

ESAME DI OTTIMIZZAZIONE COMBINATORIA
APPELLO DEL 18/09/2015

Esercizio 1. (7 punti) Si consideri il seguente programma lineare intero.

$$\begin{aligned} \max \quad & z = x_1 + 2x_2 \\ \text{soggetto a} \quad & 2x_1 + 3x_2 \leq 5 \\ & -x_1 + x_2 \leq 1 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Il suo rilassamento continuo ha la seguente forma standard e riformulazione ottima.

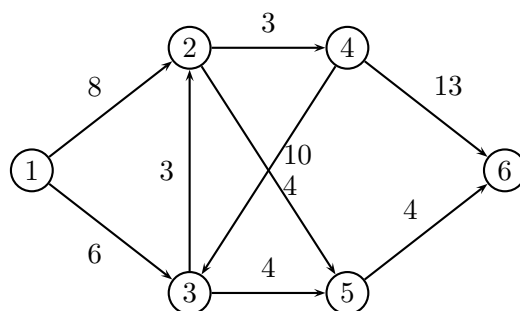
$$\begin{aligned} \max \quad & z = x_1 + 2x_2 \\ \text{soggetto a} \quad & 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ & -x_1 + x_2 + x_4 = 1 \\ & x_1, \dots, x_4 \geq 0 \end{aligned} \qquad \max \quad \begin{aligned} z &= \frac{16}{5} - \frac{2}{5}x_3 - \frac{4}{5}x_4 \\ x_1 &= \frac{2}{5} - \frac{1}{5}x_3 - \frac{3}{5}x_4 \\ x_2 &= \frac{7}{5} - \frac{1}{5}x_3 + \frac{2}{5}x_4 \end{aligned}$$

- (a) Effettuare il branch del nodo radice e valutare i rilassamenti dei nodi figli utilizzando il metodo del simplesso duale. (4 punti)
- (b) Sul rilassamento del nodo radice, generare un taglio di Gomory e riottimizzare utilizzando il simplesso duale. (3 punti)

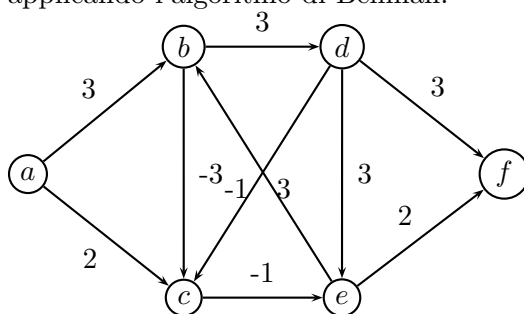
Esercizio 2. (5 punti) Per il seguente problema — noto come 2-knapsack — dove p_i, w_i, v_i e b_1, b_2 sono numeri interi positivi, proporre almeno due metodi di rilassamento, discutendone punti di forza e debolezze.

$$\begin{aligned} \max \quad & z = \sum_{j=1}^n p_j x_j \\ \text{soggetto a} \quad & \sum_{j=1}^n w_j x_j \leq b_1 \\ & \sum_{j=1}^n v_j x_j \leq b_2 \\ & x_1, \dots, x_n \in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

Esercizio 3. (7 punti) Si consideri il seguente problema di flusso di massimo, dove per ogni arco sono riportate le capacità. Trovare la soluzione ottima (valore totale del flusso e flussi sui singoli archi), illustrando i passi dell'algoritmo applicato. Si individui il taglio di capacità minima.



Esercizio 4. (5 punti) Dato il grafo in figura trovare l'albero dei cammini minimi al nodo a applicando l'algoritmo di Bellman.



Esercizio 5. (7 punti) Risolvere il seguente problema dello zaino con il metodo del branch and bound.

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 10x_1 + 8x_2 + 15x_3 + 7x_4 + 9x_5 \\ \text{soggetto a} \quad & 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 2x_4 + 5x_5 \leq 8 \\ & x_1, \dots, x_5 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$