

# Fisica I e II Formulario

Daniele Fedeli

September 14, 2019

## 1 Meccanica

### 1.1 Moto

#### 1.1.1 Moto rettilineo

Se  $t_0 = 0$

Uniforme:  $x(t) = x_0 + v_0 t$

Uniformemente accelerato:  $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Velocità dipendente dallo spazio:  
 $v^2(x) = v_0^2 + 2a(x - x_0)$

#### 1.1.2 Moto verticale

Se  $t_0 = 0$

Velocità verticale:  $v(t) = -gt$

Posizione:  $h(t) = h_0 - \frac{1}{2} g t^2$

Tempo caduta:  $t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Velocità caduta:  $\sqrt{2gh}$

#### 1.1.3 Moto armonico

Se  $t_0 = 0$

Posizione:  $x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$

Velocità:  $x(t) = \omega A \cos(\omega t + \phi)$

Accelerazione:  $x(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 x(t)$

Periodo:  $\frac{2\pi}{\omega}$

Frequenza:  $f = \frac{1}{T}$

#### 1.1.4 Moto circolare

Accelerazione:  $\frac{dv}{dt} u_t + \frac{v^2}{r} u_n$

Accelerazione Normale:  $a_n = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$

Accelerazione Tangenziale:  $\alpha = \frac{r}{dw} \frac{dw}{dt}$

Forza Tangenziale:  $F_t = m \frac{dv}{dt} u_t$

Forza Centripeta:  $F_n = m \frac{v^2}{r} u_n$

#### 1.1.5 Moto parabolico

Velocità x:  $v_x = v_0 \cos \theta$

Velocità y:  $v_y = v_0 \sin \theta - gt$

Altezza massima:  $h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$

Gittata:  $x_g = \frac{2v_0^2 \cos^2 \theta \tan \theta}{g}$

## 1.2 Forze

### 1.2.1 Leggi di newton

Principio della dinamica:  $F = ma \cos(\theta)$

Quantità di moto:  $p = mv, F = \frac{dP}{dt}$

Impulso:  $J = m(v - v_0)$

Forza d'attrito:  $F_{ad} = \mu_d N$

Accelerazione piano inclinato:

$a = \frac{F}{m} = g(\sin \theta - \mu_d \cos \theta)$

### 1.2.2 Molla

Forza elastica:  $F_{el} = -k(x - x_0)$

Accelerazione angolare molla:  $\omega^2 = \frac{k}{m}$

Periodo Molla:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$

### 1.2.3 Pendolo

Tensione Filo:  $a = \frac{F}{\sum m}$

Pendolo Semplice Periodo:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

Pendolo legge oraria:  $s = L\Theta = L\Theta_0 \sin(\omega t + \phi)$

Tensione filo pendolo:  $T_f = m[g \cos \theta(t) + \frac{v^2(t)}{L}]$

## 1.3 Dinamica del punto

### 1.3.1 Lavoro, potenza, energia cinetica

Lavoro:  $W = F\Delta s \cos \theta$

Potenza:  $P = \frac{dW}{dt} = Fv$

Energia cinetica:  $E_k = \frac{1}{2}m\Delta v^2$

Energia potenziale:  $E_p = mg \cdot r_{ab}$

Lavoro:  $W = -\Delta E_p$

Lavoro forza elastica:  $W = -\frac{1}{2}k\Delta x^2$

Forze non conservative:  $E_{p,A} - E_{p,B} +$

$W_{nc} = E_{k,B} - E_{k,A}$

### 1.4 Momento angolare, momento della forza

Momento angolare:  $L = r \times p$

Momento della forza:  $M = r \times F = \frac{dL}{dt}$

## 1.5 Dinamica dei punti materiali

Centro di massa:  $r_{cm} = \frac{\sum_i m_i r_i}{\sum_i m_i}$

Velocità centro di massa:  $v_{cm} = \frac{P}{m}$

Momento angolare:  $L = \sum_i r_i \times m_i v_i$

Th. di Konig:  $E_k = E_k + \frac{1}{2}mv_{cm}^2$

## 1.6 Corpo rigido

### 1.6.1 Rotazioni rigide

Momento di inerzia z:  $L_z = I_z \omega$

Moto di rotazione:  $M = I_z \alpha$

Energia cinetica:  $E_k = \frac{1}{2}I_z \omega^2$

Lavoro:  $W = \int_0^\theta M d\theta$

Potenza:  $P = \frac{dW}{dt} = M \frac{d\theta}{dt} = M\omega$

### 1.6.2 Momento di inerzia

*anello* =  $mR^2$

*disco* =  $\frac{1}{2}mR^2$

*guscio cilindrico sottile* =  $mR^2$

*cilindro pieno* =  $\frac{1}{2}mR^2$

*guscio sferico sottile* =  $\frac{2}{3}mR^2$

*sfera piena* =  $\frac{2}{5}mR^2$

*asta sottile* =  $\frac{1}{12}md^2$

*lastra* =  $\frac{1}{2}m(a^2 + b^2)$

Th. Huygens-Steinger:  $I = I_c + md^2$

## 1.7 Pendolo composto e puro rotolamento

Pendolo composto periodo:  $2\pi\sqrt{\frac{I}{mg}}$

## 1.8 Urti

Completamente anaelastico:  $v_{cm} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

$$E_k = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{cm}^2 - \frac{1}{2}m_1v_1^2 - \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

Elastico:

$$v_{1,fin} = \frac{(m_1 - m_2)v_{1,in} + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_{2,fin} = \frac{(m_2 - m_1)v_{2,in} + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

## 2 Termodinamica

### 2.1 Principio zero della termodinamica

*Se due sistemi A e b sono ciascuno in equilibrio con un terzo sistema C, allora essi sono in equilibrio termico tra di loro.*

Conversione:

$$t(C) = T(K) - 273.15$$

$$t(F) = \frac{9}{5}T(K) - 459.67$$

### 2.2 Calore

Lavoro:  $W_{ad} = -\Delta U = U_{in} - U_{fin}$

Calore scambiato:  $Q = -W$

### 2.3 Primo principio della termodinamica

*Se un sistema compie una trasformazione dallo stato A allo stato B, scambiando calore e lavoro con l'ambiente, Q e W dipendono dalla trasformazione che congiunge i due stati termodinamici, mentre la differenza Q - W risulta indipendente dalla trasformazione.*

$$Q - W = \Delta U$$

### 2.4 Calore specifico

*Il calore specifico rappresenta il calore che occorre scambiare con l'unità di massa di una data sostanza, alla temperature T, per farne variare la temperatura di 1 K.*

$$dQ = mc dT$$

### 2.5 Leggi dei gas

Legge isobara di Volta-Gay Lussac:  
 $V = V_0(1 + \alpha t)$

Legge isocora di Volta-Gay Lussac:  
 $P = P_0(1 + \beta t)$

$$\alpha = \beta = \frac{1}{273.15}C^{-1}$$

Numero di avogadro:  $N_a = 6.0221 \cdot 10^{26}$   
 molecole/kmol

Equazione di stato dei gas reali:

$$pV = nRT$$

$$R = p_0 V_m \alpha = 8.314 \text{ J/mol K}$$

### 2.6 Trasformazione di un gas, lavoro

*Il lavoro compiuto dal gas in una trasformazione ciclica reversibile è dato dall'area racchiusa dal ciclo stesso.*

### 2.7 Energia interna del gas

Relazione di mayer:  $c_p - c_v = R$

$$\text{Entalpia } H = U + pV$$

$$\Delta H = n \int_{T_a}^{T_b} c_p dT$$

## 2.8 Tipi di trasformazioni

Se la trasformazione è isocora  $Q = \Delta U$ ,

Se la trasformazione è isobara  $Q = \Delta H$ .

Se la trasformazione è isoterma

$$W_{ab} = \int_A^B p dV = \int_A^B \frac{nRT}{V} dV = nRT \int_A^B \frac{dV}{V} = nRT \log \frac{V_b}{V_a}.$$

## 2.9 Secondo principio della termodinamica

*E' impossibile realizzare un processo che abbia come unico risultato la trasformazione in lavoro del calore fornito da una sorgente a temperatura uniforme.*

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$$W_{max} = Q_a \eta_R = Q_a \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)$$

## 2.10 Teorema di clausius

Per una macchina che compie un ciclo reversibile si verifica:  $\oint \frac{dQ}{T} = 0$ . Se la macchina compie un ciclo irreversibile, il risultato dell'integrale è  $< 0$ .

## 2.11 Entropia

*Il valore dell'integrale  $\int_A^B \left(\frac{dQ}{T}\right)_{rev}$ , esteso ad una qualunque trasformazione reversibile che congiunge due stati di un sistema termodinamico, è sempre lo stesso, cioè non dipende dalla particolare trasformazione reversibile scelta per il calcolo.*

## 3 Elettromagnetismo

### 3.1 Forza e campo elettrostatico

Carica elettrone:  $e = 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Forza di coulomb:  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$  con

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

Campo elettrostatico:  $E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$

### 3.2 Lavoro elettrico

Lavoro elettrostatico:  $W_{AB} = \int_A^B F \cdot ds = q_0 \int_A^B E \cdot ds$

Oppure:  $W_{AB} = -\Delta U_e$

Potenziale elettrostatico:  $\Delta V = \frac{\Delta U_e}{q_0} =$

$$-\int_A^B E \cdot ds$$

Potenziale elettrostatico in un punto P:

$$V = -\int_{\infty}^P E \cdot ds$$

Potenziale elettrostatico di una carica

$$q: V = -\int_{\infty}^P E \cdot ds = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Energia potenziale di una carica q:  $U_e =$

$$q_0 V(r) = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Forza elettromotrice:  $\xi = \oint E \cdot ds$

Energia meccanica:  $\frac{1}{2}mv^2 + q_0 V = \text{cost}$

Momento di dipolo elettrico:  $p = qd$

### 3.3 Legge di gauss

Flusso di un campo elettrostatico:

$$\Phi(E) = \oint E \cdot u_n d\Sigma = \sum_i \frac{q_{i,int}}{\epsilon_0}$$

### 3.4 Conduttori, condensatori

I conduttori sono nello stato di equilibrio elettrostatico, quindi  $E = 0$  all'interno.

Capacità condensatore:  $C = \frac{q}{\Delta V}$

Energia campo elettrostatico:  $U_e =$

$$\frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$$

Densità di energia elettrostatica:  $u_e = \frac{U_e}{\tau} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$

### 3.5 Corrente

Corrente istantanea:  $\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$

Densità di corrente:  $j = n_+ evd$  Oppure  $j = \frac{i}{S}$

Conduttività elettrica:  $\sigma = \frac{j}{E}$

Legge di ohm:  $V = Ri$

Potenza Elettrica:  $P = \frac{dW}{dt} = Vi$

Lavoro:  $W = \int_0^t Ri^2 dt$

### 3.6 Forza elettromotrice

Circuito chiuso:  $\xi = \oint E \cdot ds = R_T i$

Potenza elettrica:  $P = \xi i = Ri^2 + ri^2 + R_T i^2$

### 3.7 Carica e scarica di un condensatore

Carica:

$$q(t) = C\xi(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$V_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \xi(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\xi}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$V_R(t) = Ri(t) = \xi e^{-\frac{t}{RC}}$$

Scarica:

$$q(t) = q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$V_C = \frac{q}{C} = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{V_C}{R}$$

### 3.8 Campo magnetico

Forza di Lorentz:  $F = qv \times B$  In funzione della corrente:  $dF = ids \times B$

### 3.9 Momenti meccanici su circuiti piani

Momento meccanico della coppia di forze:  $M = b \sin \theta F = iadbB \sin \theta = i \Sigma B \sin \theta$

Energia potenziale dipolo magnetico:  $U_p = -m \cdot B = -i \Sigma B \cos \theta$

Legame energia potenziale e momento:  $M = -\frac{dU_p}{d\theta} = -mB \sin \theta$

### 3.10 Moto di una particella carica in un campo magnetico

#### 3.10.1 $\theta = \frac{\pi}{2}$

Raggio di curvatura:  $r = \frac{mv}{qB}$

velocità angolare:  $\omega = -\frac{q}{m}B$

Periodo:  $T = \frac{2\pi m}{qB}$

#### 3.10.2 $\theta$ generico

Raggio di curvatura:  $r = \frac{mv \sin \theta}{qB}$

Passo d'elica:  $p = v_p T = \frac{2\pi mv \cos \theta}{qB}$

### 3.11 Campo magnetico prodotto da una corrente

Permeabilità magnetica del vuoto:

$$\mu_0 = 4\pi k_m = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$$

Prima legge di laplace:  $dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{ds \times u_r}{r^2}$

Campo magnetico da un circuito chiuso:

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \oint \frac{ds \times u_r}{r^2}$$

Campo magnetico prodotto da una

carica in moto:  $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \times u_r}{r^2}$

### 3.12 Calcoli di campi magnetici prodotti da circuiti particolari *attraverso una superficie chiusa è sempre nulle.*

#### 3.12.1 Filo rettilineo

Lunghezza  $2a$  e raggio  $R$ , campo magnetico prodotto:  $B = \frac{\mu_0 i a}{2\pi R \sqrt{R^2 + a^2}} u_\phi$   
 Se facciamo tendere  $a$  all'infinito e  $\theta$  a 0:  $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} u_\phi$

#### 3.12.2 Spira circolare

Campo magnetico dipendente da  $x$ :  
 $B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} u_n$   
 Campo magnetico  $x = 0$ :  $B = \frac{\mu_0 i}{2R} u_n$   
 Campo magnetico  $x = \infty$ :  $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2i\pi R^2}{x^3} u_n$

#### 3.12.3 Solenoide rettilineo

Numero spire diviso lunghezza:  $n = \frac{N}{d}$   
 Campo magnetico al centro  $x = 0$ :  
 $B = \mu_0 n i \frac{d}{\sqrt{d^2 + R^2}}$

### 3.13 Azioni elettrodinamiche tra fili percorsi da corrente

$F_{1,2} = F_{2,1} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r}$   
 Legge di Ampère: *L'integrale di linea del campo magnetico  $B$  lungo una linea chiusa è uguale alla somma delle correnti concatenate, moltiplicata per  $u_0$*   
 $\oint B \cdot ds = \mu_0 i$   
 Legge di Gauss:  $\Phi(B) = \oint B \cdot u_n d\Sigma = 0$   
*Il flusso del campo magnetico  $B$*

### 3.14 Campi magnetici variabili nel tempo

Legge di Faraday:  $\xi_i = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$   
*Ogni qualvolta il flusso del campo magnetico  $\Phi(B)$  concatenato con un circuito varia nel tempo si ha nel circuito una forza elettromotrice indotta data dall'opposto delle derivate del flusso nel tempo.*

Se  $R$  è la resistenza del circuito, in esso circola la corrente  $i = \frac{\xi_i}{R}$ .

Legge di Lenz: *L'effetto della forza elettromotrice indotta è sempre tale da opporsi alla causa che l'ha generata; pertanto la forza elettromotrice che si manifesta nel circuito è tale da produrre una corrente indotta i cui effetti magnetici si oppongono alle variazioni del flusso  $\Phi(B)$  concatenato con il circuito stesso.*

### 3.15 Energia magnetica

Potenza erogata:  $\xi i = Ri^2 + Li \frac{di}{dt}$   
 Lavoro:  $\int i i dt = Ri^2 dt + Li di$   
 Energia intrinseca della corrente:  $U_L = \frac{1}{2} Li^2$   
 Energia magnetica totale:  $U_m = \int_\tau \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau$

### 3.16 Legge di Ampère-Maxwell

*I campi magnetici sono prodotto sia dalle correnti di conduzione che da variazioni temporali del campo elettrico.*  
 $\oint B \cdot ds = \mu_0(i_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi(E)}{dt})$

### 3.17 Le equazioni di Maxwell

$$\oint E \cdot u_n d\Sigma = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E \cdot ds = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

$$\oint B \cdot u_n d\Sigma = 0$$

$$\oint B \cdot ds = \mu_0(i_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi(E)}{dt})$$

Situazione nello spazio vuoto privo di cariche e correnti:

$$\oint E \cdot u_n d\Sigma = 0$$

$$\oint E \cdot ds = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

$$\oint B \cdot u_n d\Sigma = 0$$

$$\oint B \cdot ds = \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi(E)}{dt}$$

## 4 Unità di misura, costanti e prefissi

### 4.1 Unità fondamentali

Intensità corrente elettrica:  $A[Ampere]$   
 Lunghezza:  $m[Metro]$   
 Quantità di sostanza:  $mol[Mole]$   
 Massa:  $kg[Chilogrammo]$  Temperatura termodinamica:  $K[Kelvin]$   
 Intervallo di tempo:  $s[Secondo]$

### 4.2 Unità derivate

Frequenza:  $Hz[Heartz]s^{-1}$   
 Forza:  $N[Newton]\frac{kgm}{s^2}$   
 Pressione:  $Pa[Pascal]\frac{N}{m^2}$   
 Energia, lavoro, calore, entalpia:  $J[Joule]Nm$   
 Potenza:  $W[Watt]\frac{J}{s}$   
 Carica elettrica:  $C[Coulomb]As$   
 Potenziale elettrico, forza elettromotrice, tensione elettrica:  $V[Volt]\frac{J}{C}$   
 Resistenza elettrica:  $\Omega[Ohm]\frac{V}{A}$   
 Capacità elettrica:  $F[Farad]\frac{C}{V}$   
 Densità flusso magnetico:  $T[Tesla]\frac{Vs}{m^2}$   
 Flusso magnetico:  $Wb[Weber]Vs$   
 Induttanza:  $L[Henry]\frac{Vs}{A}$   
 Velocità:  $\frac{m}{s}[Metrisusecondi]$   
 Accelerazione:  $\frac{m}{s^2}[Metrisusecondialquadrato]$   
 Velocità angolare:  $\frac{1}{s}[Radiantisusecondi]$   
 Accelerazione angolare:  $\frac{1}{s^2}[Radiantisusecondialquadrato]$

### 4.3 Costanti

Velocità della luce nel vuoto:  
 $c = 299'792,458\frac{km}{s}$   
 Costante di Planck:  $h = 6,62607015 \cdot 10^{-34}Js[\frac{kgm^2}{s}]$   
 Carica elementare:  $e = 1.602176634 \cdot 10^{-19}C[As]$   
 Costante di Avogadro:  $N_a = 6.02214076 \cdot 10^{23}mol^{-1}$   
 Costante dei gas:  $R = 8.314\frac{J}{molK}$   
 Costante dielettrica nel vuoto:  
 $\epsilon_0 = 8.8541 \cdot 10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}$   
 Costante gravitazionale universale:  
 $G = 6.67 \cdot 10^{-12}\frac{Nm^2}{kg^2}$

Permeabilità magnetica nel vuoto:  
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$

#### 4.4 Prefissi

Yotta:  $10^{24}$

Zetta:  $10^{21}$

Exa:  $10^{18}$

Peta:  $10^{15}$

Tera:  $10^{12}$

Giga:  $10^9$

Mega:  $10^6$

Chilo:  $10^3$

Uno:  $10^0$

Milli:  $10^{-3}$

Micro:  $10^{-6}$

Nano:  $10^{-9}$

Pico:  $10^{-12}$