 E)  $40^\circ$

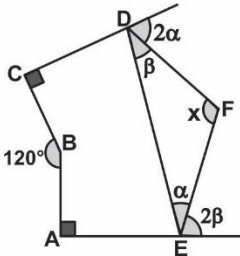
12. En el gráfico, calcule  $x$ .

- A)  $10^\circ$   
B)  $20^\circ$   
C)  $25^\circ$   
D)  $30^\circ$   
E)  $15^\circ$



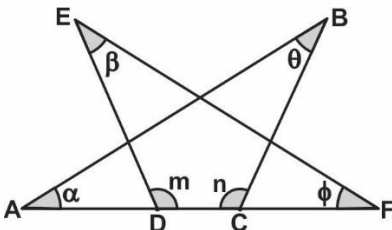
13. Según el gráfico, calcule  $x$ .

- A)  $150^\circ$   
B)  $140^\circ$   
C)  $130^\circ$   
D)  $120^\circ$   
E)  $100^\circ$



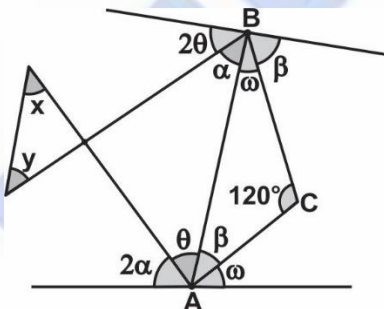
14. En el gráfico,  $\alpha + \beta + \theta + \phi = 140^\circ$ . Calcule  $m+n$ .

- A)  $200^\circ$   
B)  $220^\circ$   
C)  $240^\circ$   
D)  $280^\circ$   
E)  $110^\circ$



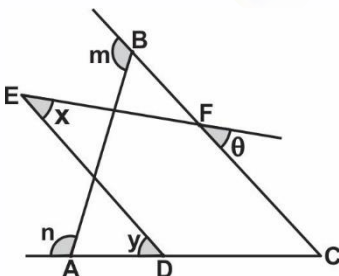
15. Según el gráfico, calcule  $x+y$ .

- A)  $80^\circ$   
B)  $85^\circ$   
C)  $90^\circ$   
D)  $70^\circ$   
E)  $75^\circ$



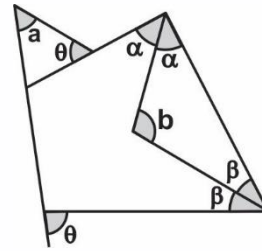
16. Según el gráfico,  $m + n = 180^\circ + \frac{\theta}{2}$ .  
Calcule  $x - y$ .

- A) 20  
B)  $\frac{30}{2}$   
C)  $\frac{\theta}{2}$   
D)  $\frac{50}{2}$   
E) 30



17. Del gráfico mostrado, si  $a + b = 150^\circ$ , calcule  $a$ .

- A)  $20^\circ$   
B)  $30^\circ$   
C)  $40^\circ$   
D)  $50^\circ$   
E)  $60^\circ$



18. Dos lados de un triángulo miden 7 y 9 respectivamente, hallar la suma de los valores enteros pares que puede tomar el tercer lado.

- A) 56  
B) 55  
C) 54  
D) 53  
E) 52

19. Los lados de un triángulo miden 10;  $x-5$  y  $2x-3$ .  
Calcular el valor entero de " $x$ ".

- A) 5  
B) 6  
C) 7  
D) 8  
E) 9

20. Dos lados de un triángulo escaleno miden 8 y 10 cm respectivamente. Calcule la suma de los valores enteros pares que puede tomar el tercer lado.

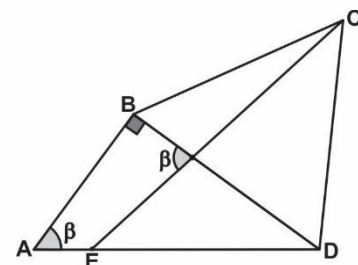
- A) 52 cm  
B) 70 cm  
C) 22 cm  
D) 40 cm  
E) 24 cm

21. En un triángulo ABC,  $AB=5$ ,  $BC=6$  y  $m\angle ABC > m\angle BAC$ .  
Halle la diferencia entre el mayor y menor valor entero de AC.

- A) 1  
B) 2  
C) 3  
D) 4  
E) 5

22. En el gráfico, el triángulo BCD es equilátero y  $CD = DE$ .  
Calcule " $\beta$ ".

- A)  $70^\circ$   
B)  $54^\circ$   
C)  $84^\circ$   
D)  $60^\circ$   
E)  $42^\circ$





SEMANA

2

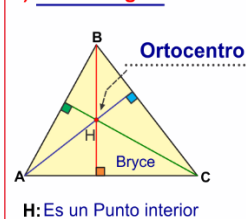


TEMA:

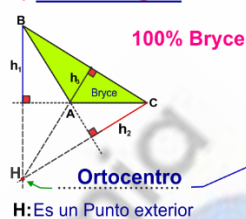
# LINEAS Y PUNTOS NOTABLES DE UN TRIANGULO

1. **ALTURA:** Es un segmento de recta que parte desde un vértice y cae en forma perpendicular sobre el lado opuesto o la prolongación de este.

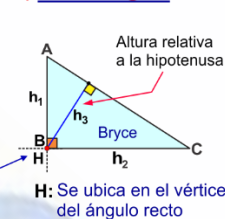
a) T. Acutángulo



b) T. Obtusángulo



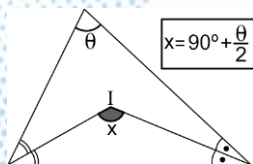
c) T. Rectángulo



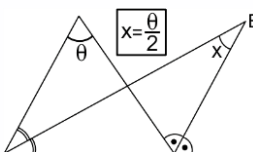
## Datos Extras

Ángulos formados por Líneas Notables

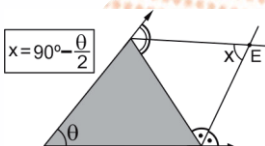
1)



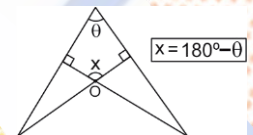
2)



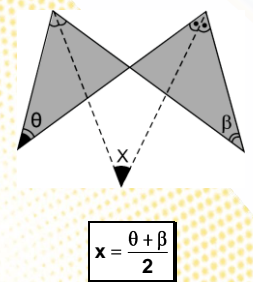
3)



4)



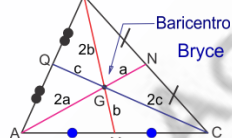
5)



**NOTA:** Al punto de intersección de dos alturas se le llama **Ortcentro** "H".

2. **MEDIANA:** Es un segmento de recta que une un vértice con el punto medio del lado opuesto.

**NOTA:** Al punto de intersección de dos medianas se le llama **Baricentro** y este divide a la mediana en la relación de 2 a 1 (G).

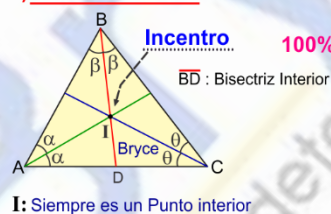


$\overline{BM}$  → Mediana relativa al lado AC.

**G** → Siempre es un Punto Interior

3. **BISECTRIZ:** Es un segmento de recta que biseca a un ángulo interior o exterior respectivamente.

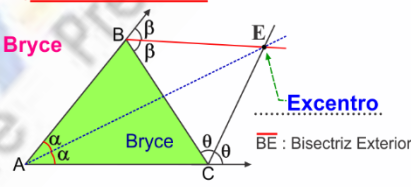
a) Biseatriz Interior



**I:** Siempre es un Punto interior

Nota: Al punto de intersección (I) de dos biseatrices interiores se llama INCENTRO

b) Biseatriz Exterior

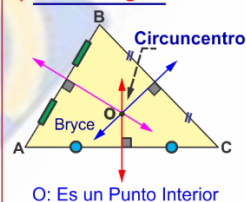


**E:** Siempre es un Punto exterior

Nota: Al punto de intersección (E) de una biseatriz interior y una exterior o de dos exteriores se le conoce como EXCENTRO

4. **MEDIATRIZ:** Es una recta perpendicular que se traza en el punto medio del lado de un triángulo.

a) T. Acutángulo



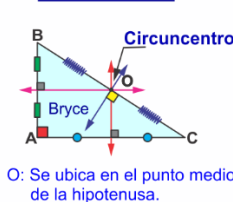
**O:** Es un Punto Interior

b) T. Obtusángulo



**O:** Es un Punto Exterior

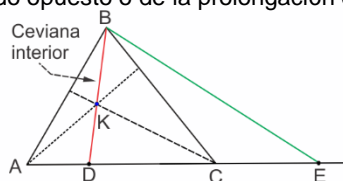
c) T. Rectángulo



**O:** Se ubica en el punto medio de la hipotenusa.

**NOTA:** Al punto de intersección de dos mediatrices se le llama **Circuncentro**. "O"

5. **CEVIANA:** Es aquel segmento que une un vértice con un punto cualquiera del lado opuesto o de la prolongación de este.



**NOTA:** Al punto de intersección de dos cevianas se le llama **cevacentro** (K)

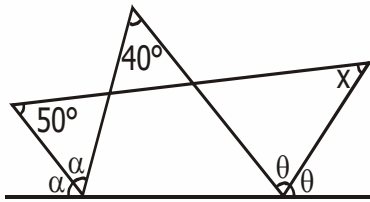
$\overline{BD}$  → Ceviana interior.

$\overline{BE}$  → Ceviana exterior

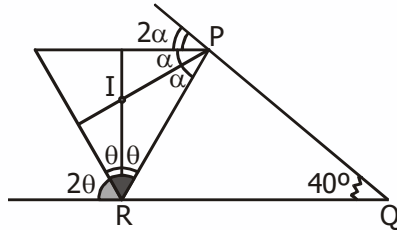
## PROBLEMA PROPUESTOS TRIÁNGULOS II

01. Hallar "x".

- a)  $50^\circ$
- b)  $60^\circ$
- c)  $40^\circ$
- d)  $45^\circ$
- e)  $70^\circ$

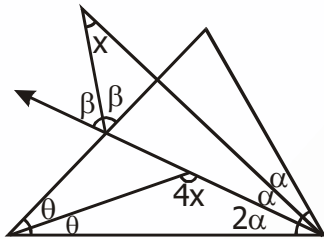
02. En la figura, calcular:  $m\angle PIR$ 

- a)  $80^\circ$
- b)  $100^\circ$
- c)  $110^\circ$
- d)  $120^\circ$
- e)  $125^\circ$



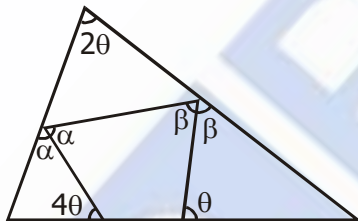
03. Hallar "x".

- a)  $10^\circ$
- b)  $15^\circ$
- c)  $20^\circ$
- d)  $25^\circ$
- e)  $30^\circ$



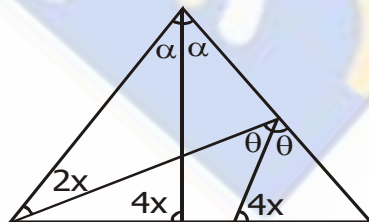
04. Calcular "theta".

- a)  $15^\circ$
- b)  $18^\circ$
- c)  $22^\circ 30'$
- d)  $30^\circ$
- e)  $45^\circ$



05. Hallar "x".

- a)  $10^\circ$
- b)  $15^\circ$
- c)  $18^\circ$
- d)  $20^\circ$
- e)  $25^\circ$



06. En un triángulo ABC la medida del ángulo formado por la bisectriz interior del ángulo "A" y la bisectriz exterior del ángulo "C" es siete veces la medida del ángulo "B". Hallar la medida del ángulo "B".

- a)  $12^\circ$
- b)  $15^\circ$
- c)  $24^\circ$
- d)  $30^\circ$
- e)  $36^\circ$

07. En un triángulo rectángulo ABC se traza la altura  $\overline{BH}$  y luego la bisectriz  $\overline{BQ}$  del ángulo HBC. Si:  $AB = 10$  y  $QC = 13$ , calcular "AC".

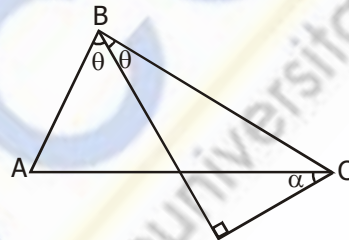
- a) 20
- b) 22
- c) 26
- d) 21
- e) 23

08. Calcular el máximo y mínimo valor entero de la mediana de BM de un triángulo ABC donde:  $AB=4,6$ ;  $BC=10,4$ .

- a) 7 y 4
- b) 8 y 3
- c) 9 y 4
- d) 7 y 3
- e) 9 y 5

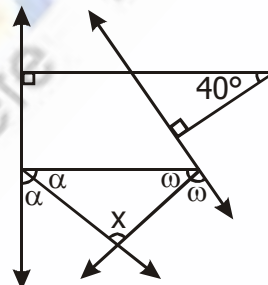
09. En la figura hallar "alpha", si:  $m\angle A - m\angle C = 32^\circ$ .

- a)  $16^\circ$
- b)  $32^\circ$
- c)  $64^\circ$
- d)  $58^\circ$
- e)  $8^\circ$



10. Hallar "x".

- a)  $60^\circ$
- b)  $70^\circ$
- c)  $75^\circ$
- d)  $80^\circ$
- e)  $40^\circ$

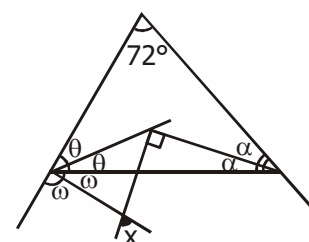


11. En un triángulo ABC se traza la bisectriz interior y se sabe que:  $m\angle A = 2m\angle C$ . Hallar "AQ". ("a", "b" y "c" son los lados del  $\triangle ABC$ )

- a)  $(a+c)/3$
- b)  $a-c$
- c)  $(2a-c)/2$
- d)  $(a-c)/2$
- e)  $4/3(a-c)$

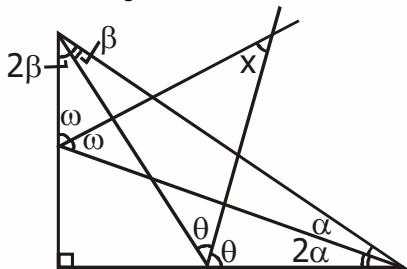
12. Calcular "x" de la figura:

- a)  $42^\circ$
- b)  $54^\circ$
- c)  $36^\circ$
- d)  $45^\circ$
- e)  $60^\circ$



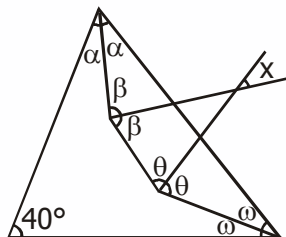
13. Calcular "x" de la figura:

- a)  $15^\circ$   
b)  $20^\circ$   
c)  $30^\circ$   
d)  $45^\circ$   
e)  $40^\circ$



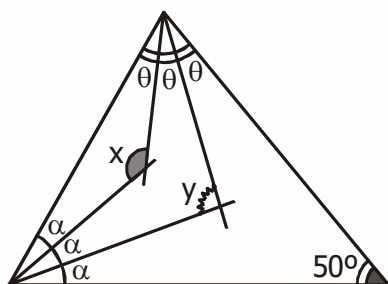
14. Hallar "x" de la figura:

- a)  $15^\circ$   
b)  $25^\circ$   
c)  $35^\circ$   
d)  $45^\circ$   
e)  $55^\circ$

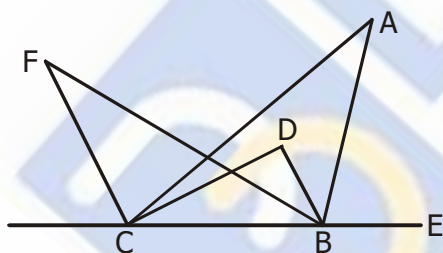


15. En la figura, calcular "x + y".

- a)  $130^\circ$   
b)  $200^\circ$   
c)  $230^\circ$   
d)  $240^\circ$   
e)  $330^\circ$

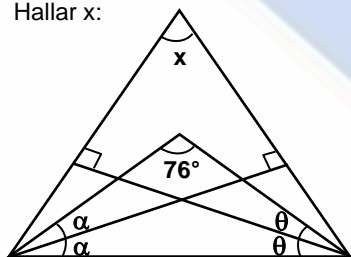
16. En la figura, hallar  $m\angle BAC$ , si:  $\overline{BA}$  es bisectriz de  $\angle EBF$ ,  $\overline{CA}$  es bisectriz de  $\angle BCF$ ,  $\overline{BF}$  es bisectriz de  $\angle CBD$ ,  $\overline{FC} \perp \overline{DC}$  y en el  $\triangle DBC$ ,  $m\angle D - m\angle C = 40^\circ$ 

- a)  $10^\circ$   
b)  $15^\circ$   
c)  $20^\circ$   
d)  $25^\circ$   
e)  $40^\circ$



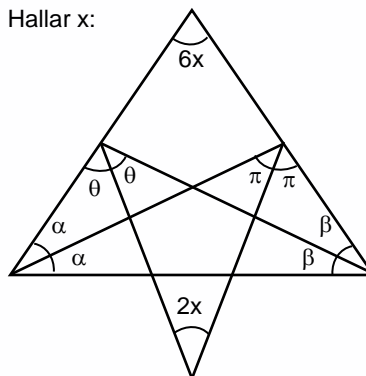
17. Hallar x:

- A)  $52^\circ$   
B)  $48^\circ$   
C)  $42^\circ$   
D)  $66^\circ$   
E)  $66^\circ$



18. Hallar x:

- A)  $18^\circ$   
B)  $36^\circ$   
C)  $90/7^\circ$   
D)  $12^\circ$   
E)  $6^\circ$

19. En un triángulo rectángulo ABC (recto en "B"), se traza la altura BH y la bisectriz interior AE que se cortan en "P". Calcular la medida de "PH", si:  $BH = 14$ ;  $BE = 5$ .

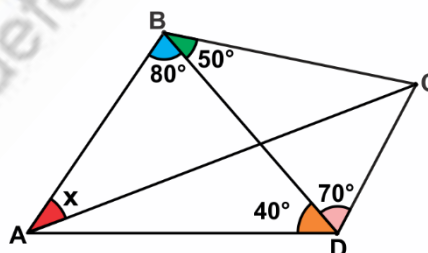
- a) 8  
b) 7  
c) 5  
d) 9  
e) 10

20. Se tiene un triángulo ABC, luego se trazan perpendiculares desde el vértice "B" a las bisectrices interiores de "A" y "C". Calcular la medida del ángulo que forman dichas perpendiculares, si:  $m\angle ABC = 76^\circ$ .

- a)  $42^\circ$   
b)  $38^\circ$   
c)  $52^\circ$   
d)  $48^\circ$   
e)  $36^\circ$

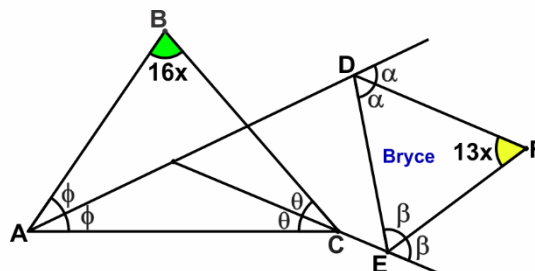
21. Del gráfico mostrado. Calcular "x"

- a)  $40^\circ$   
b)  $30^\circ$   
c)  $50^\circ$   
d)  $20^\circ$   
e)  $70^\circ$



22. Calcular "x"

- a)  $5^\circ$   
b)  $3^\circ$   
c)  $4^\circ$   
d)  $2^\circ$   
e)  $6^\circ$





# TEMA: CONGRUENCIA DE TRIANGULOS

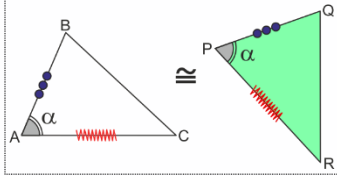
SEMANA

3

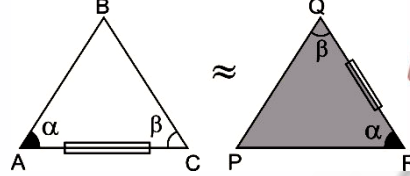


## CRITERIOS DE CONGRUENCIA:

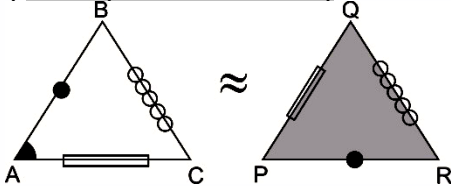
## 1) L.A.L (Lado - Angulo - Lado)



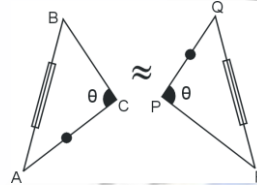
## 2) A.L.A (Angulo - Lado - Angulo)



## 3) L.L.L. (Lado - Lado - Lado)



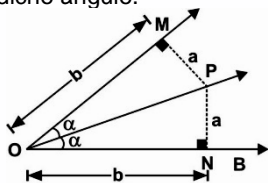
## 4) A.L.L. mayor (Angulo - lado - lado mayor)



## APLICACIONES DE LA CONGRUENCIA

## 1) TEOREMA DE LA BISECTRIZ.

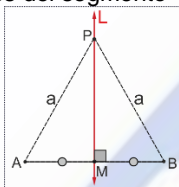
Cualquier punto que pertenece a la bisectriz de un ángulo equidista de los lados de dicho ángulo.

Sea:  $\overline{OP}$  bisectriz del  $\angle AOB$ 

$$\Rightarrow \overline{PN} = \overline{PM} \wedge \overline{OM} = \overline{ON}$$

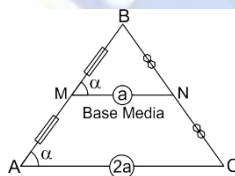
## 2) TEOREMA DE LA MEDIATRIZ

Cualquier punto que pertenece a la mediatriz de un segmento equidista de los extremos del segmento

Sea:  $\ell$  la mediatriz de  $\overline{AB}$ 

$$\Rightarrow \overline{PA} = \overline{PB} = a$$

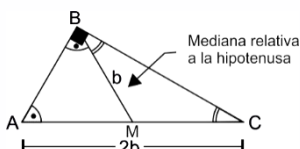
## 3) TEOREMA DE LOS PUNTOS MEDIOS (BASE MEDIA)

Donde:  $\overline{MN}$  es la base media.Si:  $\overline{AM} = \overline{MB} \wedge \overline{MN} \parallel \overline{AC} \Rightarrow \overline{BN} = \overline{NC}$  y

$$\overline{MN} = \frac{\overline{AC}}{2}$$

## 4. TEOREMA DE LA MEDIANA RELATIVA A LA HIPOTENUSA.

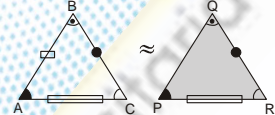
En todo triángulo rectángulo la longitud de la mediana relativa a la hipotenusa es igual a la mitad de la longitud de dicha hipotenusa.

Donde:  $\overline{BM} \rightarrow$  Mediana relativa a la hipotenusa

$$\overline{BM} = \frac{\overline{AC}}{2}$$

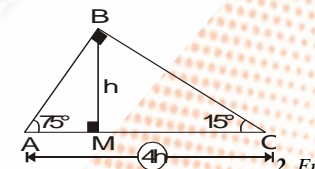
## Datos Extras

Son dos triángulos que tienen sus lados respectivamente congruentes y sus ángulos también congruentes. Esto implica que dos triángulos son congruentes si tienen igual forma e igual tamaño.

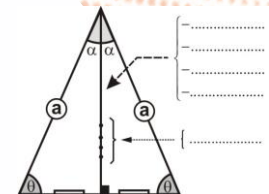


## \*IMPORTANTE

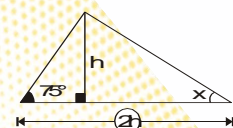
1. En todo triángulo rectángulo de  $15^\circ$  y  $75^\circ$ , la longitud de la altura relativa a la hipotenusa es igual a la cuarta parte de la longitud de dicha hipotenusa.



2. En todo triángulo isósceles, la altura, la mediana, la bisectriz interior y la mediatriz, relativas al lado desigual (base) se confunden sobre una misma recta.



3. En todo triángulo si la base es el doble de su altura relativa y uno de los ángulos relativos a la base mide  $75^\circ$  se cumple que:

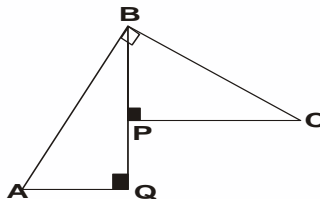


$$X = 30^\circ$$

## PROBLEMAS PROPUESTOS

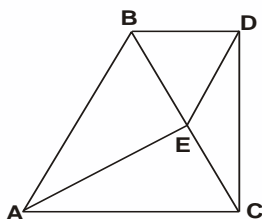
23. En la figura mostrada, si  $AB=BC$ ,  $BP=4$  y  $PQ=3$ . Calcular  $PC$ .

- a) 5  
b) 6  
c) 7  
d) 8  
e) N.A.



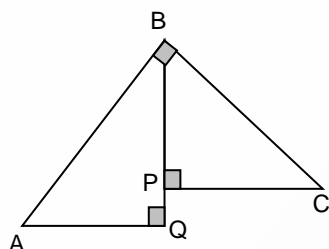
24. En la figura los triángulos  $ABC$  y  $BDE$  son equiláteros. Calcular  $CD$  si  $AE=3$ .

- a) 3  
b) 4  
c) 5  
d) 6  
e) N.A.



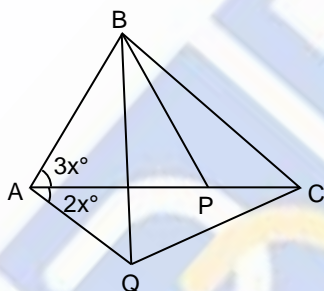
25. Si:  $AB=BC$ ;  $AQ=7$  y  $PC=12$ , calcular  $PQ$

- a) 4  
b) 4,5  
c) 5  
d) 5,5  
e) 6



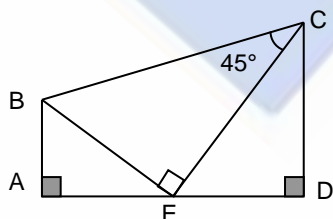
26. Si  $AB=BP$ ;  $AQ=PC$  y  $m\angle BQC=m\angle BCQ$ , calcular " $x$ "

- a)  $15^\circ$   
b)  $18,5^\circ$   
c)  $22,5^\circ$   
d)  $26,5^\circ$   
e)  $30^\circ$



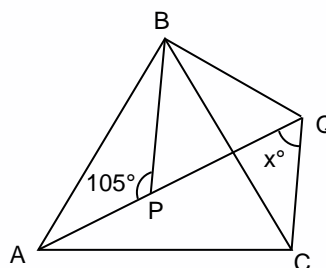
27. Si  $AD=16$  y  $CD=10$ , calcular  $AB$

- a) 3  
b) 4  
c) 4,5  
d) 6  
e) 8



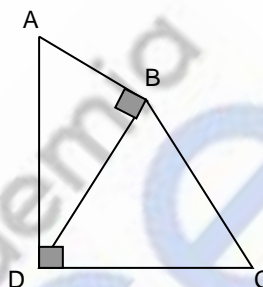
28. Si los triángulos  $ABC$  y  $PBQ$  son equiláteros, calcular " $x$ "

- a)  $30^\circ$   
b)  $35^\circ$   
c)  $40^\circ$   
d)  $45^\circ$   
e)  $50^\circ$



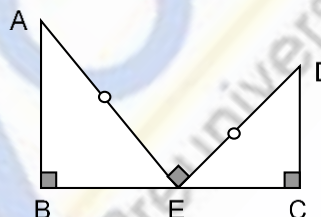
29. Si  $AD=DC$ ,  $AB=1$  y  $BD=4$ , calcular  $BC$

- a) 3  
b) 4  
c) 5  
d) 6  
e) 7



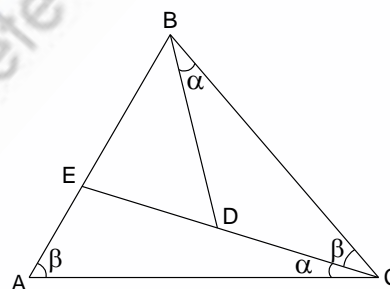
30. Calcular:  $BC$ , si  $AB=6$ ;  $CD=4$

- a) 8  
b) 9  
c) 12  
d) 10  
e) 15

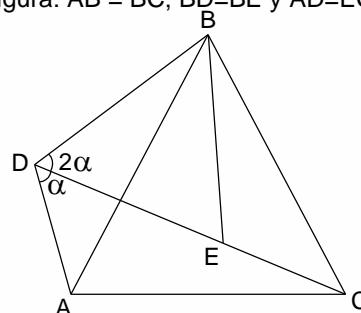


31. En la figura:  $AC=BC$ ;  $BD=8$ ;  $DE=3$ . Hallar  $AB$ .

- A. 11  
B. 12  
C. 13  
D. 14  
E. 15



32. En la figura:  $AB=BC$ ;  $BD=BE$  y  $AD=EC$ . Hallar  $\alpha$



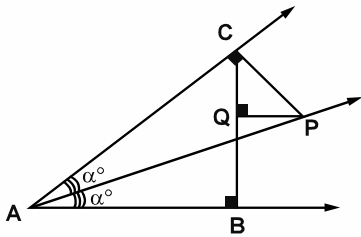
- A.  $32^\circ$   
B.  $36^\circ$   
C.  $28^\circ$   
D.  $34^\circ$   
E.  $42^\circ$



## APLICACIONES DE LA CONGRUENCIA

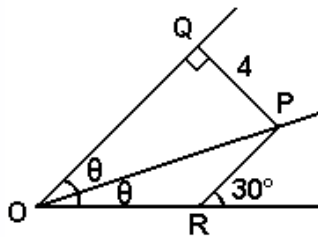
01. Hallar PQ, si:  $AB = 6u$  y  $BC = 8u$

- a)  $1u$   
b)  $2$   
c)  $3$   
d)  $2,5$   
e)  $4$



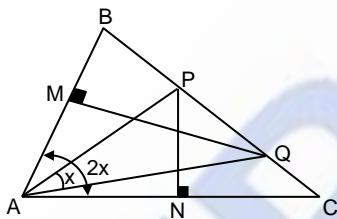
02. En la figura, hallar "PR"

- A)  $6$   
B)  $8$   
C)  $12$   
D)  $9$   
E)  $4\sqrt{2}$



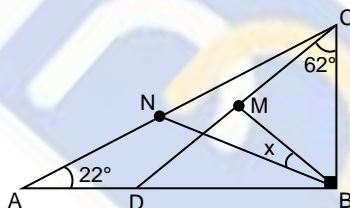
03. Si:  $\overline{QM}$  y  $\overline{PN}$  son mediatrices de  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$  respectivamente, hallar  $x$ .

- A)  $18^\circ$   
B)  $36^\circ$   
C)  $37^\circ$   
D)  $53^\circ$   
E)  $60^\circ$



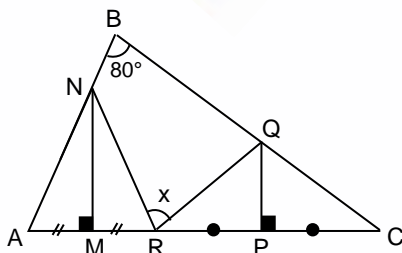
04. Hallar " $x$ ", si  $CM = MD$  y  $AN = NC$ .

- A)  $6^\circ$   
B)  $12^\circ$   
C)  $22^\circ$   
D)  $28^\circ$   
E)  $32^\circ$



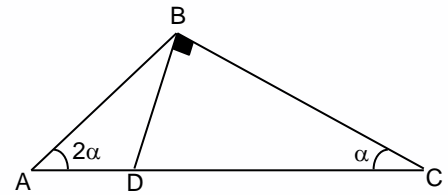
05. Hallar  $x$ .

- A)  $40^\circ$   
B)  $60^\circ$   
C)  $80^\circ$   
D)  $120^\circ$   
E)  $160^\circ$



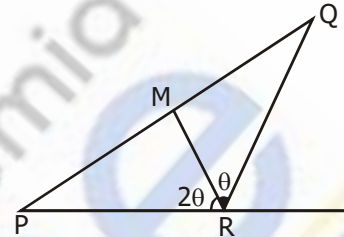
06. Hallar DC, si  $AB = 21$  cm.

- A)  $10,5$  cm  
B)  $21$  cm  
C)  $42$  cm  
D)  $55$  cm  
E)  $63$  cm



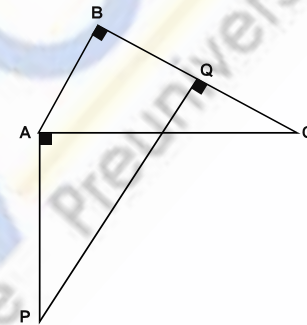
07. En el gráfico:  $PM = MQ$  y  $RM = QR/2$ . Hallar " $\theta$ "

- A)  $22^\circ$   
B)  $45^\circ$   
C)  $30^\circ$   
D)  $36^\circ$   
E) N.A



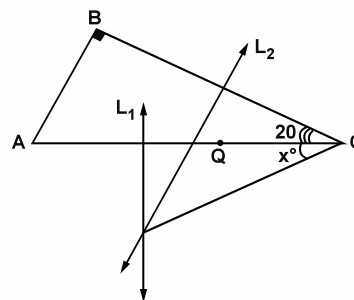
08. De la figura, calcular "PQ". Si:  $BQ = 6u$  y  $QC = 5u$ . Además  $AP = AC$ .

- A.  $18u$   
B.  $17u$   
C.  $10u$   
D.  $11u$   
E.  $12u$

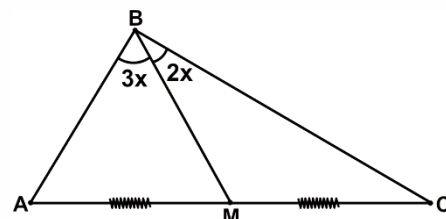


09. Si:  $L_1$  y  $L_2$  son mediatrices de  $AQ$  y  $BC$  respectivamente, además:  $AB = QC$ . Hallar " $x$ ".

- a)  $40^\circ$   
b)  $45^\circ$   
c)  $35^\circ$   
d)  $50^\circ$   
e)  $25^\circ$



10. En la figura  $BC = 2BM$ . Calcular " $x$ ".





SEMANA

4



## TEMA: CUADRILÁTEROS

**1.- Definición:** Es la figura que resulta de unir cuatro puntos no colineales en forma consecutiva mediante la reunión de segmentos.

### 2.- Clasificación de los cuadriláteros

#### I. TRAPEZOIDE:

Cuadrilátero en el cual ningún par de lados opuestos es paralelo.

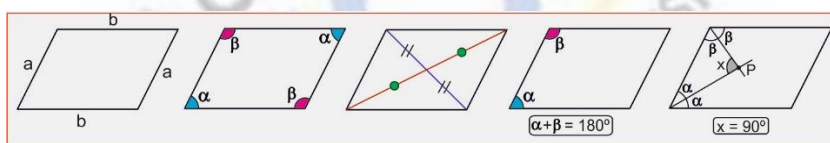
##### • Propiedades en trapezoides:



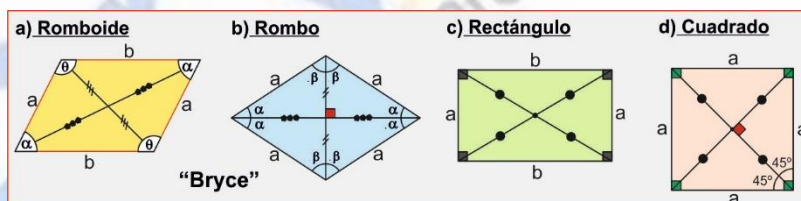
#### II. PARALELOGRAMO:

Es aquel cuadrilátero que tiene sus lados opuestos paralelos y congruentes respectivamente.

##### • Propiedades:



##### • Clasificación:

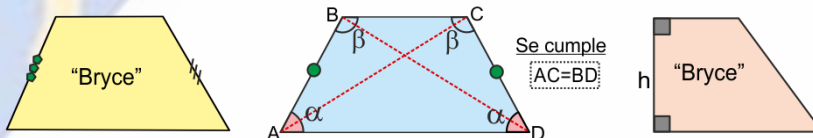


#### III. TRAPECIO:

Es aquel cuadrilátero convexo que tiene un par de lados opuestos paralelos, dichos lados son las bases del trapezio.

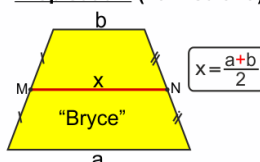
##### • Clasificación:

##### a) T. Escaleno      b) T. Isósceles      c) T. Rectángulo

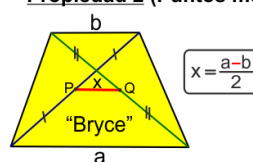


##### • Propiedades:

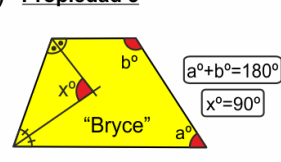
##### Propiedad 1 (La mediana)



##### Propiedad 2 (Puntos medios)



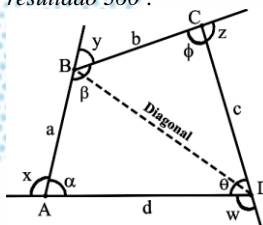
##### Propiedad 3



## Datos Extras

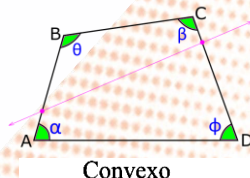
### \*Recuerda

Los cuadriláteros pueden tener distintas formas, pero todos ellos tienen cuatro **vértices** y dos **diagonales**, y la suma de sus ángulos internos siempre da como resultado  $360^\circ$ .

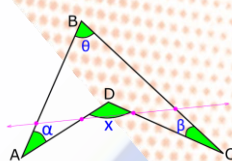


### \*Ten en cuenta

Los cuadriláteros simples se dividen en **cóncavo** y **convexo**.

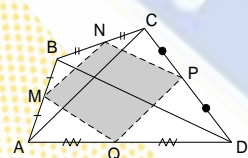


Convexo



Cóncavo

### \*Observación:



\*Si

$MNPQ$  es un paralelogramo entonces

$2p = AC + BD$

\*Si  $AC = BD$  entonces  $MNPQ$  es un rombo.

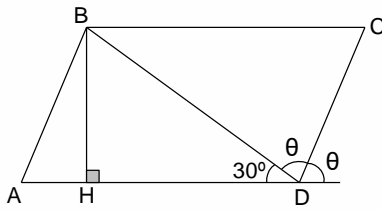
\*Si  $AC \perp BD \Rightarrow$ , entonces  $MNPQ$  es un rectángulo.

\*Si  $AC = BD \wedge AC \perp BD \Rightarrow MNPQ$  es un cuadrado

## PROBLEMAS PARALELOGRAMOS

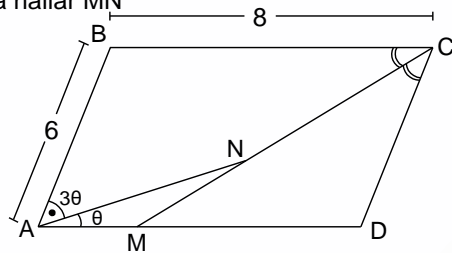
01. En la figura ABCD es un romboide y  $BH = 8$ , calcule AD.

A. 10  
B. 14  
C. 15  
D. 16  
E. 17



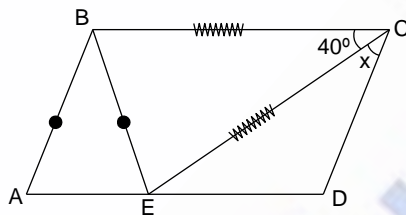
12. En la figura hallar MN

A. 1  
B. 2  
C. 3  
D. 4  
E. 5



13. Si ABCD: romboide, calcular "x"

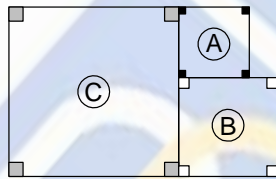
A.  $10^\circ$   
B.  $20^\circ$   
C.  $50^\circ$   
D.  $40^\circ$   
E.  $30^\circ$



16. Las figuras "A", "B" y "C" son cuadrados, calcular :

$$\frac{\text{Perímetro A} + \text{Perímetro B}}{\text{Perímetro C}}$$

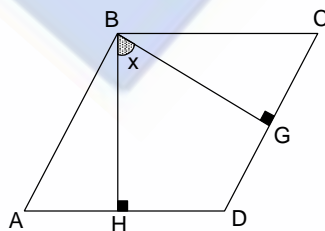
A.  $1/2$   
B. 1  
C. 2  
D.  $3/2$   
E. 4



17. Si:  $\frac{AH}{3} = \frac{HD}{2}$ ; ABCD = Rombo.

Calcular x

A.  $37^\circ$   
B.  $53^\circ$   
C.  $60^\circ$   
D.  $30^\circ$   
E.  $45^\circ$



19. Las diagonales de un rombo miden 30 m y 16 m. Calcular la longitud de su lado.

A) 17 m      B) 18 m      C) 16 m  
D) 20 m      E) 24 m

20. Los lados de un rectángulo están en relación de 3 a 4 si su diagonal mide 15 m, hallar su perímetro.

A) 21 m      B) 42 m      C) 48 m  
D) 45 m      E) 25 m

21. El lado  $\overline{AB}$  de un paralelogramo ABCD mide 8 m. Se traza la bisectriz del ángulo B que corta a  $\overline{AD}$  en E. Hallar la longitud del segmento que une los puntos medios de  $\overline{EC}$  y  $\overline{BD}$ .

A) 2 m      C) 4 m      E) 3,5 m  
B) 1 m      D) 2,5 m

22. En un paralelogramo ABCD:  $m\angle B = 135^\circ$ .  $AD = 8$  y  $\overline{BD}$  es perpendicular a  $\overline{CD}$ . Hallar la distancia del vértice C al lado  $\overline{AD}$ .

A) 4      B) 2      C) 6  
D) 3      E) 5

25. Las medidas de los ángulos internos de un cuadrilátero están en progresión aritmética de razón 10. Calcular la suma entre el mayor y el menor de dichos ángulos.

A)  $95^\circ$       B)  $170^\circ$       C)  $180^\circ$   
D)  $190^\circ$       E) N.A.

26. Las mediatrices de los lados  $\overline{AD}$  y  $\overline{CD}$  de un paralelogramo ABCD se intersectan en un punto M que pertenece a  $\overline{BC}$ . Hallar la medida del ángulo MAD si  $m\angle B = 110^\circ$ .

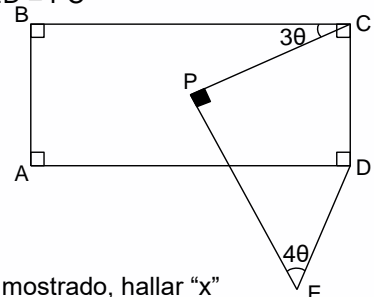
A)  $40^\circ$       B)  $50^\circ$       C)  $60^\circ$   
D)  $120^\circ$       E)  $100^\circ$

27. En un paralelogramo ABCD se traza la bisectriz interior del ángulo C, la cual corta a  $\overline{AD}$  en E y a la prolongación de  $\overline{BA}$  en F. Si  $ED = 6$  y  $BF = 10$ , hallar el perímetro de dicho paralelogramo.

A) 40      B) 36      C) 30  
D) 26      E) 32

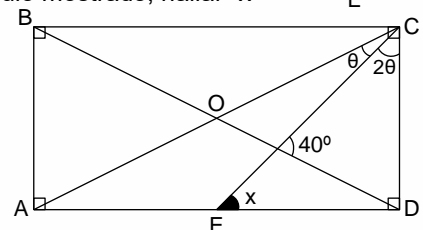
28. En la figura P es el centro del rectángulo ABCD. Calcular " $\theta$ "; si  $ED = PC$

A.  $7^\circ$   
B.  $8^\circ$   
C.  $9^\circ$   
D.  $10^\circ$   
E.  $11^\circ$



29. En el rectángulo mostrado, hallar "x"

A.  $34^\circ$   
B.  $18^\circ$   
C.  $29^\circ$   
D.  $42^\circ$   
E.  $32^\circ$

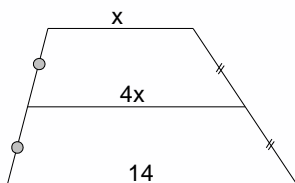




## PROBLEMAS TRAPECIOS Y TRAPEZOIDE

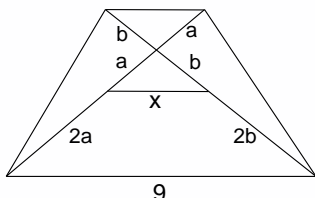
1. En el trapezio mostrado hallar "x"

A. 1  
B. 2  
C. 3  
D. 5  
E. 4



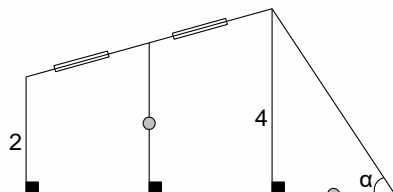
2. En el trapezio mostrado hallar "x"

A. 1  
B. 2  
C. 3  
D. 4  
E. 5



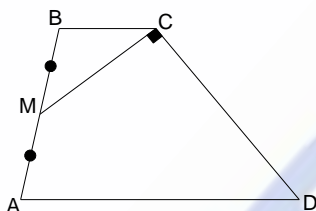
3. En la figura, calcular
- $\alpha$

A.  $53^\circ$   
B.  $37^\circ$   
C.  $30^\circ$   
D.  $45^\circ$   
E.  $60^\circ$



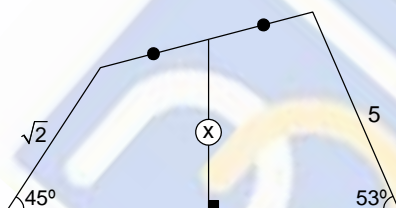
4. En la figura ABCD es un trapezio,
- $BC = 1$
- ;
- $AD = 9$
- y
- $CD = 6$
- , calcular MC

A. 4  
B. 3  
C. 5  
D. 2  
E. 1



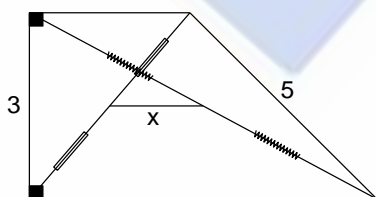
5. En la figura calcular "x"

A. 4,5  
B. 2,5  
C. 3,5  
D. 3  
E. 2



6. En la figura, hallar "x"

A. 4  
B. 2,5  
C. 3  
D. 1,5  
E. 2



7. En un romboide ABCD:
- $AB = 4$
- ;
- $BC = 2CD$
- ; las bisectrices de los ángulos A y B se cortan en "M". calcular la distancia de "M" al punto medio de
- $\overline{CD}$
- .

a) 4  
b) 5  
c) 6  
d) 7  
e) 8

8. Las diagonales de un trapezoide miden 12 y 15 centímetros. Calcular el perímetro del cuadrilátero que resulta de unir los puntos medios de los lados del trapezoide.

a) 27 cm  
b) 38 cm  
c) 42 cm  
d) 21 cm  
e) 28 cm

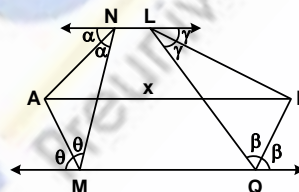
9. Calcular la base menor de un trapezio, si la suma de las bases es 60 cm y el segmento que une los puntos medios de las diagonales mide 8 cm.

a) 18 cm  
b) 10 cm  
c) 22 cm  
d) 28 cm  
e) 20 cm

10. En un paralelogramo ABCD las bisectrices de los ángulos BAD y ADC intersectan al lado
- $\overline{BC}$
- en los puntos P y Q (
- $BP < BQ$
- ). Si
- $CD = 7$
- . Calcular la longitud del segmento que une los puntos medios de
- $\overline{AQ}$
- y
- $\overline{DP}$

a) 7  
b) 3,5  
c) 10,5  
d) 14  
e) 5

11. En el trapezio MNLQ:
- $MN = 7$
- ;
- $NL = 3$
- ;
- $LQ = 9$
- ;
- $MQ = 13$
- . Hallar AB.



a) 14  
b) 15  
c) 16  
d) 17  
e) 18

12. En un trapezio isósceles, la diagonal mide 5m y la altura 3m. ¿Cuánto mide la mediana?

a) 4 m  
b) 2 m  
c) 8 m  
d) 10 m  
e) 3 m

13. En un trapezio las bases están en relación de 3 a 1, si la mediana del trapezio mide 44, hallar la longitud de la base mayor.

a) 11  
b) 22  
c) 66  
d) 33  
e) 28

14. La suma de las medidas de las bases y la mediana en un trapezio es igual a 45. ¿Cuánto mide la mediana?

a) 25  
b) 20  
c) 15  
d) 10  
e) 5

15. Se tiene un paralelogramo ABCD (
- $\overline{AB} < \overline{BC}$
- ). Se traza la bisectriz interior BM (M sobre
- $\overline{AD}$
- ). Calcular
- $\overline{MD}$
- , si
- $BC = 12$
- m y
- $CD = 4$
- m.

a) 6 m  
b) 7 m  
c) 9 m  
d) 8 m  
e) 10 m