

## 1: MECCANICA

Dalla conservazione dell'energia meccanica.

$$\begin{aligned} mgh &= \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} m v_{cm}^2 \left[ 1 + \frac{I_{cm}}{R^2} \right] \end{aligned}$$

valida per tutti e tre i corpi con le rispettive  $I_{cm,i}$  e  $R_i$  e  $m_i$  quindi.

$$v_{cm}^2 = \frac{2mgh}{1 + \frac{I_{cm}}{R^2}}$$

$$\Rightarrow v_{cm,1} = \sqrt{\frac{4}{3} gh} = v_{cm,2}$$

$$v_{cm,3} = \sqrt{gh}$$

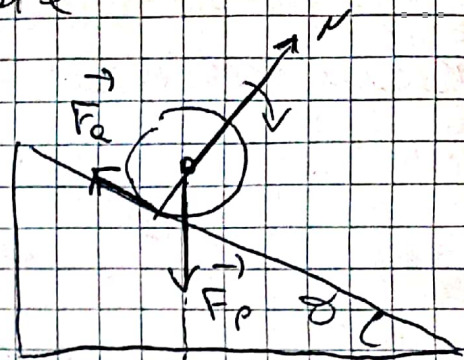
Poiché i corpi percorrono lo stesso tratto a velocità costanti, i due corpi si fermano all'istante di arrivo.

Il corpo 1 e 2 avendo velocità uguali arrivano nello stesso istante.



Dalle equazioni del moto traslato

$$\begin{cases} mg \sin \theta - F_a = m a_{cm} \\ F_a R = I_{cm} \alpha = I_{cm} \frac{a_{cm}}{R} \end{cases}$$



$$a_{cm} = \frac{g \sin \theta}{1 + \frac{I_{cm}}{m R^2}}$$

$$a_{cm,1} = a_{cm,2} = \frac{2}{3} g \sin \theta$$

$$a_{cm,3} = \frac{g}{2} \sin \theta$$

Essendo un moto unif. accelerato

$$t_1 = t_2 = \frac{v_{cm,1,2}}{a_{cm,1,2}} = \sqrt{\frac{3L}{g}} \quad \text{cilindri}$$

$$t_3 = \frac{v_{cm,3}}{a_{cm,3}} = \sqrt{\frac{5L}{g}} \quad \text{palla}$$

$$t_3 > t_1 = t_2$$

I cilindri arrivano contemporaneamente  
l'altro arriva dopo

Note

$$I_{cilindro} = \frac{m R^2}{2}$$

$$I_{palla} = \frac{m R^2}{2}$$



## 2: TERZO PRINCIPIO

Il sistema costituito dallo miscelo dei due gas, esegue una trasformazione reversibile e isotermica nella ~~condizione~~ cui la temperatura ~~è~~ costante e perciò sono 2 f.d.e.

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = u_1 c_{v,1} (T_{eq} - T_1) + u_2 c_{v,2} (T_{eq} - T_2) = 0$$

Inoltre  $T_{eq}$  : due stadi di equilibrio

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta L \quad \text{ma} \quad \Delta Q = 0 \quad \rightarrow \text{isotermica}$$

$$\Delta L = 0 \quad \rightarrow \text{processo 2 f.d.e}$$

$$\rightarrow \Delta U = 0$$

$$\Delta U = u c_v \Delta T$$

$$c_{v,1} = \frac{5}{2} R, \quad c_{v,2} = \frac{3}{2} R$$

$$\Rightarrow T_{eq} = \frac{u_1 c_{v,1} T_1 + u_2 c_{v,2} T_2}{u_1 c_{v,1} + u_2 c_{v,2}} = 355.5 \text{ K}$$

Quindi nello stato finale di equilibrio:

$$p_{eq} V_f = u_f R T_{eq}$$

$$\begin{cases} u_f = u_1 + u_2 \\ V_f = V_1 + V_2 \end{cases}$$

$$p_{eq} = \frac{(u_1 + u_2) R T_{eq}}{V_1 + V_2} = 29.1 \text{ atm}$$



## Domanda punto Boleto

Durante la fase di urto completamente anelastica  
si conserva solo la quantità di moto

$$m v_1 = (m + M) v_2$$

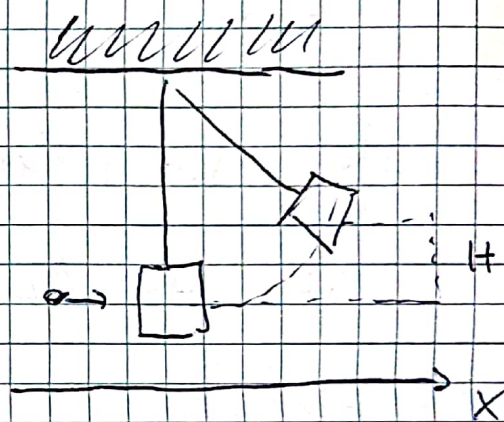
completamente anelastica

con  $v_2$  = velocità (in modulo) del  
sistema proiettile + sacco.

Dopo l'urto questo il  
sistema proiettile + sacco

inizia a salire e si  
conserva l'energia

meccanica perché si è in presenza di forze  
conservative



$$\frac{1}{2} (m + M) v_2^2 = (m + M) g h$$

Quindi mettiamo a sistema le due eqs:

$$v_2 = \sqrt{2 g h} \quad \rightarrow \quad v_1 = \frac{m + M}{m} \sqrt{2 g h}$$

$$\Rightarrow h = \frac{v_1^2}{2 g} \left( \frac{m}{m + M} \right)^2$$

C.V.D.