

**ESAME DI OTTIMIZZAZIONE COMBINATORIA**  
**APPELLO DEL 06/07/2021**

---

Allo scopo di velocizzare la correzione, vi invitiamo ad usare due fogli di bella. Il primo per gli esercizi 1 e 2, il secondo per gli esercizi 3 e 4.

In ciascun foglio, è necessario scrivere **nome, cognome, matricola**.

---

**Esercizio 1. (7 punti)** Si consideri il seguente programma lineare intero.

$$\begin{array}{ll}\max & z = 3x_1 - x_2 \\ \text{soggetto a} & 2x_1 - x_2 \leq 5 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ & x_2 \leq 1 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+.\end{array}$$

L'ottimo del rilassamento continuo di questo programma è nel punto  $(x_1^* = \frac{14}{5}, x_2^* = \frac{3}{5})$ .  
[nota: questo indica la base ottima...]

- (a) Effettuare il branch del nodo radice e valutare i rilassamenti dei nodi figli utilizzando il metodo del simplesso duale. (4 punti)
  - (b) Sul rilassamento del nodo radice, generare un taglio di Gomory e riottimizzare utilizzando il simplesso duale. (3 punti)
- 

**Esercizio 2. (7 punti)** Risolvere il seguente problema dello zaino per mezzo della programmazione dinamica.

$$\begin{array}{ll}\max & z = 10x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 12x_4 + 15x_5 \\ \text{soggetto a} & 5x_1 + 7x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 \leq 12 \\ & x_i \in \{0, 1\}\end{array}$$

---

**Esercizio 3. (7 punti)** Dato un grafo  $G = (N, A)$  con un peso  $c_{ij} \geq 0$  ed una capacità massima  $u_{ij}$  per ogni arco  $(i, j) \in A$ , ed un insieme di  $K$  commodity, si consideri il seguente modello di flusso di costo minimo multicommodity con variabili  $z_{ij}$  di design

sugli archi, ovvero se  $z_{ij} = 1$  allora l'arco esiste, 0 altrimenti:

- $$\begin{aligned}
 (1) \quad & \min z = \sum_{(i,j) \in A} f_{ij} z_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ij}^k \\
 (2) \quad & \sum_{(j,i) \in BS(i)} x_{ji}^k - \sum_{(i,j) \in FS(i)} x_{ij}^k = b_i^k \quad \forall k \in K, \forall i \in N \\
 (3) \quad & \sum_{k \in K} x_{ij}^k \leq u_{ij} z_{ij} \quad \forall (i,j) \in A \\
 (4) \quad & x_{ij}^k \geq 0 \quad \forall (i,j) \in A.
 \end{aligned}$$

Si noti che al design di ogni arco è associato un costo fisso  $f_{ij}$ . Si discutano due rilassamenti alternativi del problema dato trattandone l'efficienza e l'efficacia.

**Esercizio 4. (7 punti)** Si consideri il seguente problema di flusso di massimo dal nodo 1 al nodo 7, dove per ogni arco sono riportate le capacità. Trovare la soluzione ottima (valore totale del flusso e flussi sui singoli archi), illustrando i passi dell'algoritmo applicato, scelto tra quelli visti a lezione. Si individui infine il taglio di capacità minima.

