SOLUZIONI

1.

In base al secondo principio della dinamica abbiamo per la massa 1 e la massa 2 rispettivamente (con ovvio significato dei simboli):

$$\begin{cases} ma = mg\ \sin\alpha - \mu_1 mg\ \cos\alpha - T \\ ma = mg\ \sin\alpha - \mu_2 mg\ \cos\alpha + T \end{cases}$$

Sottraendo la prima equazione dalla seconda otteniamo:

$$2T = (\mu_2 - \mu_1)mg\ \cos\alpha$$

e quindi:

$$T = \frac{(\mu_2 - \mu_1)mg\ \cos\alpha}{2} = 0.85\ N$$

Ovviamente lo stesso risultato si poteva anche ottenere ricavando a dall'equazione del moto dell'insieme delle due masse:

$$2ma = 2mg\ \sin a - \mu_1 mg\ \cos\alpha - \mu_2 mg\ \cos a$$

e sostituendola in una qualsiasi delle prime due equazioni.

2.

Il cannoncino ed il proiettile si muovono inizialmente insieme a velocità V, mentre, dopo lo sparo, il proiettile parte con velocità v ed il cannoncino si arresta istantaneamente. Applicando quindi la legge di conservazione della quantità di moto, si ha:

$$(M + m)V = mv$$

Siccome inoltre lo sparo è provocato dalla sola forza elastica, che è una forza conservativa, possiamo ricavare l'energia potenziale U_{el} inizialmente immagazzinata nella molla dalla legge di conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2}(M + m)V^2 + U_{el} = \frac{1}{2}mv^2$$

Risolvendo il sistema di due equazioni nelle due incognite v ed U_{el}, possiamo ricavare l'energia potenziale richiesta:

$$U_{el} = \frac{1}{2}\frac{M}{m}(M+m)V^2 = 55J$$

3.

Una macchina termica reversibile che scambia calore unicamente con due sorgenti a temperatura costante è una macchina di Carnot. Il rendimento è:

$$n = \frac{L}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 16.7\%$$

Il lavoro prodotto in ogni ciclo è quindi:

$$L = nQ_1 = 100J$$

SOLUZIONE N.4

La densità di carica totale è: $\rho = \frac{Q}{(4/3)\pi R^3}$ Applichiamo il teorema di Gauss ad una sfera s di raggio r concentrica alla sfera carica per $r > R$:

$$\Phi(E)_s = \frac{1}{\epsilon_0}\int_s \rho(r) d\tau$$

dove $d\tau$ e' l'elementino infinitesimo di volume. Sfruttando la definizione di flusso e la simmetria sferica del campo possiamo scrivere:

$$E(r)4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0}\int_0^R \frac{Q}{(4/3)\pi r^3} dr$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

Mentre per $r < R$ abbiamo

$$q(r) = \rho(4/3)\pi r^3 = \frac{Qr^3}{R^3},$$

quindi:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R^3} r$$

SOLUZIONE N.5

Il flusso del campo magnetico B che attraversa la spira e':

$$\Phi(B) = \int_\Sigma B \cdot u_n d\Sigma = Bl^2 cos(\theta) = Bl^2 cos(\omega t)$$

dove u_n e' il verrsore uscente alla spira, l e' il lato della spira e $\theta = \omega t$ e' l'angolo tra il campo magnetico e il versore uscente. La forza elettromotrice indotta sulla spira e'

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = \omega Bl^2 sen(\omega t)$$

la forza elettromotrice indotta e' quella di un generatore di corrente alternata. Al massimo vale:

$$\mathcal{E}_{max} = \omega Bl^2$$

La corrente che scorre nella spira e':

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\omega Bl^2}{R} sin(\omega t)$$

quindi la potenza per tenerla in rotazione vale:

$$P = \mathcal{E}i = \frac{[\omega Bl^2 sen(\omega t)]^2}{R}$$