Esame 9/07/2015

sabato 5 giugno 2021 09:25

Esercizio 1. (5 punti) Dato un grafo $G = (N, A)$ con un peso $c_{ij} \geq 0$ ed una capacità massima u_{ij} per ogni arco $(i,j) \in A$, ed un insieme di K commodity, si consideri il seguente modello di flusso di costo minimo multicommodity con variabili z_{ij} di design sugli archi, ovvero se $z_{ij} = 1$ allora l'arco esiste, 0 altrimenti:

$$(1) \qquad \min z = \sum_{(i,j)\in A} f_{ij} z_{ij} + \sum_{(i,j)\in A} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ij}^k$$

$$(2) \qquad \sum_{(j,i)\in BS(i)} x_{ji}^k - \sum_{(i,j)\in FS(i)} x_{ij}^k = b_i^k \qquad \forall k \in K,\ \forall i \in N$$

$$(3) \qquad \sum_{k\in K} x_{ij}^k \leq u_{ij} z_{ij} \qquad \forall (i,j) \in A$$

$$(4) \qquad x_{ij}^k \geq 0 \qquad z_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in A.$$

Si noti che al design di ogni arco è associato un costo fisso f_{ij}. Si discuta un rilassamento del problema dato trattandone l'efficienza e l'efficacia.

1) Rilassamento continuo:

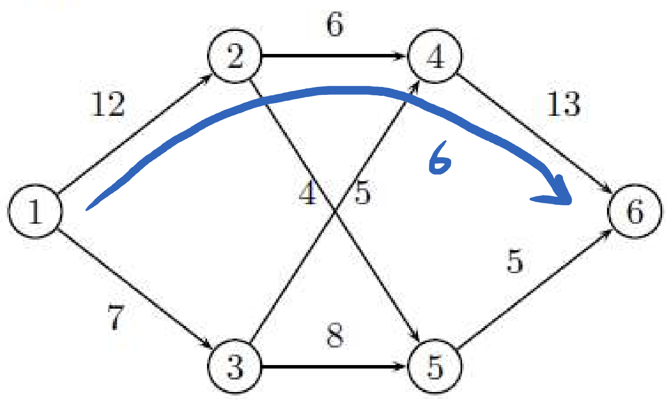
$$z_{ij} \in [0,1] \quad \forall (i,j) \in A.$$

- Si tratta di un problema PL quindi può essere risolto in maniera "efficiente" col simplesso
- Con tecniche di arrotondamento è possibile ottenere una soluzione relativamente efficace, quindi una buona valutazione.
- Siccome la matrice di incidenza nodi-archi E è totalmente unimodulare, i vincoli hanno la proprietà dell'integralità, quindi la sol. del RC è intera, quindi ottimo per il problema originario

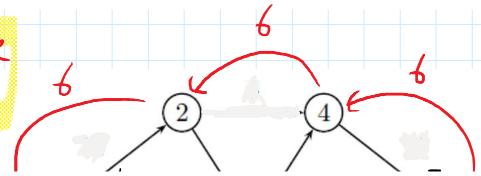
NON SICURO AL 100%

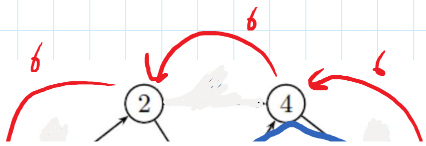
Esercizio 2. (6 punti) Si consideri il seguente problema di flusso di massimo, dove per ogni arco sono riportate le capacità. Trovare la soluzione ottima (valore totale del flusso e flussi sui singoli archi), illustrando i passi dell'algoritmo applicato. Si individui il taglio di capacità minima.

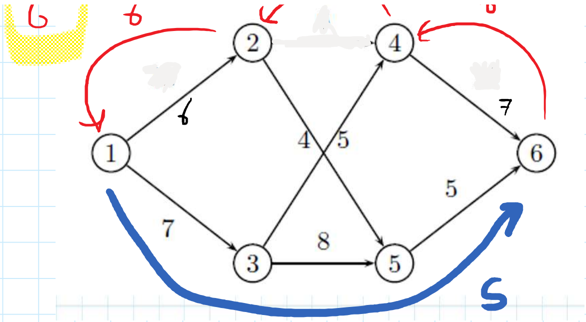
FORD FULKERSON

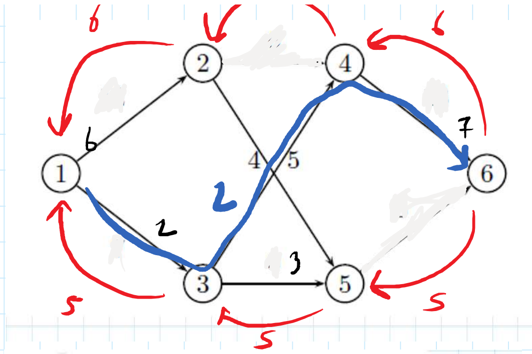


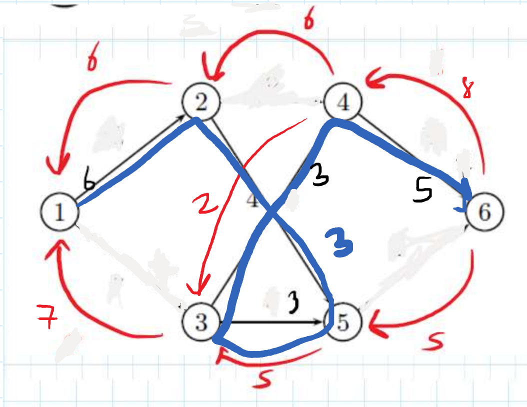
6^K

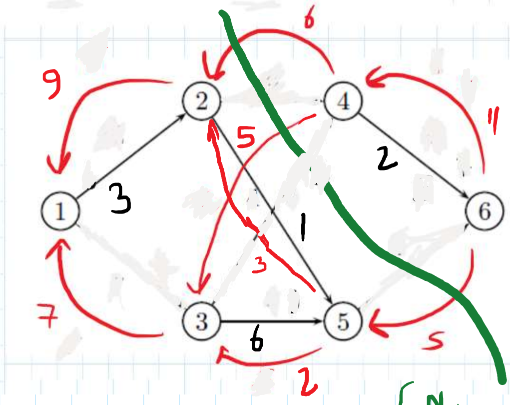












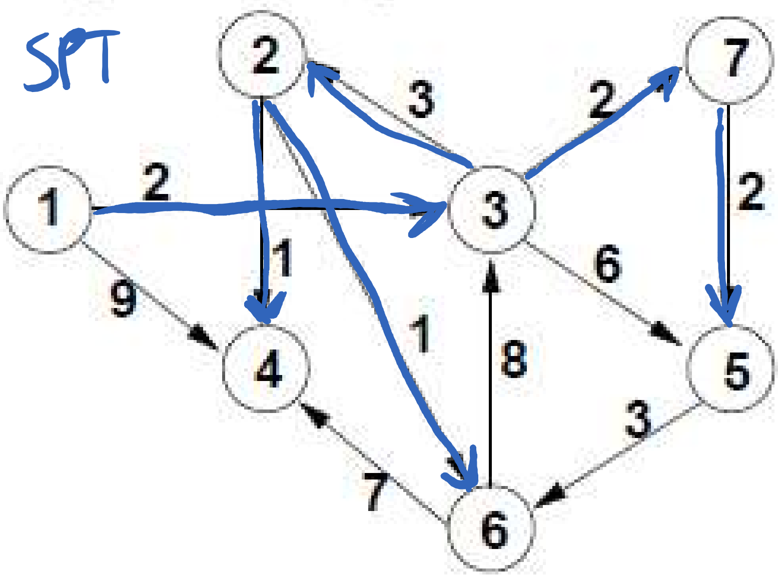
$\{N_s, N_t\}$

Taglio di capacità minima $U(\{N_s, N_t\}) = u_{24} + u_{34} + u_{56} = 6+5+5 = 16$

$\Rightarrow X(\{N_s, N_t\}) = x_{13} + x_{12} = 9+7 = 16 \Rightarrow$ MAX FLOW ottimo

SPT CON PAPE-D'ESOPO (DEQUE)

SPT



VALORI

1	2	3	4	5	6	7
0	5	2	~~9~~	~~8~~	6	4
			6	6		

DEQUE:

~~1~~ ~~1~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~2~~ ~~7~~ ~~5~~ ~~6~~

INSERZIONE FIFO: 1, 3, 4, 2, 7, 5