



UNIVERSITÀ DI PISA

DIPARTIMENTO DI FISICA

Fourier Series Analysis and Signal Characterization in Oscillatory Systems

Autore:

Alessandro C. Ciano

Valentina Ignoto

Numero di matricola:

654532

637838

1 Introduzione

L'analisi di Fourier è un metodo per esprimere una funzione come somma di componenti periodiche e per recuperare il segnale da tali componenti. Se la funzione e la sua trasformata di Fourier vengono sostituite con controparti discretizzate, si parla di trasformata discreta di Fourier (DFT). Nella relazione saranno riportate varie analisi DFT, eseguite con l'algoritmo Fast Fourier Transform (FFT) della libreria numpy. L'array relativo alle ampiezze è stato appunto realizzato prendendo i valori assoluti dell'output di `numpy.fft.rfft(y)`, dove `y` è un record di potenziali elettrici. Con l'array dei tempi `t` accoppiato a `y` stato possibile trovare invece il dominio delle frequenze, sfruttando il fatto che la distanza tra due punti consecutivi dello spettro risulta essere $\Delta f = 1/\Delta T$, con ΔT durata complessiva dell'acquisizione.

2 Analisi dati

Di seguito sono riportate tre acquisizioni di forme d'onda sinusoidali: per le prime due si noti la presenza di un solo picco spettrale (escludendo il picco di offset associato alla frequenza 0) in corrispondenza della frequenza dell'onda stessa. Questo picco appare molto stretto a testimonianza del carattere monocromatico della forma d'onda sinusoidale. La terza onda ha la particolarità di avere un certo duty cycle diverso da 0.5 associato, compromettendo il carattere dei picchi precedenti.

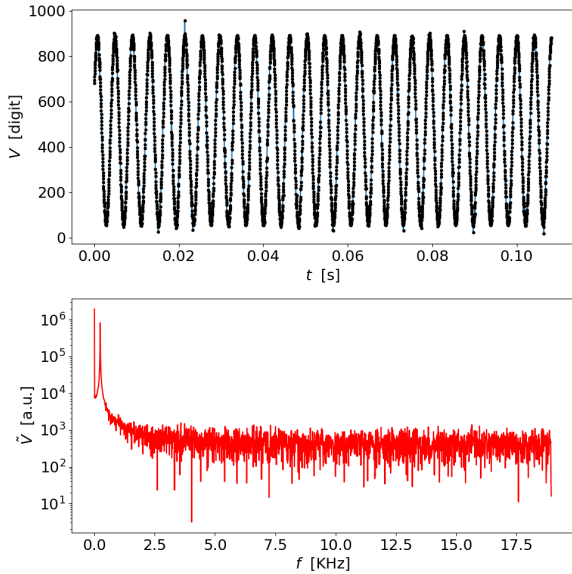


Figura 1: Forma sinusoidale di frequenza $f = (241.7 \pm 0.1)$ Hz acquisita in record da 4096 punti.

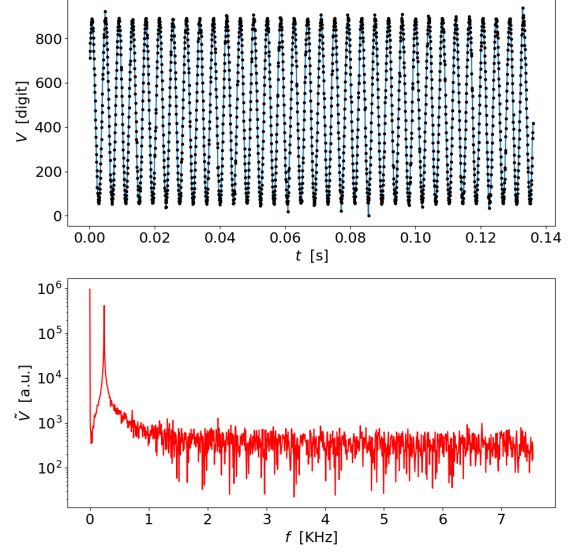


Figura 2: Forma d'onda sinusoidale di frequenza $f = (241.7 \pm 0.1)$ Hz acquisita in record da 2048 punti.

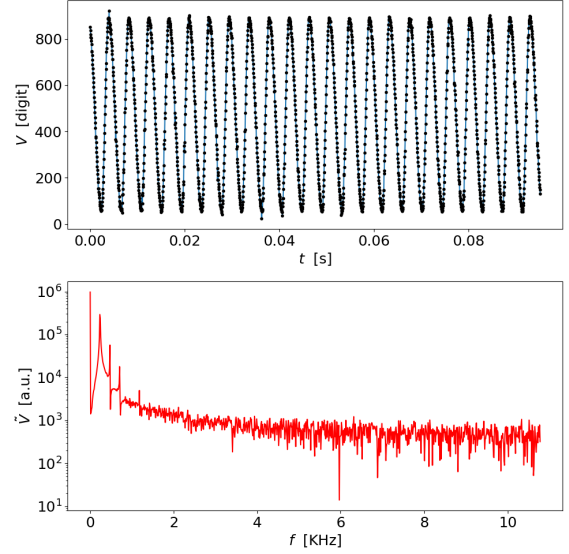


Figura 3: Forma d'onda sinusoidale di frequenza $f = (241.7 \pm 0.1)$ Hz con duty cycle diverso da $1/2$.

Per quanto riguarda invece le onde triangolari e quadre che seguono, tutte relative a una frequenza $f = (241.7 \pm 0.1)$ Hz, catturate in record da 2048 punti, la FFT mostra un picco principale alla frequenza dell'onda stessa e dei picchi minori in corrispondenza delle diverse armoniche. Pensando all'espansione in serie di coseni e seni per queste forme d'onda ci aspettiamo infatti che le armoniche presenti debbano essere solo le dispari, e che i coefficienti seguano un andamento lineare per l'onda quadra e quadratico per la triangolare, che ritroviamo nelle DFT sottostanti.

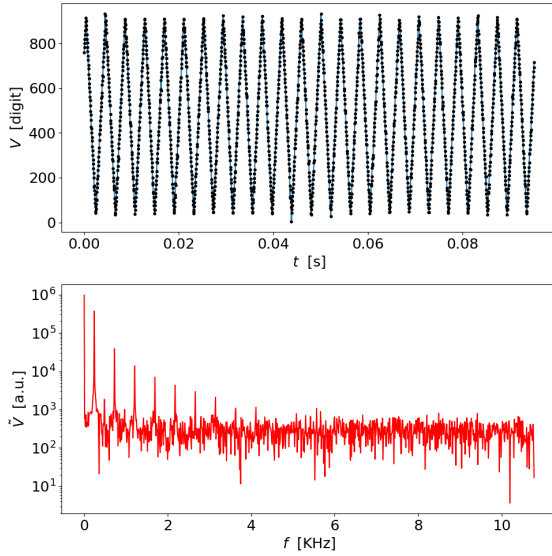


Figura 4: Forma d'onda triangolare.

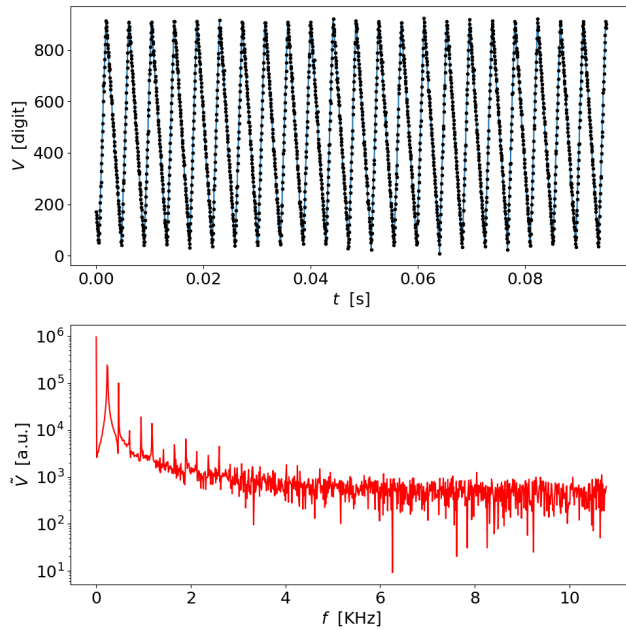


Figura 5: Forma d'onda triangolare con duty cycle diverso da 1/2.

Infine si ha l'oscillatore armonico smorzato RLC, operato in presenza di vari materiali diversi inseriti all'interno del nucleo dell'induttore. Per questo fenomeno è rilevante la presenza di un picco principale alla frequenza di risonanza, la cui larghezza dipende dal fattore di qualità dell'oscillatore.

L'oscillatore del grafico seguente è relativo a una capacità di valore nominale $(2.2 \pm 10\%) \mu\text{F}$

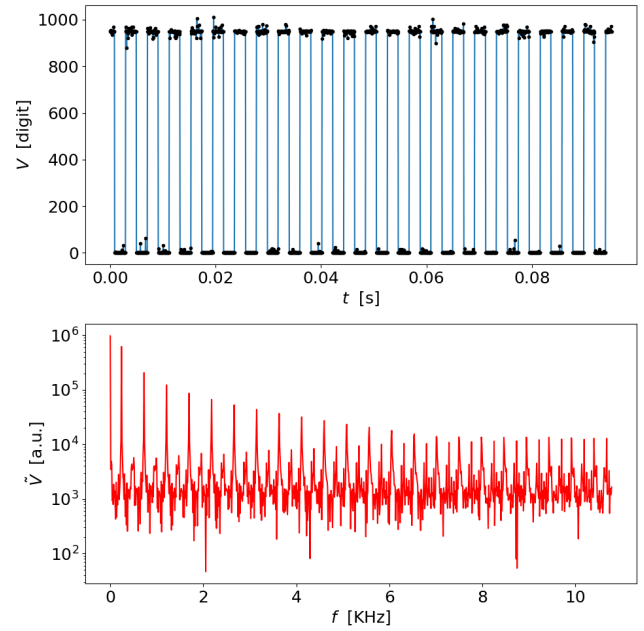


Figura 6: Forma d'onda quadra.

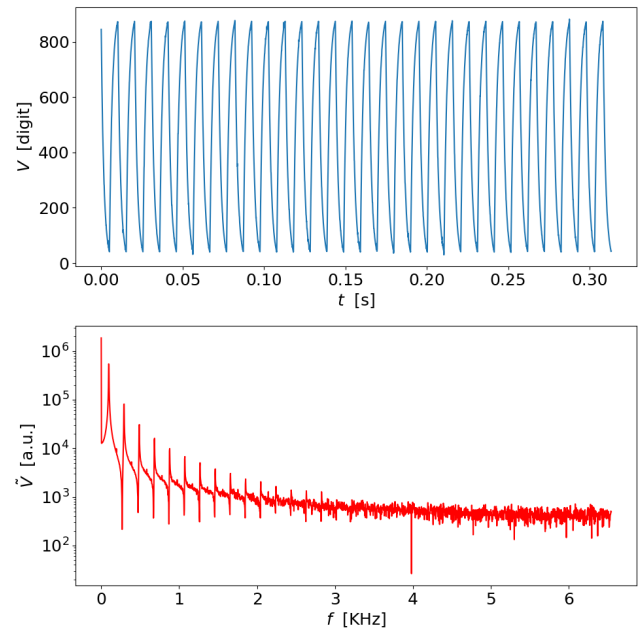


Figura 7: “Pinna di squalo” acquisita nell’esperienza pratica con il circuito RC a frequenza $f = (97.4 \pm 0.3) \text{ Hz}$ acquisita in record da 2048 punti.

I campionamenti seguenti, relativi a vari materiali diversi, sono stati eseguiti con una capacità di valore nominale $(0.22 \pm 10\%) \mu\text{F}$, optando per gli avvolgimenti in serie dell'induttore (valore nominale di induttanza $L \sim 0.5 \text{ H}$) in record da 1024 o 2048 punti.

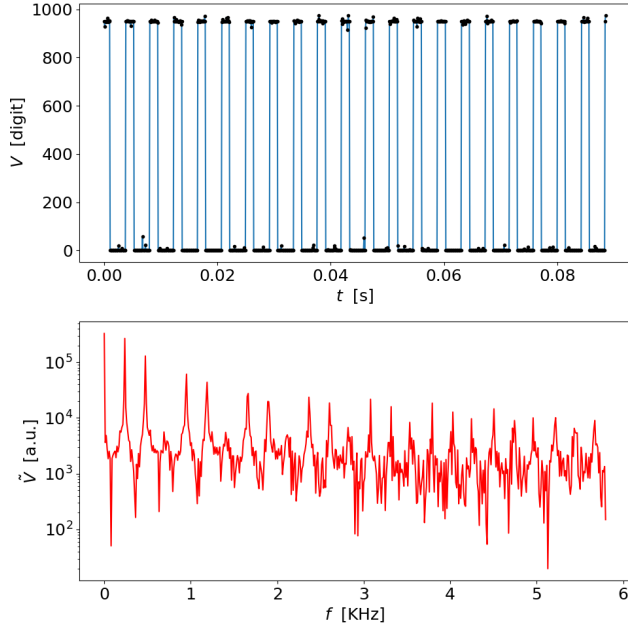


Figura 8: Forma d'onda quadra con duty cycle diverso da $1/2$.

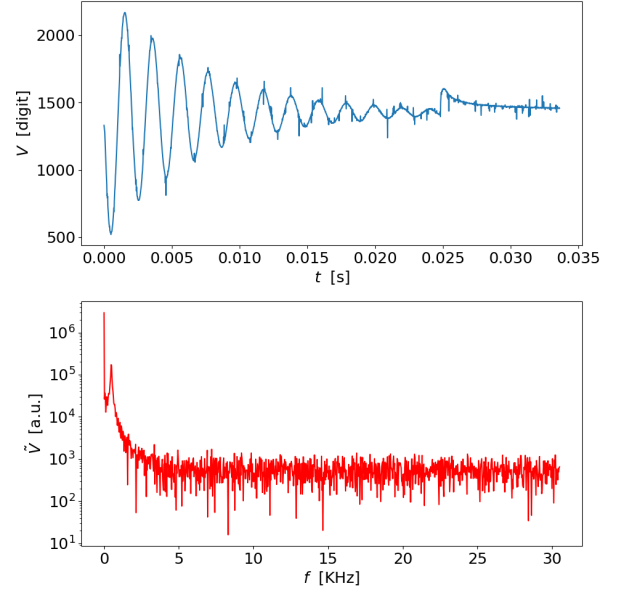


Figura 10: Segnale acquisito con oscillatore smorzato RLC in presenza di alluminio pieno nel nucleo dell'induttore. Parametri: tempo caratteristico di smorzamento $\tau = (6.6 \pm 0.2)$ ms, frequenza $\omega = (9.034 \pm 0.007)$ kHz, fattore di qualità $Q_f = 10.37 \pm 0.007$, induttanza misurata indirettamente $L = (0.48 \pm 0.05)$ H

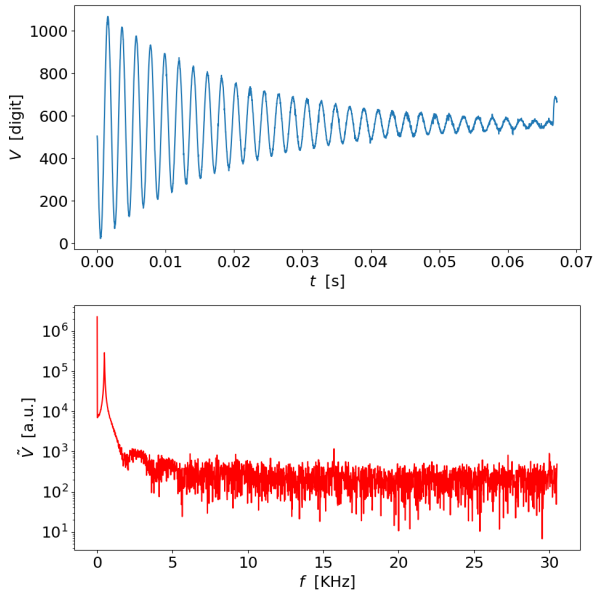


Figura 9: Segnale acquisito con oscillatore smorzato RLC in assenza di materiali nell'induttore. Parametri: tempo caratteristico di smorzamento $\tau = (19.25 \pm 0.04)$ ms, frequenza $\omega = (3.0214 \pm 0.0002)$ kHz, fattore di qualità $Q_f = 29.09 \pm 0.06$, induttanza $L = (0.50 \pm 0.05)$ H

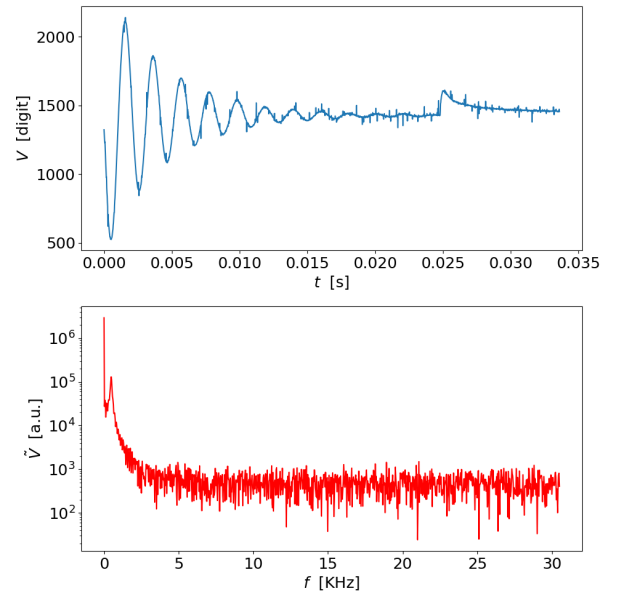


Figura 11: Segnale acquisito con oscillatore smorzato RLC in presenza di alluminio profilato nel nucleo dell'induttore. Parametri: $\tau = (4.35 \pm 0.1)$ ms, $\omega = (3.047 \pm 0.008)$ kHz, $Q_f \sim 6.60$, $L = (0.49 \pm 0.05)$ H

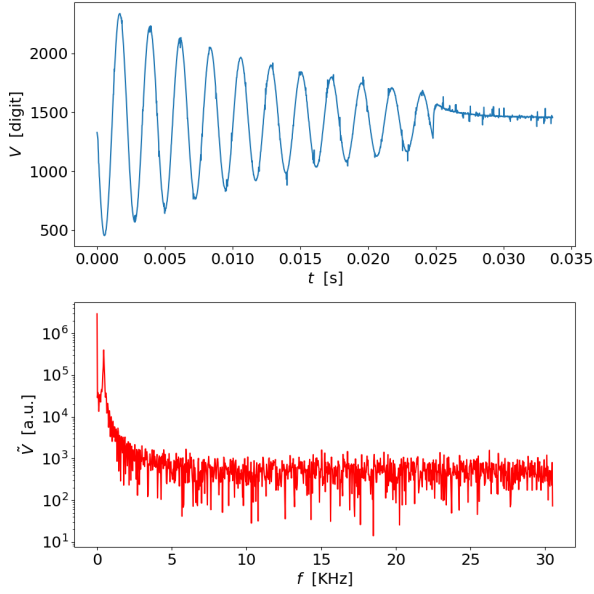


Figura 12: Segnale acquisito con oscillatore smorzato RLC in presenza di alluminio profilato segato per lungo nel nucleo dell'induttore. Parametri: $\tau = (17.3 \pm 0.9)$ ms, $\omega = (23.15 \pm 0.002)$ kHz, $Q_f = 24.59 \pm 0.025$, $L = (0.57 \pm 0.06)$ H

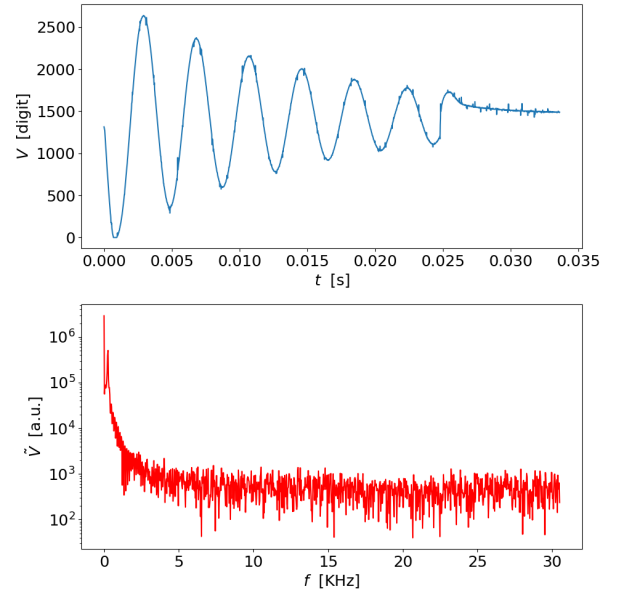


Figura 14: Segnale acquisito con oscillatore smorzato RLC in presenza di ferro laminato nel nucleo dell'induttore. Parametri: $\tau = (16.1 \pm 0.3)$ ms, $\omega = (1.589 \pm 0.002)$ kHz, $Q_f = 12.79 \pm 0.001$, $L = (1.79 \pm 0.18)$ H

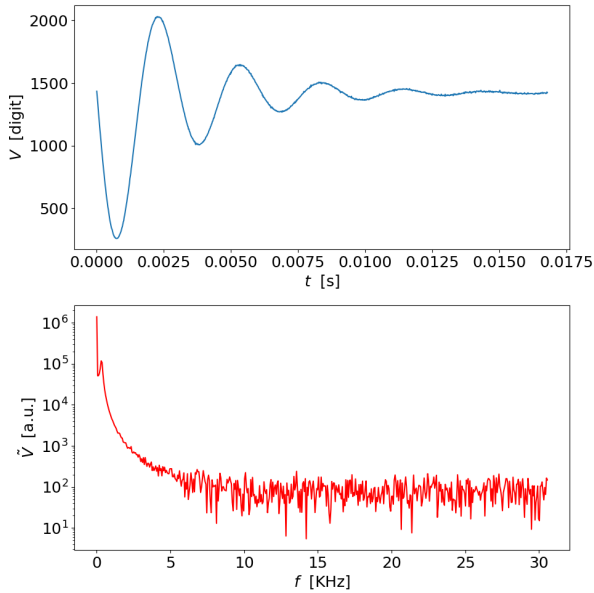


Figura 13: Segnale acquisito con oscillatore smorzato RLC in presenza di ferro pieno nel nucleo dell'induttore. Parametri: $\tau = (2.86 \pm 0.7)$ ms, $\omega = (2.055 \pm 0.001)$ kHz, $Q_f = 2.943 \pm 0.003$, $L = (1.07 \pm 0.11)$ H