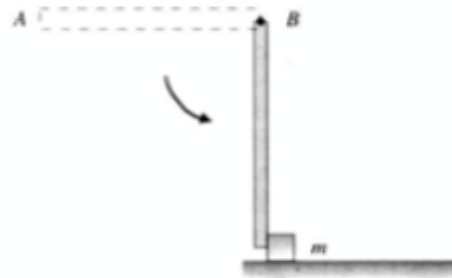


*Tutte le equazioni devono essere esplicitate in forma analitica prima di inserire i valori numerici. Esplicitare l'analisi dimensionale della soluzione finale. L'esercizio deve essere svolto in maniera sequenziale e ben discussa. Soluzioni numeriche devono essere riportate nel SI.*

### PROBLEMA 1

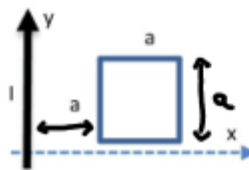
Un'asta  $AB$ , di lunghezza  $L=1.2\text{m}$  e massa  $M=0.5\text{ kg}$ , è incernierata nel suo estremo  $B$  ad un perno fisso orizzontale e può oscillare senza attrito in un piano verticale. Nell'istante  $t = 0$  l'asta, che è in quiete in posizione orizzontale, viene lasciata libera di ruotare. Raggiunta la posizione verticale l'asta urta un corpo, inizialmente fermo, di massa  $m = 0.25\text{ kg}$ , che parte con velocità  $v_0$  orizzontale, mentre l'asta si ferma. Calcolare:

- 1) analiticamente il momento d'inerzia dell'asta rispetto al centro di massa dell'asta.
- 2) la velocità angolare dell'asta un istante prima dell'urto;  $\omega_{\text{pre}}$
- 3) la velocità  $v_{\text{app}}$
- 4) l'energia cinetica dissipata nell'urto; di che tipo di urto si parla?



### PROBLEMA 2

Una spira quadrata conduttrice di lato  $a=5\text{ cm}$  giace sul piano  $xy$ . Un lato della spira è parallelo all'asse  $y$  e si trova ad una distanza  $a$  dall'asse stesso. Un filo conduttore rettilineo infinito coincide con l'asse  $y$ . Lungo il filo scorre la corrente  $I(t) = I_0 \sin(2\pi ft)$  di ampiezza  $I_0 = 10\text{A}$  e frequenza di  $1\text{kHz}$ . Calcolare il valore massimo della forza elettromotrice indotta nella spira. Sapendo che la spira ha una resistenza intrinseca pari a  $R=100\text{ Ohm}$ , quanto vale il massimo della corrente indotta nella spira?



#### Punto 1

Il momento di inerzia di un corpo si può calcolare impostando l'integrale della sua definizione:

$$\boxed{I_{CM}} = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{M}{L} x^2 dx = \frac{M}{L} \left[ \frac{x^3}{3} \right]_{-L/2}^{L/2} = \boxed{\frac{ML^2}{12}} \quad (4)$$

#### Punto 2

Per calcolare la velocità angolare nell'istante prima dell'urto con il corpo si utilizza la

conservazione dell'energia meccanica in quanto si è in presenza di sole forze conservative (forza peso) prendendo come riferimento per l'energia potenziale il livello in cui giace il corpo:

$$E_i = E_f \Rightarrow MgL = Mg\frac{L}{2} + \frac{1}{2}I\omega_f^2 \quad (5)$$

con  $I = I_{CM} + ML^2/4 = ML^2/3$

$$\omega_f^2 = \frac{MgL}{\frac{ML^2}{3}} = \frac{3g}{L} \Rightarrow \boxed{\omega_f} = \sqrt{\frac{3g}{L}} = \boxed{4.95 \text{ rad/s}} \quad (6)$$

#### Punto 3

Per calcolare la velocità del corpo appena urtato si usa la conservazione del momento angolare prendendo come polo di osservazione il perno fisso dell'asta in quanto unico punto fermo del sistema :

$$M_i = M_f \Rightarrow I\omega_f = mv_0L \Rightarrow \boxed{v_0} = \frac{I\omega_f}{m} = \boxed{3.96 \text{ m/s}} \quad (7)$$

#### Punto 4

Per calcolare l'energia cinetica dissipata nell'urto si usa la differenza tra l'energia cinetica del corpo appena urtato e quella dell'asta prima dell'urto:

$$\boxed{\Delta E} = \frac{1}{2} (mv_0^2 - I\omega_f^2) = \boxed{-0.98 \text{ J}} \quad (8)$$

Essendo diversa da 0 l'urto non è elastico.

## Esercizio 2

Il flusso del vettore induzione magnetica generato dalla corrente  $I(t) = I_0 \sin(2\pi ft)$  attraverso la spira è:

$$\Phi(\vec{B}) = \int_a^{2a} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I(t)}{x} a dx = \frac{\mu_0}{2\pi} a I(t) \ln 2$$

La forza elettromotrice indotta nella spira è:

$$f_i = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -\mu_0 a f I_0 \ln 2 \cos(2\pi ft)$$

Per cui:

$$f_{imax} = \mu_0 a f I_0 \ln 2$$

$$f_{imax} = 43,5 \cdot 10^{-5} \text{ V}$$