FISICA

Velocità moto rettilineo

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Velocità istantanea è la derivata

$$v = \frac{dx}{dt}$$

Formula inversa

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t)dt$$

Relazione tra velocità media e velocità istantanea

$$v_m = \frac{1}{t - t_0} + \int_{t_0}^{t} v(t)dt$$

Moto rettilineo uniforme v=costante

$$x(t) = x_0 + v\int_{t_0}^{t} dt = x_0 + v\,(t - t_0) \quad , \quad x(t) = x_0 + vt$$

La seconda espressione vale se $t_0 = 0$

Accelerazione nel moto rettilineo

$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Accelerazione istantanea

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Accelerazione istantanea è dunque la derivata della velocità rispetto al tempo, ovvero la derivata seconda dello spazio rispetto al tempo.

Formula inversa

$$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t)dt$$

Moto rettilineo uniformemente accelerato

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

Se t_0=0 $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$v^2(x) = v_0^2 + 2a(x - x_0)$

Moto verticale di un corpo

tempo di caduta $t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ velocità di caduta $v_c = \sqrt{2gh}$

se invece il punto è lanciato verso il basso (x0=h e v0=-v1)

$v(t) = -v_1 - gt \quad , \quad x(t) = h - v_1 t - \frac{1}{2}gt^2$

$t_c = -\frac{v_1}{g} + \sqrt{\frac{v_1^2}{g^2} + \frac{2h}{g}} \quad , \quad v_c = \sqrt{v_1^2 + 2gh}$

Se il punto viene lanciato verso l'alto con velocità v2 ma partendo dal suolo le condizioni iniziali sono x0=0 e v0=v2>0 per t=0

$v = v_2 - gt \quad , \quad x = v_2 t - \frac{1}{2}gt^2$

Moto armonico semplice

$x(t) = \mathrm{A}\sin(\omega t + \phi)$

A = ampiezza del moto , $\omega t + \phi$ fase del moto , ϕ fase iniziale , ω pulsazione.

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ ovvero $\omega = \frac{2\pi}{t}$

Si definisce frequenza ν del moto il numero di oscillazioni in un secondo

$$\nu = \frac{1}{t} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Velocità

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \omega\mathrm{A}\cos(\omega t + \phi)$$

Accelerazione

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2\mathrm{A}\sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 x(t)$$

$v^2(x) = v_0^2 + \omega^2(x_0^2 - x^2)$

Con riferimento al centro dove $x_0 = 0$ e $v_0 = \omega\mathrm{A}$

$v^2(x) = \omega^2(A^2 - x^2)$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{v_0}\right)$$

$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$ x_0 istante iniziale e v_0 istante iniziale

Moto parabolico

Leggi orarie dei moti proiettati sugli assi sono:

$x(t) = v_0\cos\theta\, t$ $y(t) = v_0\sin\theta\, t - \frac{1}{2}gt^2$

$v_x(t) = v_{ox}$ $v_y(t) = v_{0y} - gt$

Dove $v_{ox} = v_0\cos\theta$ e $v_{0y} = v_0\sin\theta$

Traiettoria

$$y(x) = x\tan\theta - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2$$

Angolo che il vettore velocità forma con l'asse orizzontale

$$\tan\emptyset = \frac{v_y}{v_x} = \tan\theta - \frac{g}{v_0\cos\theta}t = \tan\theta - \frac{g}{v_0^2\cos^2\theta}x$$

Gittata

$$x_G = \frac{2v_0^2\cos^2\theta\tan\theta}{g} = \frac{2v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g} = \frac{v_0^2\sin 2\theta}{g} = 2x_M \quad \text{con } 2x_M = \frac{v_0^2\cos\theta\sin\theta}{g}$$

Altezza massima

$$y(x_M) = y_M = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$$

Il tempo totale di volo

$$t_G = \frac{2x_m}{v_0\cos\theta} = \frac{2v_0\sin\theta}{g} = 2t_M$$

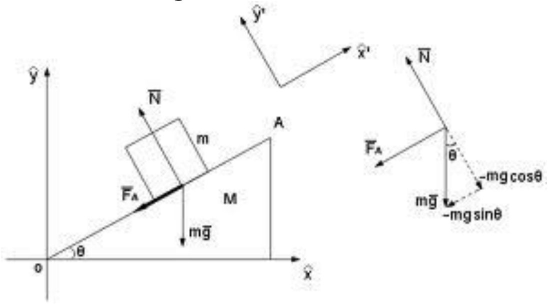
Iterazione gravitazionale

$$F = G\frac{Mm}{d^2}$$

$$G = 6{,}7x10^{-11}\frac{Nm^2}{Kg^2}$$

$$R_T = 6{,}4x10^6 m$$

$$M = 6x10^{24} Kg$$



P=(0, -mg) =ma

$$F_{TOT} = P + N = ma$$

$F_{tot}^x = ma_x \qquad F_{tot}^x = P_x + N_x = P\sin\theta + 0$

$F_{tot}^y = ma_y$=0 $\qquad F_{tot}^y = P_y + N_y = P\cos\theta + N = 0 \;\rightarrow N = P\cos\theta = mg\cos\theta$

$$a_x = \frac{P}{m}\sin\theta = g\sin\theta$$

Forza di attrito radente

Statico

$x)\; mg\sin\theta - F_a = 0 \Longrightarrow F_a = mg\sin\theta \qquad F_a = -N\mu_s$

$y) - mg\cos\theta \; + N = 0 \Longrightarrow N = mg\cos\theta$

Angolo per cui il corpo scivola

$\tan\theta \leq \mu_s \qquad \theta = \tan^{-1}(\mu_s)$

Dinamico

$x)\; mg\sin\theta - F_a = ma_x \qquad F_a = -N\mu_d$

$y) - mg\cos\theta \; + N = 0 \Longrightarrow N = mg\cos\theta$

g$(\sin\theta - \mu_d\cos\theta) = a_x$

Forza elastica

$$F = -k(l - l_0) = -kx$$

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{kx}{m} = -\omega^2 x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad , \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Forza di attrito viscoso

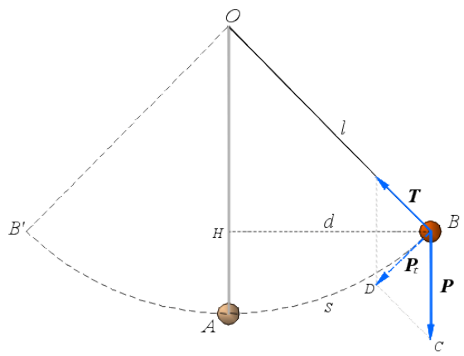
$$F = -bv$$

$$v(t) = \frac{g}{k}(1 - e^{-kt})$$

Forze centripete

$$F_N = ma_N = \frac{mv^2}{r}$$

Pendolo semplice (pg. 72)



$$F_N = \frac{mv^2}{l} = m\omega^2 l \quad , \quad a = \frac{v^2}{l} \quad , \quad \omega = \frac{d\theta}{dt}$$
$$F_T = m\frac{dv}{dt} \quad , \quad v = \omega l$$
$$F_T = -mg\sin\theta = ma_T \quad , \quad F_N = T_F - mg\cos\theta = ma_N$$
$$a_T = l\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad ; \quad inoltre\ a_N = \frac{v^2}{l}$$
$$\Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\sin\theta \quad , \quad m\frac{v^2}{l} = T_F - mg\cos\theta$$
$$AH = r(1-\cos\theta) \qquad F_N = ma_v = \frac{mv^2}{r}$$
$$T_{max} = mg + \frac{mv^2}{r} = mg(3 - 2\cos\theta)$$

Per piccole oscillazioni

$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0$ $e\ coincide\ con\ quella\ del\ moto\ armnico\ semplice\ posto\ \omega^2 = g/l$

Legge oraria del moto

$\theta = \theta_0 \sin(\omega t + \phi)$

Periodo del moto T

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ed è indipendente dall'ampiezza

Legge oraria dello spostamento

$s = l\theta = l\theta_0 \sin(\omega t + \phi)$

Velocità angolare e velocità lineare

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \omega\theta_0\cos(\omega t + \phi)$$
$$v = \frac{ds}{dt} = l\frac{d\theta}{dt} = l\omega\theta_0\cos(\omega t + \phi)$$

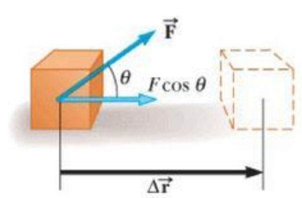
Tensione del filo

$$T_F = m[g\cos\theta(t) + \frac{v^2(t)}{l}]$$

Massimo valore di θ

$\theta(t) = \theta_m \sin(\Omega t + \varphi) \rightarrow \Omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad , \quad T = \frac{2\pi}{\Omega}$ periodo

Il lavoro (pg. 86)



Il lavoro W compiuto dalla forza per lo spostamento Δs è definito come il prodotto scalare della forza per lo spostamento.

$W = F\ \Delta s = F\ \Delta s\cos\theta = F_T\Delta s \quad \Leftrightarrow \quad W_{AB} = F\cos\theta\,(x_B - x_A)$
dove θ è l'angolo tra F e Δs e $F_T = F\cos\theta$ è la proiezione della forza lungo la direzione dello spostamento.

$$W = \int_A^B F ds = \int_A^B F\cos\theta\, ds = \int_A^B F_T ds$$

Il lavoro è integrale di linea della forza lungo lo spostamento.

Potenza

Corrisponde al lavoro per unità di tempo.

$P = \frac{dW}{dt} = F\frac{dr}{dt} = Fv = F_T v$ questa è la potenza istantanea.

Energia cinetica (Teorema delle forze vive)

$$W = \int_A^B mvdv = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = E_{c(B)} - E_{c(A)} = \Delta E_c$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Qualunque sia la forza che agisce nello spostamento di un punto materiale dalla posizione A alla posizione B il lavoro fatto dalla forza è uguale alla variazione dell'energia cinetica del punto materiale stesso.

Lavoro della forza Peso

$$W = -(mgy_B - mgy_A) = -(E_{p,B} - E_{p,A}) = -\Delta E_p \qquad dove\ E_p = mgy\ energ.pot.della\ forza\ peso$$

Il lavoro della forza peso è uguale all'opposto della variazione dell'energia potenziale della forza peso durante lo spostamento da A a B e pertanto non dipende dalla particolare traiettoria che collega A e B.

Lavoro di una forza Elastica

$$W = \int_A^B -kxu_x\, dxu_x = -k\int_A^B xdx = \frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_B^2 = \Delta E_p \qquad dove\ E_p = \frac{1}{2}kx^2\ \ energ.pot.el.$$

Il lavoro è espresso come l'opposto della variazione dell'energia potenziale tra la posizione finale e iniziale.

Lavoro di una forza di Attrito Radente

$$W = \int_A^B F_{ad}\, ds = \int_A^B \mu_d N u_v\, ds = -\mu_d N \int_A^B ds$$

$$dove \int_A^B ds\ \text{è}\ la\ lunghezza\ del\ percorso\ A\ B\ misurata\ lungo\ la\ traiettoria\ effettiva\ del\ punto\ materiale$$

Il lavoro della forza di attrito radente dipende dal percorso e non è esprimibile come differenza dei valori di una funzione delle coordinate nei punti A e B.

Forze Conservative. Energia Potenziale.

Nel lavoro della forza peso e forza elastica il lavoro viene a dipendere solo dalle coordinate delle posizioni A e B e non dal particolare percorso che congiunge A e B. Si chiamano FORZE CONSERVATIVE.
Di conseguenza lungo un qualsiasi percorso chiuso il lavoro è nullo:

$$\oint Fds = 0$$

Energia potenziale

$$W = E_{p,A} - E_{p,B} = -\Delta E_p$$

Riassumendo:

- Per tutte le forze conservative il lavoro si esprime sempre come l'opposto della variazione dell'energia potenziale relativa alla specifica forza;
-
- Non esiste una formula generale dell'energia potenziale, ma l'espressione esplicita dell'energia potenziale dipende dalla particolare forza conservativa cui essa si riferisce;
-
- Nei due casi che abbiamo discusso si è ottenuto, rispettivamente per la forza peso e la forza elasttica,

  $$E_{p,peso} = mgy \quad , \quad E_{p,el} = \frac{1}{2}kx^2$$

Conservazione dell'energia meccanica

$$E_{k,A} + E_{p,A} = E_{k,B} + E_{p,B}$$

La somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale di un punto materiale che si muove sotto l'azione di forze conservative resta costante durante il moto, ossia si conserva.