Forza di Coulomb

$F = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\widehat{r_{12}}$

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 10^{10} \quad [k] = NC^{-2}m^2$

$\varepsilon_0 = 8{,}85x10^{-12} \quad C^2m^{-2}N^{-1}$

Campo Elettrico

$\vec{E} = \frac{\vec{F_e}}{q_0} = k\frac{q}{r^2}\hat{r} \quad F_e = k\frac{qq_0}{r^2} \qquad \frac{F_e}{q_0} = \frac{kq}{r^2}$

Tensione

$T_{ab} = \frac{W_{ab}}{q_0} = \int_a^b \vec{E}d\vec{s} \quad W_{ab} = \int_a^b \vec{F}d\vec{s} = \int_a^b q_0\vec{E}d\vec{s} = q_0\int_a^b \vec{E}d\vec{s}$

Forza Elettromotrice

$F_{em} = \oint \vec{E}d\vec{s}$

Potenziale Elettrostatico

$W_{ab} = -(U_B - U_A) = -\Delta U = \int_A^B \vec{F}d\vec{s} = \int_A^B q_0\vec{E}d\vec{s}$ Dipende da A e B e non dal percorso

$\frac{\Delta U}{q_0} = -\int_A^B \vec{E}d\vec{s} = \Delta V = V_B - V_A$ differenza di potenziale

$[V] = V = \frac{J}{C} = VOLT$

$V_A - V_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_A} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_B}$

il campo va dai punti a potenziale alto a quelli a potenziale basso

Campo scalare

$V_{(r)} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + costante$

Energia potenziale elettrostatica

$U_{(r)} = q_0 V_{(r)} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r} + costante$

Carica Q (densità di carica)

$volume \;\; dq = pdV \quad superficie \; dq = p_s ds \quad linea \; dq = p_l dl$

Carica puntiforme

$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

Filo rettilineo indefinito

$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\hat{x}}{x} \quad \lambda \; densità \; di \; carica$

Campo di uno strato

$\vec{E} = \frac{\delta}{2\varepsilon_0}\hat{z} \quad \delta \; densità \; di \; carica$

Flusso

$$\Phi_s(\vec{K}) = \int_S \vec{K} d\vec{s}$$

Sfera centrata su q

$$\Phi_{sfera}(E_q) = \int_{sfera} \overrightarrow{E_q} \hat{n} d\vec{s}) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Teorema di gauss

$$\Phi_{S(chiusa)}(\vec{E}) = \frac{Q_{tot}}{\varepsilon_0}$$

Simmetria Sferica

$\Phi_{Sf(r)}(\vec{E}(\vec{r})) = E_r(r)4\pi r^2$ quindi ne segue

$E_r(r)4\pi r^2 = \frac{Q_{racchiusa\ dalla\ sfera\ (r)}}{\varepsilon_0}$ se abbiamo un origine diverso NON vale

Dove $E_r(r) = \frac{Q_{tot}}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$, $Q_{tot} = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$

$E_r(r) = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$ r<R

$E_r(r) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$ r>R

Simmetria cilindrica

Abbiamo un filo indefinito passante per lasse di simmetria del cilindro

$\Phi_{Sc}(\vec{E}) = E_r(r)2\pi rh$ *primo menbro di gauss*

$E_r(r)2\pi r = \frac{\lambda}{\varepsilon_0}$ dove Q(interna al cil.)= λh quindi le h si tolgono

$$E_r(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

Simmetria piana

Cilindroide tagliato da un piano

$\Phi_{Cilindroide\ simmetrico}(\vec{E}) = 2SE_x(x)$ dove S sezione del cilindroide

Conduttori

Cariche mobili → posizione di equilibrio

1) E=0 all'interno del conduttore
2) P=0 all'interno del conduttore
3) Qnetta esiste sola alla superficie
4) E perpendicolare alla superficie del conduttore $E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Capacità del condensatore

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{Q}{\int_A^B \vec{E} d\vec{l}}$$

Condensatore piano , si approssima ad un doppio strato

$\vec{E} = \frac{\delta}{\varepsilon_0}$ quindi $V_+ - V_- = \frac{\delta\, d}{\varepsilon_0}$

$$C = \frac{Q}{\frac{\delta\, d}{\varepsilon_0}} = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

Energia condensatore

$\upsilon = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2 = \frac{1}{2}Q\Delta V = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ $\quad \upsilon = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 Vol$ dove Vol=Sd

$\upsilon = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ densità di energia

Condensatori in serie

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Condensatori in parallelo

$$C = C_1 + C_2$$

Isolanti Dielettrici

$\vec{E}_p = campo\ di\ polarizzazione$

Mezzi lineari, isotropi, omogenei

$$\vec{E}_p = -C\vec{E}_0$$

Vettore di polarizzazione

$$\vec{P} = -\varepsilon_0\vec{E}_p$$

Cariche libere

$$Q = \int_{S\ chiusa} (\varepsilon_0\vec{\mathrm{E}} + \vec{P})\hat{n}dS$$

Vettore spostamento dielettrico

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{\mathrm{E}} + \vec{P}$$

Relazione tra P E D

$$\varepsilon_0\vec{\mathrm{E}} = \varepsilon_0(\vec{E}_p + \vec{E}_0) = \varepsilon_0\left(\vec{E}_p - \frac{1}{C}\vec{E}_p\right) = \varepsilon_0\frac{C-1}{C}\vec{E}_p = \frac{1-C}{C}\vec{P}$$

$$\vec{P} = \varepsilon_0\frac{C}{1-C}\vec{\mathrm{E}} = \varepsilon_0\mathcal{X}\vec{\mathrm{E}}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{\mathrm{E}} + \vec{P} = \varepsilon_0\left(1 + \frac{C}{1-C}\right)\vec{\mathrm{E}} = \varepsilon_0\frac{1}{1-C}\vec{\mathrm{E}}$$

Suscettività dielettrica

$\mathcal{X} = \frac{C}{1-C} \qquad \vec{P} = \varepsilon_0\mathcal{X}\vec{\mathrm{E}}$

$\vec{D} = \varepsilon_0(1+\mathcal{X})\vec{\mathrm{E}} = \varepsilon_0 k\vec{\mathrm{E}}$ dove k = costante dielettrica relativa ε_r

$\varepsilon_0 k\ costante\ dielettrica\ assoluta$

$\vec{D} = \varepsilon_0 k\vec{\mathrm{E}}$ dove D sono Q cariche libere e E tutte Q' + Q

Q→$\vec{D} \Longrightarrow \vec{\mathrm{E}} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0 k}$ il campo E è più basso di quello che avrei nel vuoto, di quanto è più basso?

Di k volte

$$\Longrightarrow \Delta V = \frac{\Delta V_0}{k}$$

$C = k\mathrm{C}_0 \qquad k = \varepsilon_r$

Correnti elettriche

Avendo 2 condensatori in parallelo

$Q_1 = C_1 V$

$Q_2 = C_2 V$

$$V = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}$$

Nei condensatori variazione di energia elettrostatica??

$$\upsilon_{finale} - \upsilon_{iniziale} = ???$$

$$\upsilon_{iniziale} = \upsilon_{C1} + \upsilon_{C2} = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_2^2$$

$$\upsilon_{finale} = \upsilon_c = \frac{1}{2}(C_1 + C_2) V^2$$

$$\upsilon_f - \upsilon_i = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}(V_1 - V_2)^2$$

Generatore di tensione

$$fem = f = \oint_c \vec{\mathrm{E}}_{nc}\, d\vec{l}$$

Densità di corrente

$$\vec{J} = p\vec{v}$$

Legge di continuità

$$I = \oint_s \vec{J}\hat{n}\, ds = \frac{dQ_{esce}}{dt} = -\frac{dQ_{interna}}{dt}$$

Correnti stazionarie

$$\frac{dQ_{int(s)}}{dt} = 0 \qquad ==> \oint_s \vec{J}\hat{n}\, ds = 0 \qquad \vec{J}\ solenoidale$$

Legge di Ohm

$$V_a - V_b + f_{ab} = RI \qquad R = p\frac{l}{s}$$

Effetto joule

$$d\mathcal{L} = (dq{:}\, A \to B) = dq(V_a - V_b) = (V_a - V_b)Idt$$

$$P = \frac{d\mathcal{L}}{dt} = (V_a - V_b)I \qquad \text{POTENZA}$$

Regime stazionario

In qualunque superficie chiusa nel volume racchiuso la carica rimane costante

$$\oint_s \vec{J}\hat{n}\, ds == -\frac{dQ_{interna}}{dt}$$

Bipoli

Condensatore $\Delta V = \frac{Q}{C}$

Resistenza $\Delta V = RI$

Generatore $\Delta V = f$

Serie
Somma delle resistenze
Parallelo
Somma degli inversi delle resistenze

MAGNETISMO
Forza di Lorenz
$\overrightarrow{F_B} = q\vec{v}x\vec{B}$
$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}x\vec{B})$
II legge elementare di Laplace
$d\vec{F} = id\vec{l}x\vec{B}$

I legge elementare di Laplace
$d\vec{B} = K_m \frac{id\vec{l}x\hat{r}}{r^2}$
$K_m = \frac{\mu_0}{4\pi}$ permeabilità magnetica del vuoto
$\vec{B} = \oint_c K_m \frac{id\vec{l}x\hat{r}}{r^2}$ c = circuito in cui fluisce i
Teorema di Ampere

$$\oint_c \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 \oint_s \vec{J}\,\hat{n}\, ds$$

Campo B del filo rettilineo indefinito
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$
Campo B del filo spesso rettilineo indefinito
$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ per r>R
$B = \mu_0 \frac{J}{2} r$ per r<R
Solenoide torico
$$B = \begin{cases} \mu_0 \dfrac{NI}{2\pi r} & nel\ solenoide \\ 0, & fuori \end{cases}$$

Sottile
$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi d} = \mu_0 nI \qquad n = numero\ di\ spire\ per\ unità\ di\ lunghezza$$
Campo magnetico e materia
$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r}$ campo magnetico
$\mu_r = permeabilità\ magnetica\ relativa$
$$\oint_c \vec{H}\, d\vec{l} = \oint_{S(c)} \vec{J}\,\hat{n}\, ds = I + H$$

Faraday Newman Lenze

$$f_c = \oint_c \vec{\mathrm{E}}\, d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\Phi_c(\vec{\mathrm{B}}) = \frac{d}{dt}\oint_{S(c)} \vec{\mathrm{B}}\,(t)\hat{n}\, ds$$

Questa f_c sarebbe ΔV su un circuito quindi
se f(t) = costante i=f/R
se f(t) = non costante i(t) varia nel tempo da origine a B(i(t)) e determina un'altra forza elettromotrice auto indotta = $-\frac{d}{dt}\oint_{S(c)} \vec{\mathrm{B}}\,(i(t))\hat{n}\, ds$

$$f(t) = -\frac{d}{dt}\big(Li(t)\big) = Ri(t)$$

Se il circuito è indeformabile allora L è un numero

$$f(t) - L\frac{d}{dt} = Ri(t)$$

L coefficiente di autoinduzione
Un circuito si oppone alla variazione di flusso (se indeformabile si oppone alla variazione di corrente) di quanto si oppone? Del coefficiente di autoinduzione L

Induttori

$B = \mu_0 nI$
$L = NS\mu_0 n$ n=N/l
$L = \mu_0 n^2 Sl$

Energia

$$v_L = \frac{1}{2}Li^2$$

Caso del solenoide rettilineo

$$v_L = \frac{1}{2}\frac{1}{\mu_0}B^2V = \frac{1}{2}BHV$$

$$u_B = \frac{1}{2}BH \ \ densità\ di\ energia\ magnetica$$

Potenza convertita in calore per effetto joule

$$P_J = Ri^2 = R\frac{f^2}{R^2} = \frac{v^2B^2l^2}{R}$$

Potenza spesa dall'operatore

$$L = \int Pdt$$

$$F_{Laplace} = i\vec{l}x\vec{\mathrm{B}}$$

$$P_{meccanica} = F_{op}\vec{\mathrm{v}} = \big(-F_{Laplace}\big)\vec{\mathrm{v}} = ilBv$$

Ampere Maxwell

$$\int_{s(c)} (\vec{\mathrm{J}} + \frac{dD}{dt})\hat{n}\, ds = \int_c \vec{H}dl$$

Correnti stazionarie danno campi magnetici stazionari

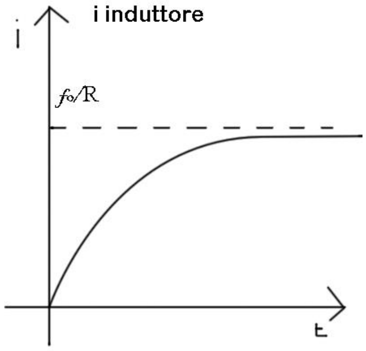
Circuito R-L in SERIE

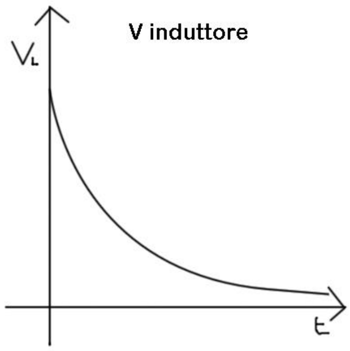
T=0 chiusura di t

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ f_0, & t \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} i(t=0) = 0, & t < 0 \\ f_0 = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt}, & t \geq 0 \end{cases}$$

$$i(t) = \frac{f_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \qquad \tau = \frac{L}{R}$$

i funzione continua nel tempo però è possibile un salto in V





A regime un induttore è equipotenziale quindi no ΔV ai capi

$$V_L = L\frac{di}{dt} = f_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Energia

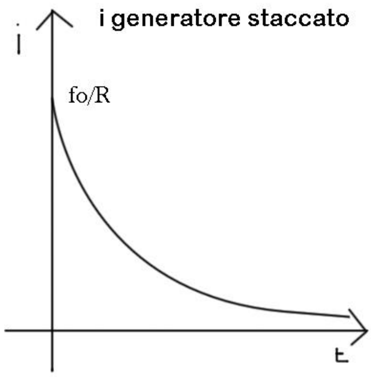
$$U_L(t \to \infty) = \frac{1}{2}Li^2(\infty)$$

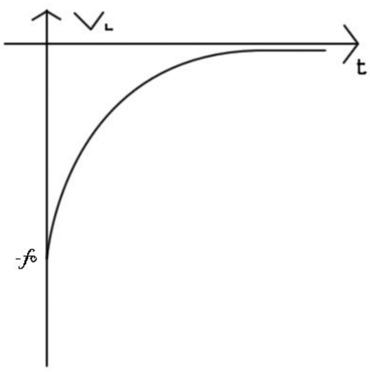
Quando stacco il generatore e lascio solo l'induttore e un resistore l'energia dell'induttore si scarica sul resistore e la corrente fluisce al contrario.

$$\begin{cases} 0 = Ri + L\frac{di}{dt} \\ i(t=0) = f_0/R \end{cases}$$

$$\int_{\frac{f_0}{R}}^{i(t)} \frac{di}{i} = -\int_0^t \frac{dt}{\tau} \Rightarrow \ln i \Big|_{\frac{f_0}{R}}^{i(t)} = -\frac{t}{\tau}$$

$$V_L = L\frac{di}{dt} \qquad V_L(t) = -f_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$





Energia complessiva che si scarica per effetto joule sulla resistenza

$$E_j = \frac{1}{2}L\left(\frac{f_0}{R}\right)^2$$

Circuito R-C in SERIE

$$\begin{cases} Q_0 = 0 \\ f_0 = Ri(t) + \dfrac{Q(t)}{C} \end{cases}$$

$$i(t) = \frac{dQ}{dt}$$

$$f_0 = R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q(t)}{C}$$

$$Q(t) = Q(t = \infty)\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

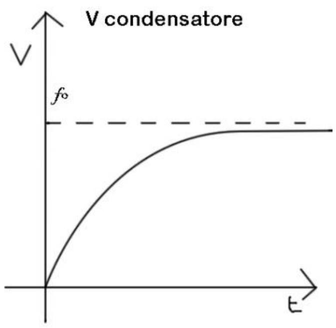
$$\tau = RC$$

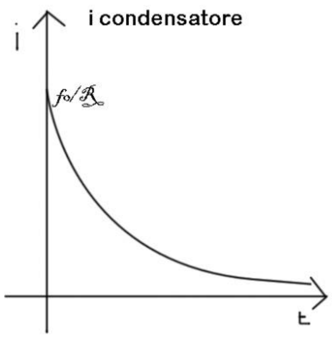
$Q(t \to \infty)$=C$V_c(\infty)$ a regime non scorre più corrente quindi il potenziale del resistore diventa $V_R = Ri = 0\ perchè\ i = 0$

$$Q(t) = Cf_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \;=>\; i(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{f_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_c(t) = f_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Condensatore ΔV funzione continua nel tempo, i può avere discontinuità





Qual è il bilancio energetico??

$$dL_{gen} = f_0 dQ = f_0 i dt$$

$$L = \int_0^{\infty} f_0 i(t)dt = \int_{Q=0}^{Q=\infty} f_0 dq = f_0 Q_\infty = f_0 C f_0 = C{f_0}^2$$

$$L_{gen} = U_{fin,C} + E_j$$

$$U_{fin,C} = \frac{1}{2}C{f_0}^2 \qquad E_j = \frac{1}{2}C{f_0}^2$$

Quindi metà energia se ne va in calore

Scarica del condensatore, dopo che stacco il generatore la corrente fluisce al contrario

$$\begin{cases} Q_0 = Cf_0 \\ 0 = \dfrac{Q}{C} + R\dfrac{dQ}{dt} \end{cases}$$

$$Q(t) = Cf_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad V_c(t) = f_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad i(t) = \frac{dQ}{dt} = -\frac{f_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$