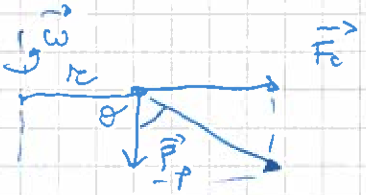
FISICA

10.6.2021

soluzioni

N.1. La risultante delle forze che agiscono sulla massa deve essere diretta lungo il filo



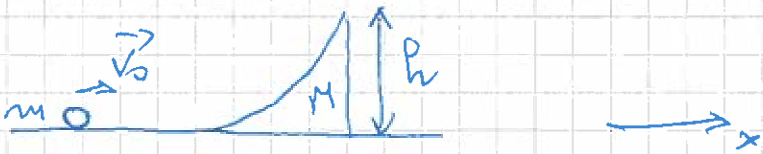
$$|\vec{F_c}| = m\omega^2 r + m\omega^2 l \sin\theta$$

$$|\vec{F_p}| = mg$$

$$tg\theta = \frac{m\omega^2 (r + l\sin\theta)}{mg} \Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g\, tg\theta}{r + l\sin\theta}} = 1{,}36 \text{ rad/s}$$

N.2



~~Visto~~ Le forze che agiscono (forze peso) sono dirette lungo la verticale, rispetto all'asse orizzontale non ci sono forze esterne pertanto vale il principio di conservazione della q. di moto:

$$m v_0 = m V^* + M V^*$$

dove V^* è la velocità che si deve calcolare

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m V^{*2} + \frac{1}{2} M V^{*2} + mgh \Rightarrow$$

$$v^* = \sqrt{2gh \frac{m^2}{M(M+m)}} \simeq 1 \, m/s$$

N. 3

Il calcolo della variazione di entropia del gas può essere effettuato attraverso l'isobara reversibile

$$dQ = n c_p \, dT$$

$$\Delta S_{gas} = \int_{T_0}^{T_f} \frac{n c_p \, dT}{T} = n c_p \ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right) = 9,1 \, J/K$$

Per la sorgente

$$\Delta S_{sorg} = \frac{Q_{sorg}}{T_{fin}} = -\frac{Q_{gas}}{T_f} = -n c_p \frac{(T_f - T_0)}{T_{fin}} = -7,8 \, J/K$$

$$\Delta S_{TOT} = \Delta S_{gas} + \Delta S_{sorg} = 1,28 \, J/K$$

valore positivo trattandosi di una trasformazione irreversibile.

SOLUZIONE N.4

La carica contenuta in una sfera di raggio $r < R$ e':

$$q(r) = \int_0^r \rho(r) d\tau = \int_0^r k\epsilon_0 r \cdot 4\pi r^2 dr = 4k\epsilon_0\pi \int_0^r r^3 = k\epsilon_0\pi r^4$$

quindi la carica totale e': $Q = q(R) = k\epsilon_0\pi R^4$. Applico il teorema di Gauss su una superfice sferica, Σ di raggio r concentrica alla sfera:

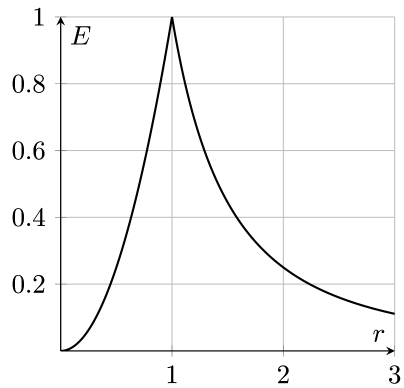
$$\Phi(E)_\Sigma = E(r) 4\pi r^2 = \frac{q(r)}{\epsilon_0}$$

quindi:

$$E(r < R) = \frac{q(r)}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{kr^2}{4}$$

mentre, per $r > R$:

$$E(r > R) = \frac{q(R)}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{kR^4}{4r^2}$$



SOLUZIONE N.5

Per comodita' nominiamo i lati in dx,sx,su,giu. Dato che tutta la spira si muove a velocita' v ogni lato ha equazione del moto:

$$x = x_0 + vt$$

Con v costante per tutto l'attraversamento. La sezione della spira concatenata con il campo magnetico cambia in funzione dell'ingresso e dell'uscita di dx e sx. Quindi calcoliamo i tempi:

$$t_{in}^{dx} = t_0 = 0 \qquad t_{out}^{dx} = \frac{l/2}{v} = 1/2s$$

$$t_{in}^{sx} = l/v = 1s \qquad t_{out}^{sx} = \frac{3 \cdot l/2}{v} = 3/2s$$

Quando dx entra nella zona di campo magnetico la sezione varia fino a quando dx non ne e' uscito:

$$\Sigma_1 = l \cdot x_{dx} = l \cdot vt \quad per\ 0 < t < 1/2s$$

Quando dx esce dalla zona di campo magnetico la sezione rimane costante fino a quando sx non vi entra:

$$\Sigma_2 = l \cdot l/2 = \quad per\ 1/2s < t < 1s$$

Quando sx entra nella zona di campo magnetico la sezione varia fino a quando sx non ne e' uscito:

$$\Sigma_3 = \Sigma_2 - l \cdot x_{sx} = l \cdot (l/2 - x_{sx}) = l \cdot (l/2 - vt) \quad per\ 1s < t < 3/2s$$

Data la legge di Faraday possiamo calcolare la $f.e.m.$ indotta nei tre momenti nella spira:

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi(B)_{\Sigma_1}}{dt} = -Blv, \qquad \mathcal{E}_2 = 0, \quad \mathcal{E}_3 = Blv$$

$\mathcal{E}_2 = 0$ perche' la variazione di flusso e' nulla. Quindi la corrente:

$$i_1 = -i_3 = -\frac{Blv}{R}$$

Le due correnti scorrono in verso opposto. La potenza dissipata per effetto Joule e':

$$P = \mathcal{E}_1 \cdot i_1 + \mathcal{E}_2 \cdot i_2 = \frac{2B^2 l^2 v^2}{R}$$

Questa potenza viene dissipata per un tempo totale di:

$$T_{tot} = t_{out}^{dx} - t_0 + t_{out}^{sx} - t_{in}^{sx} = 1s$$

quindi l'energia persa dalla spira per effetto Joule e':

$$\Delta E = -P \cdot T_{tot} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v^2)$$

otteniamo per la velocita' finale:

$$v_f = \sqrt{\frac{2P \cdot T_{tot}}{m} + v^2} = \sqrt{\frac{4B^2 l^2 v^2 \cdot T_{tot}}{Rm} + v^2}$$

NOTA: da notare che se la velocita' non fosse stata costante per tutto l'attraversamento avremmo dovuto calcolare la variazione di velocita' nel primo tratto, quando agisce $\mathcal{E}_1$, e quindi $\mathcal{E}_2$ sarebbe stato diverso in modulo da $\mathcal{E}_1$ (al contrario di come e' stato risolto in questo caso). L'esercizio sarebbe stato leggermente piu' complicato.