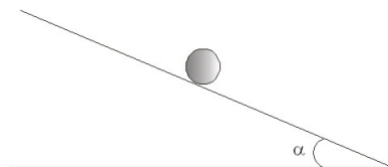




**SAPIENZA, UNIVERSITA' di ROMA**  
**Ingegneria Informatica e Automatica**  
**Esame di FISICA – 26.01.2024**  
**A.A. 2022-2023 (12 CFU) – Proff. M.Petrarca – M. Toppi**

**Esercizio 1**

Su un piano inclinato partono da fermi e dalla stessa posizione i seguenti tre corpi rigidi: una sfera, un anello e un disco aventi stessa massa e raggio. Determinare l'ordine di arrivo dei corpi alla fine del percorso supponendo che il moto sia di puro rotolamento. Nel caso del disco, determinare l'accelerazione e la forza di attrito statico agente durante il moto. Quanto vale l'angolo di inclinazione massimo affinché il moto rimanga di puro rotolamento (si consideri un coefficiente di attrito statico pari a  $\mu_s$ ) ?

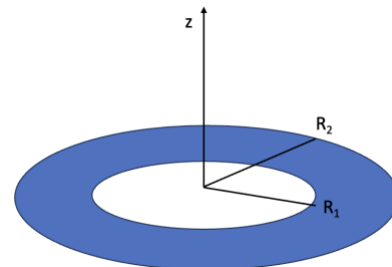


**Esercizio 2**

Un pezzo di ghiaccio di massa  $m_1 = 30$  g e alla temperatura iniziale di  $T_1 = 258$  K, viene immerso in un contenitore adiabatico contenente  $m_2 = 50$  g di acqua alla temperatura  $T_2 = 333$  K. Determinare la temperatura di equilibrio  $T_e$  ricordando che: calore specifico acqua =  $4186.8$  J/kg K; calore specifico ghiaccio:  $2051.5$  J/kg K e il calore latente di fusione dell'acqua è  $3.3 \cdot 10^5$  J/kg

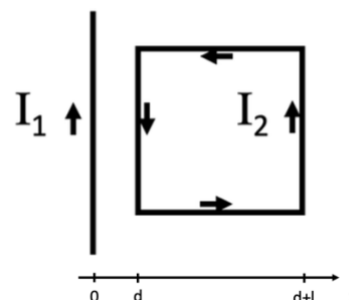
**Esercizio 3**

Una distribuzione di carica superficiale  $\sigma$  è distribuita su un sottile disco bucato di raggio interno  $R_1$  e raggio esterno  $R_2$ . Calcolare il modulo, direzione e verso del campo elettrico presente sull'asse del disco a distanza  $z$ .



**Esercizio 4**

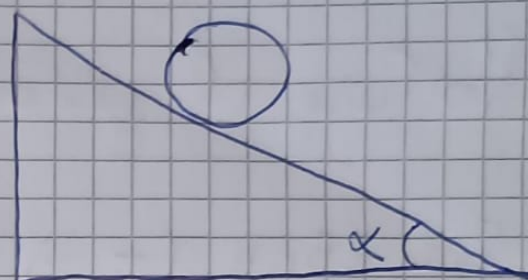
Una spira quadrata di lato  $l = 1$  cm è percorsa da una corrente  $I_2 = 2$  A. Un filo rettilineo, coplanare alla spira, percorso da corrente  $I_1 = 10$  A è posto ad una distanza  $d = 2$  cm da uno dei lati della spira. Determinare la forza complessiva che agisce sul filo.



Ex 10.1

$$m g \sin \theta - f = m a_c$$

$$f R = I_c \alpha = \frac{a_c R}{R}$$



$$a_{cm} = \frac{g \sin \theta}{1 + \frac{K^2}{R^2}}$$

$$f = \frac{m g \sin \theta}{1 + \left(\frac{K^2}{R^2}\right)^{-1}}$$

$$I = m K^2$$

$$f \leq \mu_s m g \cos \theta \Rightarrow g \sin \theta \leq \mu_s \left(1 + \frac{R^2}{K^2}\right)$$

$$\theta_{max} = \arctan \mu_s \left(1 + \frac{R^2}{K^2}\right)$$

Ordine di Arrivo:

- 1) Sfera:  $(K^2/R^2) = 2/5 \Rightarrow v_{cm} = \sqrt{1.43 gh}$
- 2) Disco:  $(K^2/R^2) = 1/2 \Rightarrow v_{cm} = \sqrt{1.33 gh}$
- 3) Anello:  $(K^2/R^2) = 1 \Rightarrow v_{cm} = \sqrt{gh}$

Conservazione Energia:

$$mgh = \frac{1}{2} I_c \omega^2 + \frac{1}{2} m v_{cm}^2 = \frac{1}{2} m K^2 \frac{v_{cm}^2}{R^2} + \frac{1}{2} m v_{cm}^2$$

$$v_{cm} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \left(\frac{K}{R}\right)^2}}$$



Portare il ghiaccio a fusione ( $T_1 \rightarrow T_0$ )

$$T_1 = 258K (-15^\circ C)$$

$$T_0 = 273K (0^\circ C)$$

$$Q_1 = m c_g (T_0 - T_1)$$

$c_g$  = calore specifico  
ghiaccio

Per fondere una massa  $m$  di ghiaccio

$$Q_2 = m \lambda$$

$\lambda$  = calore latente fusione

L'acqua può cedere al massimo il calore

$$Q_3 = m_2 c (T_2 - T_0) \quad \text{portando (l'acqua) a temperatura } T_0.$$

Se  $Q_3 > Q_1 + Q_2$  ghiaccio fonde tutto e  $T_e > T_0$

Altrimenti  $T_e = T_0$  e solo una porzione del ghiaccio fonde. Oppure l'acqua potrebbe solidificare tutta o solo in parte.

$$Q_1 = 0.03 \times 2051.5 \times 15 = 923 \text{ J}$$

$$Q_2 = 0.03 \times 3.3 \cdot 10^5 = 9900 \text{ J}$$

$$Q_3 = 0.05 \times 4186.8 \times 40 = 12560 \text{ J}$$

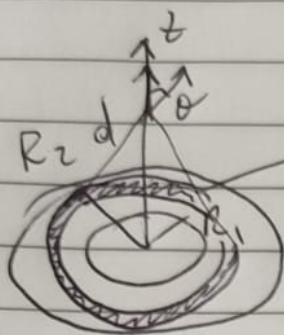
Principle:  $Q_3 > Q_1 + Q_2$

Principle:

$$m_1 c_g (T_0 - T_1) + m_1 \lambda + m_1 c (T_e - T_0) = - m_2 c (T_e - T_2)$$

$$T_e = 278.8 \text{ K} = 6.6^\circ \text{C}$$





$$dq = 2\pi r_1 \sigma dr$$

SPIRA

$$d = \sqrt{r^2 + z^2}$$

$$\cos \theta = \frac{z}{d}$$

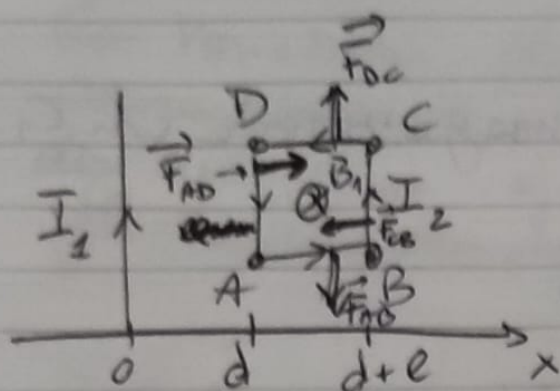
$$dE_z(z) = \frac{dq^{\text{SPIRA}}}{4\pi\epsilon_0 d^2} \cos \theta = \frac{2\pi r_1 \sigma dr}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + z^2)} \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \Rightarrow$$

$$E_z^{\text{DISCO}}(z) = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} z \int_{R_1}^{R_2} \frac{2r dr}{(r^2 + z^2)^{3/2}} = \left. \begin{array}{l} y = r^2 + z^2 \\ dy = 2r dr \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow E_z^{\text{DISCO}}(z) = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} 2z \left( \frac{1}{\sqrt{z^2 + R_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{z^2 + R_2^2}} \right)$$

$$E_z^{\text{DISCO}}(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[ \frac{z}{\sqrt{z^2 + R_1^2}} - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R_2^2}} \right]$$

## Esercizio 4



Dalla II legge di Laplace

$$d\vec{F} = i d\vec{s} \wedge \vec{B}$$

Calcolo le forze esercitate

da del filo sui 4 lati della spira quadrata

$$\vec{F}_{DC} = -\vec{F}_{AB} \Rightarrow \text{risultante nulla } (|\vec{F}_{DC}| = |\vec{F}_{AB}|)$$

Determino  $\vec{F}_{AD}$  e  $\vec{F}_{BC}$ :  $B_1(x) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$

$$\vec{F}_{AD} = \left( \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \right) l \hat{u}_x$$

$$\vec{F}_{BC} = \left( \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi (d+l)} \right) l (-\hat{u}_x) \quad |\vec{F}_{AB}| > |\vec{F}_{BC}|$$

La forza risultante esercitata dal filo sulla spira sarà:

$$\vec{F}_{SPIRA} = \left( \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \right) \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d+l} \right) \hat{u}_x$$

$$\vec{F}_{FILO} = -\vec{F}_{SPIRA} \quad \text{con} \quad |\vec{F}_{FILO}| \approx 6.7 \times 10^{-7} \text{ N}$$