



UNIVERSITÀ DI MILANO-BICOCCA

FACOLTÀ DI FISICA

Oscillazioni smorzate e forzate

Autori:

Khevin Lorenz Algabre,
Angelo Bassi,
Alessandro C. Ciano.

Numero di matricola:

881389
882685
887896

Indice

1	Scopo dell'esperienza	2
2	Apparato sperimentale	2
3	Cenni teorici	3
4	Misure e analisi dei dati	5
4.1	Oscillazioni libere	5
4.2	Oscillazioni smorzate a 4 mm	7
4.3	Oscillazioni smorzate-forzate a 4 mm	9
4.4	Oscillazioni smorzate a 3 mm	11
4.5	Oscillazioni smorzate-forzate a 3 mm	12
5	Conclusioni	13

1 Scopo dell'esperienza

In questo esperimento è stato analizzato il fenomeno delle oscillazioni nel caso smorzato e forzato.

In particolare, si è determinata la pulsazione propria ω_0 di un pendolo [Apparato sperimentale] nei seguenti casi:

1. Oscillazioni libere, tramite l'equazione del moto dell'oscillatore armonico semplice.
2. Oscillazioni smorzate, nota la relazione: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$, che lega la pulsazione propria alla pulsazione dell'oscillatore smorzato e il coefficiente di smorzamento.
3. Oscillazioni smorzate-forzate, estrapolandone il valore dalla forma di risonanza [Cenni teorici].

Un'ulteriore analisi che è stata effettuata durante l'esperienza è stata la relazione tra la forma di risonanza e lo smorzamento a cui il sistema era sottoposto.

2 Apparato sperimentale

Il dispositivo utilizzato è costituito da un disco di alluminio imperniato su una puleggia. Su quest'ultimo scorre un filo, le cui estremità sono collegate a due molle. Una di queste è fissata al braccio di un oscillatore elettromeccanico, la cui frequenza può essere variata in funzione della tensione impostata. Il braccio permette, dunque, di applicare una forzante.

Vicino al disco è posto un magnete, che può essere avvicinato ad esso, simulando una forza di attrito viscoso, ossia proporzionale alla velocità angolare del disco.

Un sensore di moto rotatorio misura la posizione angolare del disco in funzione del tempo, trasferendo i dati al calcolatore, consentendo di visualizzare e utilizzare i dati raccolti per effettuare delle analisi statistiche attraverso il software PASCO Capstone.

L'apparato sperimentale è mostrato in [Figura 1].

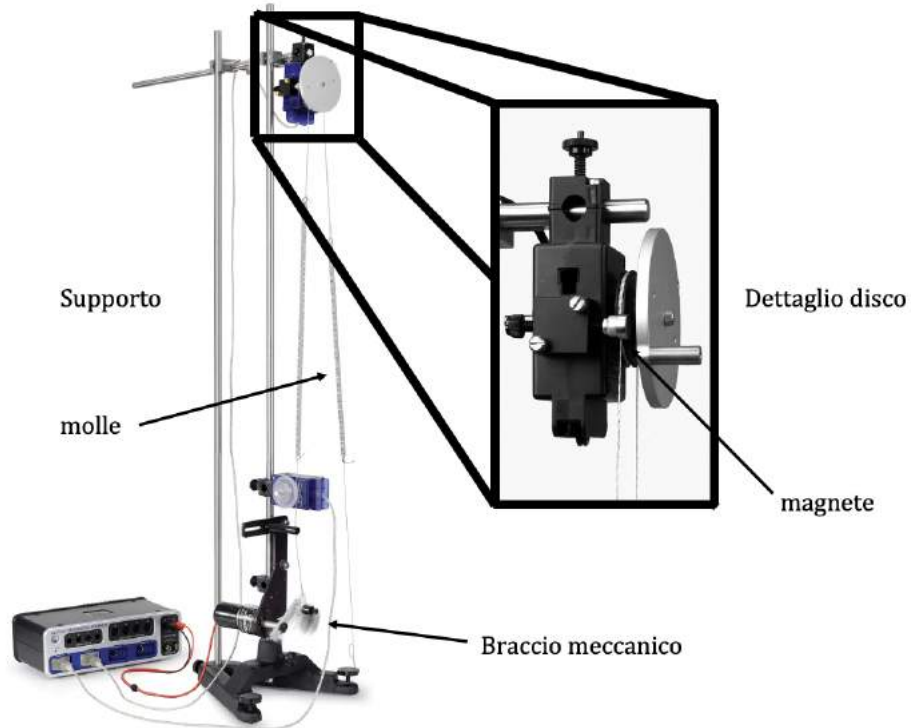


Figura 1: Schema dell'apparato sperimentale utilizzato.

3 Cenni teorici

Per quanto riguarda il caso dell'oscillatore armonico semplice (magnete posto lontano dal disco), la legge del moto risulta essere:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2\theta = 0 \quad (1)$$

Dove θ è la posizione angolare del disco e ω_0 è la *pulsazione propria del sistema*. Quest'ultima è legata al momento elastico sviluppato dal sistema e il momento di inerzia rispetto all'asse di rotazione. La soluzione dell'equazione differenziale è l'equazione del moto per l'oscillazione armonica:

$$\theta(t) = A_0 \sin(\omega_0 t) \quad (2)$$

Questa, quindi, è la legge che descrive il moto del disco in rotazione in funzione del tempo e che verrà visualizzata sul calcolatore.

Nel momento in cui viene avvicinato il magnete al disco, viene simulata la presenza

di un attrito di tipo viscoso, dunque proporzionale alla velocità angolare del disco. La legge del moto diventa:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\gamma\frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2\theta = 0 \quad (3)$$

In cui viene aggiunto il termine contenente il *coefficiente di smorzamento* γ . Il moto è dunque armonico smorzato ed è descritto dalla seguente soluzione della (3), nel caso di smorzamento debole ($\gamma^2 < \omega_0^2$):

$$\theta(t) = A(t) \sin(\omega t + \phi) = A_0 e^{-\gamma t} \sin(\omega t + \phi) \quad (4)$$

La soluzione ottenuta risulta con un'ampiezza che diminuisce esponenzialmente in funzione del tempo. Il disco, in questo caso, oscilla con pulsazione ω minore della pulsazione propria:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} < \omega_0 \quad (5)$$

Per rendere le oscillazioni persistenti anche in presenza di una forza di attrito viscoso si può applicare al sistema del disco una forza esterna sinusoidale $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$ con il braccio meccanica: si avrà così un momento relativo $M(t) = F_0 r \sin(\omega t)$ (r raggio della puleggia). In queste circostanze l'equazione differenziale che descrive il moto risulta non omogenea e si presenta come:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\gamma\frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2\theta = M_0 \sin(\omega t) \quad (6)$$

con $M_0 = \frac{F_0 r}{I}$.

In questo caso si ha una ampiezza di oscillazione costante, che dipende però dalla pulsazione del sistema secondo:

$$A(\omega) = \frac{M_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}} \quad (7)$$

Tale funzione descrive la forma di *risonanza* e ha massimo solo se $\omega_0^2 > 2\gamma^2$. Esso si trova a:

$$\omega = \omega_M = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2} < \omega_0$$

e vale:

$$A_M = A(\omega_M) = \frac{M_0}{2\gamma\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}} > A(\omega_0) \quad (8)$$

Si osserva che se γ tende a zero, ω_M tende a ω_0 e A_M tende a infinito.

Per $\gamma \rightarrow 0$ e $\omega \rightarrow \omega_0$ si ha la condizione di risonanza.

4 Misure e analisi dei dati

4.1 Oscillazioni libere

Per verificare l'andamento delle oscillazioni libere si mantiene il magnete il più lontano possibile dal disco e tenendo l'oscillatore elettromeccanico spento. Si pone inoltre il disco in oscillazione girandolo con la mano. Si è preferito non tirare la corda per evitare che la molla oscillasse lateralmente.

Tramite il software di Capstone è stato possibile ricavare un grafico per la posizione angolare in funzione del tempo. La frequenza di campionamento dei dati impostata era di 20 Hz . Una volta terminata l'acquisizione si sono interpolati i dati prima con la funzione *sine* (moto armonico semplice) e poi con la funzione *damped sine* (moto armonico smorzato) selezionabili dalla toolbar.

Si è scelto di interpolare anche con la *damped sine* siccome si è osservato che le oscillazioni erano già leggermente smorzate. Si è successivamente confrontato il valore delle pulsazioni proprie ω_0 per valutare se effettivamente il coefficiente di smorzamento fosse trascurabile o meno. Un esempio di acquisizione e interpolazione effettuato per la prima misurazione è mostrato in [Figura 2].

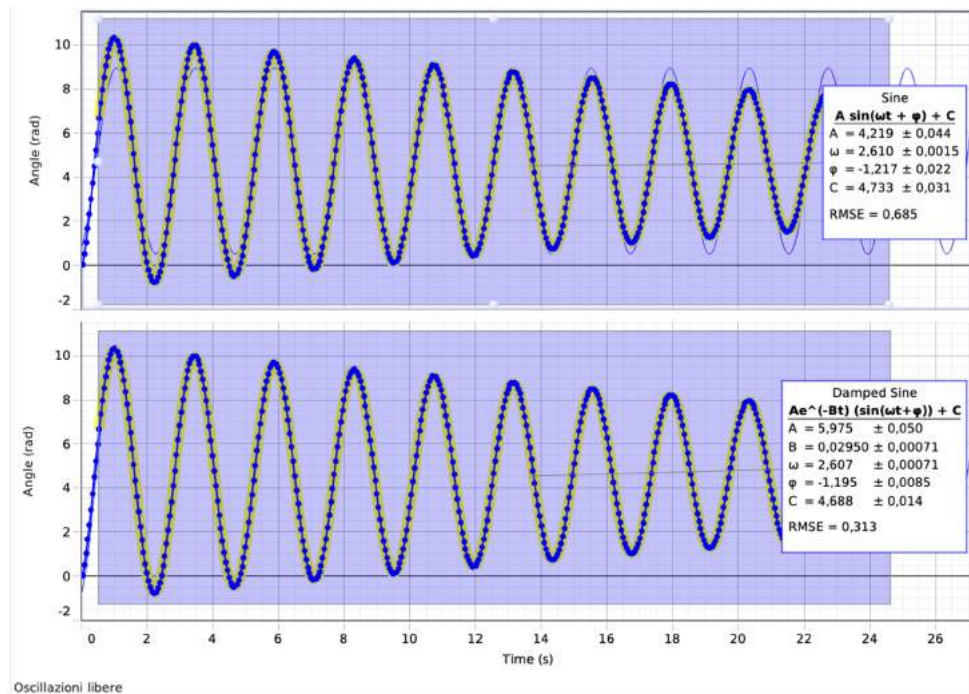


Figura 2: Questi due grafici di Capstone rappresentano le stesse acquisizioni di posizione angolare in funzione del tempo. Su quello in alto è stata effettuata l'interpolazione con la funzione "sine", mentre su quello sotto "damped sine".

Sono state effettuate dieci oscillazioni: i dati sulle pulsazioni proprie ω_0 estrapolate da ciascuna interpolazione con la funzione *sine* sono riportati nella [Tabella 1].

Tabella 1: Valori ricavati per ω_0 tramite Capstone interpolando con la funzione "sine". L'incertezza associata a ciascuna misura è quella fornita da Capstone. Si osserva che essa in percentuale è dell'ordine dello 0.1%.

ω_0 [rad s ⁻¹]
2.610 ± 0.002
2.623 ± 0.002
2.615 ± 0.002
2.602 ± 0.002
2.600 ± 0.001
2.620 ± 0.002
2.616 ± 0.002
2.613 ± 0.002
2.608 ± 0.002
2.622 ± 0.002

Si osserva che le incertezze restituite da Capstone sono in percentuale dell'ordine dello 0.1% e sono tra loro incompatibili. Questo significa che l'incertezza fornita dal software sulla pulsazione propria è sottostimata.

Per ovviare a tale problema, si considera allora il valore medio delle misure e si associa come incertezza la deviazione standard. Dunque, si ottiene:

$$\omega_0^{free} = (2.613 \pm 0.008) \text{ rad s}^{-1}$$

Il periodo di oscillazione del disco risulta $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = (2.405 \pm 0.007) \text{ s}$

Si osservi che per questa misura di ω_0 e le successive sarà preferito associare come incertezza al valore medio delle misure la deviazione standard del campione piuttosto che l'errore standard della media. Entrambe le definizioni presuppongono che le misure siano soggette a solo errori casuali. In questo caso, però, non è stato possibile stimare l'entità degli errori sistematici in gioco, come ad esempio una possibile non corretta calibrazione dei sensori a fotocella o, come si osserva, lo smorzamento.

Per quanto riguarda appunto lo smorzamento, sulle medesime acquisizioni di prima sono state ripetute le interpolazioni con la funzione *damped sine* e sono stati estrapolati i valori di pulsazione e del coefficiente di smorzamento. I dati acquisiti sono riportati nella [Tabella 2].

Tabella 2: Valori ricavati per ω e γ tramite Capstone interpolando con la funzione "damped sine". L'incertezza associata a ciascuna misura è quella fornita da Capstone ed è pari sia per ω che per γ a $\sigma = 0.001 \text{ s}^{-1}$.

$\omega [\text{rad s}^{-1}]$	$\gamma [\text{s}^{-1}]$
2.607	0.030
2.622	0.029
2.612	0.029
2.604	0.028
2.599	0.027
2.617	0.030
2.618	0.030
2.612	0.030
2.609	0.029
2.620	0.030

Come prima si determina il valore medio di questi valori e si ottiene:

$$\omega = (2.612 \pm 0.007) \text{ rad s}^{-1}$$

$$\gamma = (0.029 \pm 0.001) \text{ s}^{-1}$$

A questo punto, si può ricavare il valore della pulsazione propria del sistema con la relazione (5):

$$\omega_0^{free} = \sqrt{\omega^2 + \gamma^2} = (2.612 \pm 0.007) \text{ rad s}^{-1}$$

Che si osserva subito essere compatibile con il valore individuato precedentemente in quanto entro $1\sigma = \sqrt{0.007^2 + 0.008^2} \approx 0.01$ da quest'ultimo. Si conclude, che quando il magnete è lontano, lo smorzamento è trascurabile.

Il periodo di oscillazione del disco risulta essere in questo $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = (2.406 \pm 0.006) \text{ s}$

4.2 Oscillazioni smorzate a 4 mm

Per le oscillazioni smorzate, si è posto il magnete ad una distanza pari a 4 mm dal disco, tale distanza è stata misurata utilizzando un calibro di precisione $\sigma = 0.05 \text{ mm}$. La procedura sperimentale è la medesima delle oscillazioni libere.

Sono state effettuate cinque acquisizioni di misurazioni con una frequenza di campionamento pari 20 Hz . I grafici ottenuti mostrano un accentuato smorzamento [Figura 3]. Interpolando il grafico della posizione angolare in funzione del tempo con la funzione *damped sine* data dalla legge (4) per ricavare i valori di pulsazione.

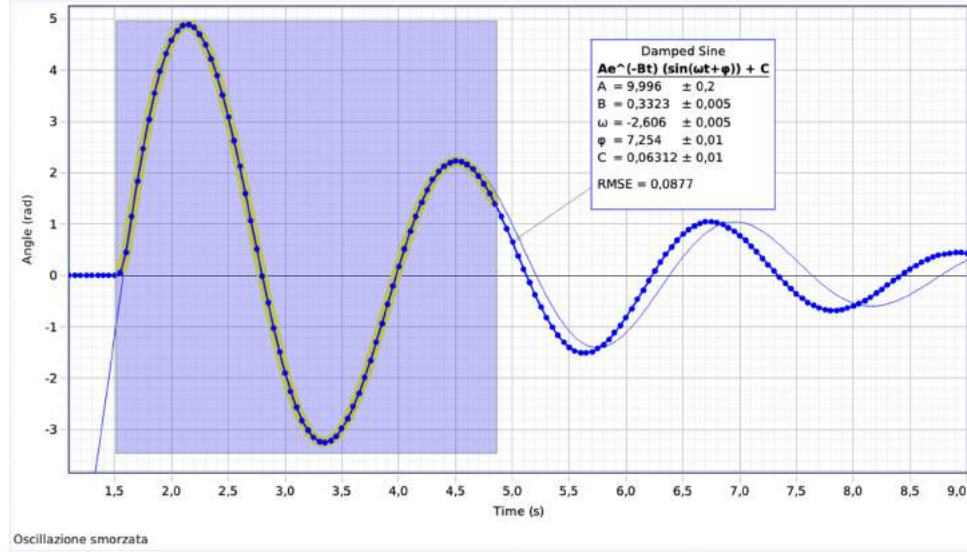


Figura 3: Esempio di acquisizione su Capstone della posizione angolare del disco in funzione del tempo. Si è scelto di interpolare i primi secondi di oscillazione per evitare che l'eventuale attrito del perno con la puleggia andasse a influenzare la misurazione.

I valori di pulsazione ω e del coefficiente di smorzamento γ ottenuti sono stati riassunti nella [Tabella 3].

Tabella 3: Valori di ω e γ ricavati dall'interpolazione su Capstone. Sono stati inserite comunque le incertezze fornite da Capstone per mostrare che con esse le misure ottenute non risulterebbero tra loro compatibili.

ω [rad s ⁻¹]	γ [rad s ⁻¹]
2.595 ± 0.004	0.303 ± 0.005
2.603 ± 0.003	0.328 ± 0.003
2.606 ± 0.005	0.332 ± 0.005
2.610 ± 0.006	0.339 ± 0.007
2.593 ± 0.002	0.322 ± 0.003

Il valore medio di tali valori risultano essere:

$$\omega = (2.601 \pm 0.007) \text{ rad s}^{-1}$$

$$\gamma_{4mm,1} = (0.325 \pm 0.014) \text{ s}^{-1}$$

Si può calcolare, dunque, il valore della pulsazione propria del sistema ω_0 a partire dalla legge (5), da cui:

$$\omega_0^{4mm,1} = (2.621 \pm 0.007) \text{ rad s}^{-1}$$

4.3 Oscillazioni smorzate-forzate a 4 mm

Per le oscillazioni forzate si è mantenuto il magnete nella configurazione precedente e si sono azionati il sensore a fotocellula e l'oscillatore elettromeccanico. Al fine di variare la pulsazione della forzante ω_f si è variata la differenza di potenziale ddp applicata all'oscillatore.

Su Capstone è stato predisposto il file per l'acquisizione dei dati inserendo sulla medesima pagina una tabella in cui riportare i dati, un grafico per l'acquisizione del periodo di oscillazione del braccio meccanico, uno per la posizione angolare del disco e un altro per rappresentare la forma di risonanza. [Figura 4]

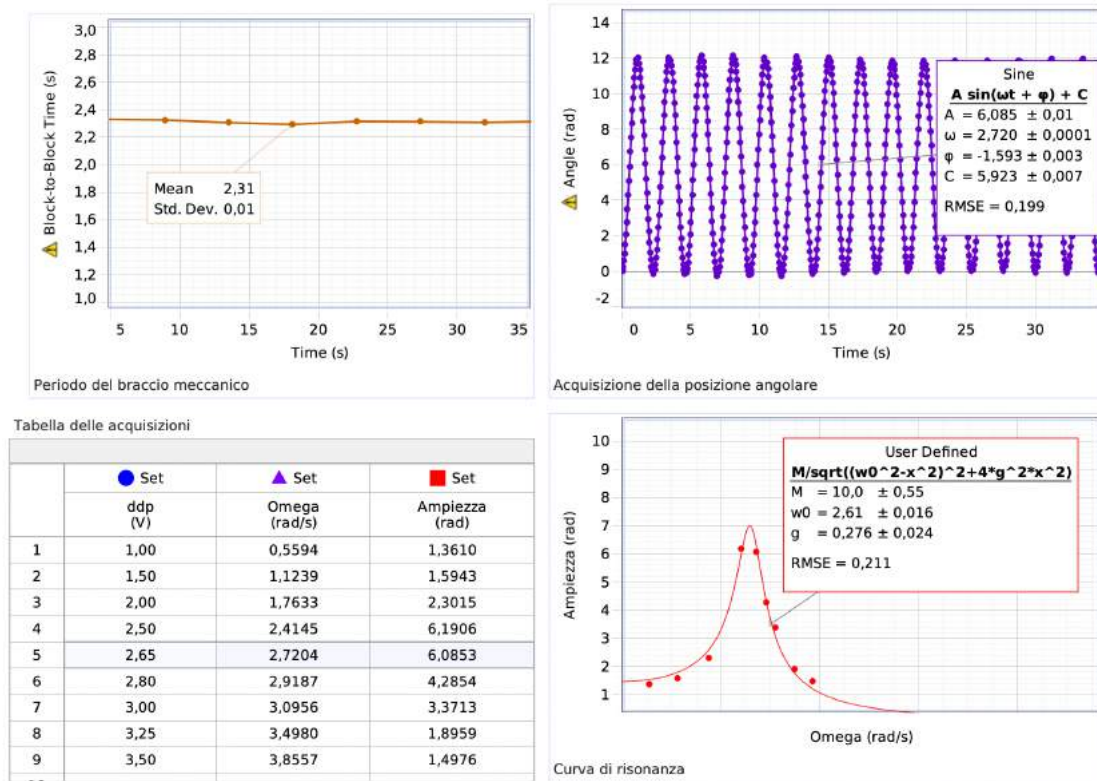


Figura 4: Esempio di run di una misura acquisita per le oscillazioni smorzate-forzate.

Nel corso dell'esperimento si è osservato che l'oscillatore meccanico e il disco si stabilizzavano in pochi secondi dopo aver selezionato una nuova differenza di potenziale, dunque è risultato che $\omega_f = \omega$ come voluto. In ogni caso, per ogni misura ci si è assicurati che l'ampiezza delle oscillazioni fosse divenuta costante prima di segnare il valore. Nella tabella sottostante vengono riassunte le misurazioni effettuate.

Tabella 4: Valori raccolti per differenza di potenziale applicata all'oscillatore elettromeccanico, pulsazione del disco ω e ampiezza dell'oscillazione A . I valori di incertezza di ω forniti da Capstone sono mediamente dell'ordine di 10^{-4} . Sono stati riportati i valori di incertezza dell'ampiezza per effettuare un test del χ^2 .

ddp [V]	ω [rad s ⁻¹]	A [rad]
1.00	0.56	1.36 ± 0.01
1.50	1.12	1.59 ± 0.01
2.00	1.76	2.30 ± 0.01
2.50	2.42	6.19 ± 0.02
2.65	2.72	6.09 ± 0.01
2.80	2.92	4.29 ± 0.02
3.00	3.10	3.37 ± 0.01
3.25	3.50	1.90 ± 0.01
3.50	3.86	1.50 ± 0.01

I dati sono stati riportati in un grafico A vs. ω realizzato su Capstone.

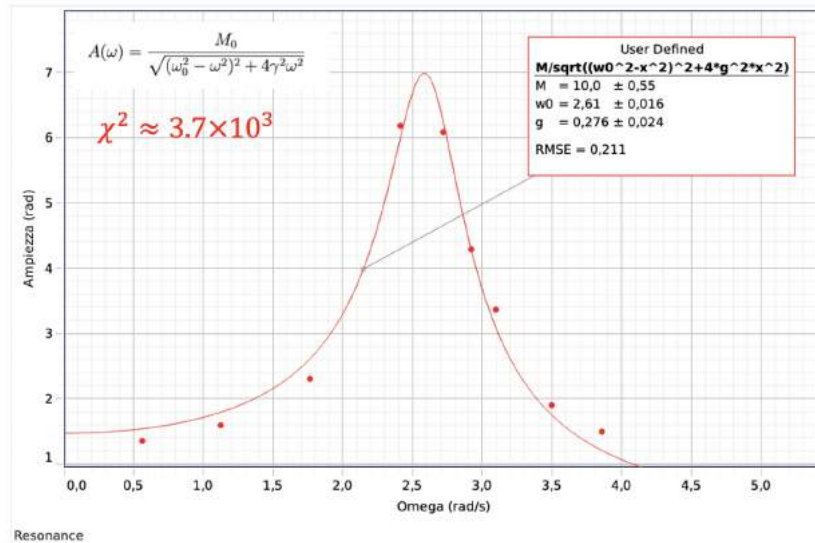


Figura 5: Dati dell'ampiezza in funzione della pulsazione. In rosso la curva che meglio interpola i dati

Sullo stesso grafico è stata effettuata una interpolazione usando come *user defined function* la relazione (7) che lega l'ampiezza alla pulsazione per poter mostrare la curva di risonanza. Il χ^2 associato alla curva con le incertezze fornite da Capstone sulle ampiezze risulta essere pari a $\chi_0^2 \approx 3700$, a cui è associata una probabilità di compatibilità con i dati praticamente nulla con un test del χ^2 con 6 gradi di libertà (i vincoli sono M , ω_0 e γ). Tale risultato verrà discusso nelle conclusioni.

Dalla curva si ricavano dei nuovi valori per la pulsazione propria e per il coefficiente di smorzamento per il magnete a 4 mm:

$$\omega_0^{4mm,2} = (2.614 \pm 0.016) \text{rad s}^{-1}$$

$$\gamma_{4mm,2} = (0.277 \pm 0.024) \text{s}^{-1}$$

4.4 Oscillazioni smorzate a 3 mm

Successivamente si sono ripetute le misurazioni portando il magnete a 3 mm. Tale distanza è stata misurata sempre con l'ausilio del calibro di sensibilità $\sigma = 0.05 \text{ mm}$. Si riportano in [Tabella 5] i risultati delle misurazioni. La procedura della loro acquisizione è la medesima del punto 4.2.

Tabella 5: Valori di ω e γ acquisiti per il magnete a distanza 3 mm dal disco. Si riportano anche le incertezze fornite dal Capstone.

$\omega [\text{rad s}^{-1}]$	$\gamma [\text{rad s}^{-1}]$
2.558 ± 0.006	0.508 ± 0.007
2.559 ± 0.009	0.507 ± 0.008
2.561 ± 0.006	0.483 ± 0.006
2.569 ± 0.008	0.499 ± 0.008
2.563 ± 0.006	0.500 ± 0.008

Dai valori ricavati da Capstone, procedendo analogamente al caso del paragrafo (4.2), si ricavano i valor medi:

$$\omega = (2.562 \pm 0.004) \text{rad s}^{-1}$$

$$\gamma_{3mm,1} = (0.499 \pm 0.010) \text{s}^{-1}$$

Ancora una volta è dunque possibile ricavare la pulsazione propria grazie a (5), da cui risulta:

$$\omega_0^{3mm,1} = (2.610 \pm 0.018) \text{rad s}^{-1}$$

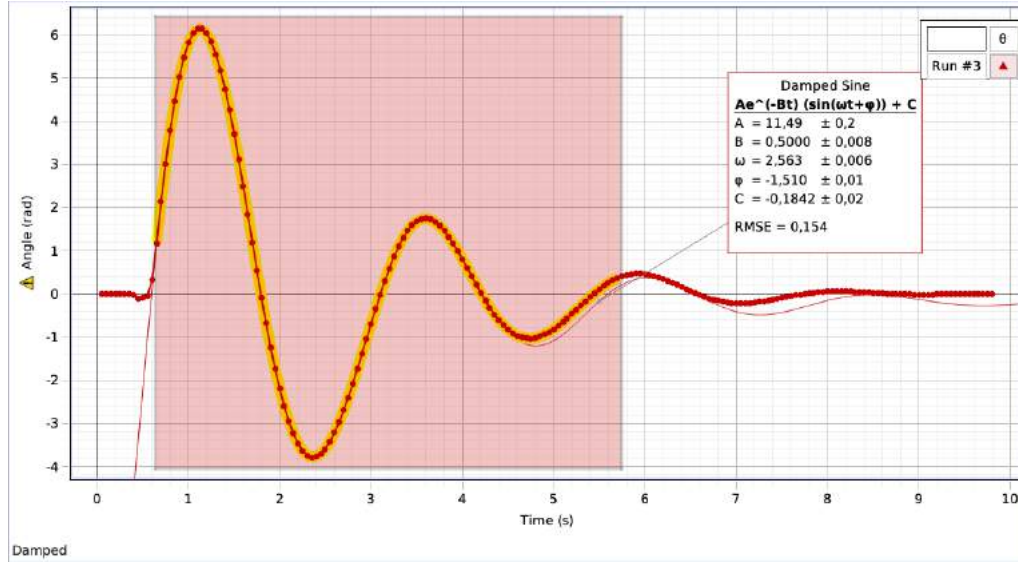


Figura 6: Esempio di acquisizione su Capstone della posizione angolare del disco per il magnete a 3 mm di distanza.

4.5 Oscillazioni smorzate-forzate a 3 mm

Si procede analogamente alla sezione (4.2), ma mantenendo la distanza del disco dal magnete a 3 mm. La procedura di acquisizione dei dati è la medesima e si ottenute le misure riportate in [Tabella 6].

Tabella 6: Valori raccolti per differenza di potenziale applicata all'oscillatore elettromeccanico, pulsazione del disco ω e ampiezza dell'oscillazione A . Le incertezze sui valori di ω che venivano forniti erano ancora una volta dell'ordine di $10^{-4} \text{ rad s}^{-1}$

ddp [V]	ω [rad s ⁻¹]	A [rad]
1.49	1.07	1.53 ± 0.01
2.00	1.73	2.15 ± 0.01
2.50	2.37	4.11 ± 0.01
2.65	2.77	3.77 ± 0.02
3.00	3.08	2.91 ± 0.01
3.50	3.68	1.64 ± 0.01
4.00	4.54	0.84 ± 0.01

Si riportano i dati sulla pulsazione e sull'ampiezza in un grafico A vs. ω su Capstone per evidenziare la forma di risonanza. [Figura 7]

Sullo stesso grafico è stata effettuata un'interpolazione con la funzione descritta dalla relazione (7). La curva ottenuta, con le incertezze fornite da Capstone, risulta avere

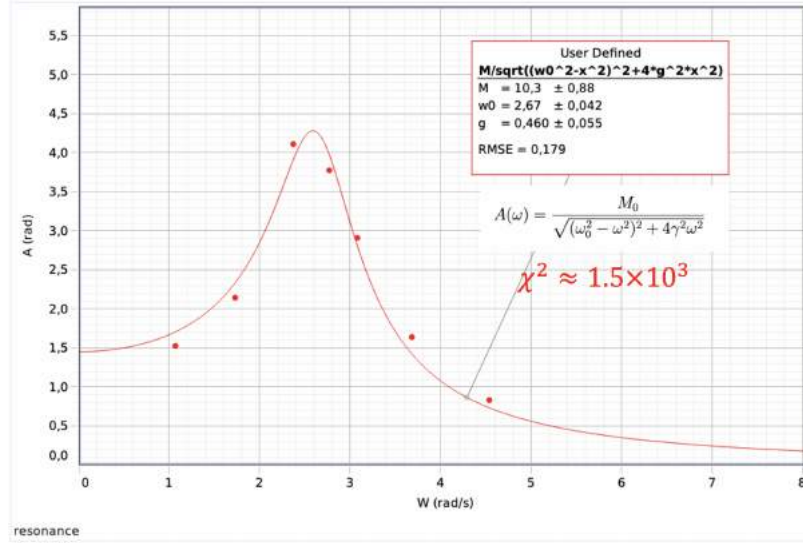


Figura 7: *Dati dell'ampiezza in funzione della pulsazione. In rosso la curva che meglio interpola i dati per oscillazioni smorzate-forzate con magnete a distanza di 3 mm.*

$\chi_0^2 \approx 1500$, dunque una bontà di adattamento con i dati praticamente nulla con un test del χ^2 con 4 gradi di libertà. Tale risultato verrà discusso nelle conclusioni.

Dalla interpolazione così ottenuta si ricavano nuovi valori per la pulsazione propria del sistema e del coefficiente di smorzamento con magnete a 3 mm:

$$\omega_0^{3mm,2} = (2.670 \pm 0.042) \text{ rad s}^{-1}$$

$$\gamma_{3mm,2} = (0.460 \pm 0.055) \text{ s}^{-1}$$

5 Conclusioni

L'esperienza ha permesso di studiare il fenomeno delle oscillazioni e di determinare con misure indipendenti il valore della pulsazione propria di un apparato complesso attraverso le leggi del moto presentate nei [Cenni teorici]. Nelle oscillazioni smorzate e smorzate-forzate sono stati individuati anche i valori di coefficiente di smorzamento.

- Per quanto riguarda le oscillazioni libere si sono ottenute due misure a partire dalle medesime acquisizioni per valutare l'effetto dello smorzamento a cui è inevitabilmente sottoposto il disco. Si effettua il test di compatibilità e si ottiene:

$$t_{free} = \frac{|\omega_{0,1} - \omega_{0,2}|}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} = \frac{|2.613 - 2.612|}{\sqrt{0.008^2 + 0.007^2}} = 0.09$$

A tale valore è associata una probabilità di compatibilità pari a $p(\text{oltre } t\sigma) = 92.8\%$, maggiore della soglia minima di accettabilità fissata al 5%. Questo significa che l'effetto dovuto allo smorzamento è trascurabile nel caso di oscillazioni libere.

Nei successivi confronti verrà utilizzato il primo valore di pulsazione propria: $\omega_{0,1} = \omega_0^{free} = (2.613 \pm 0.008) \text{ rad s}^{-1}$.

- Per quanto riguarda le oscillazioni smorzate con magnete a 4 mm, il valore di pulsazione propria individuato risulta avere distanza in termini di σ dal valore atteso:

$$t_{damped,4mm} = \frac{|\omega_{0,1} - \omega_{damped,4mm}|}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_{damped,4mm}^2}} = \frac{|2.613 - 2.621|}{\sqrt{0.008^2 + 0.007^2}} = 0.75$$

A cui è associata una probabilità di compatibilità con il valore atteso del $45.3\% > 5\%$. I due valori risultano compatibili.

Per le oscillazioni smorzate-forzate con magnete sempre a 4 mm il valore di pulsazione propria estrapolato dalla curva di risonanza risulta avere:

$$t_{forced,4mm} = \frac{|\omega_{0,1} - \omega_{forced,4mm}|}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_{forced,4mm}^2}} = \frac{|2.613 - 2.614|}{\sqrt{0.008^2 + 0.016^2}} = 0.06$$

Dunque, una probabilità di compatibilità con il valore atteso del 95.2%. Le due misure risultano compatibili.

- Si confrontano ora i valori di coefficiente di smorzamento γ per il magnete a distanza 4 mm dal disco ottenuti tramite le oscillazioni smorzate e smorzate-forzate:

$$t_{\gamma,4mm} = \frac{|\gamma_{4mm,1} - \gamma_{4mm,3}|}{\sqrt{\gamma_{4mm,1}^2 + \gamma_{4mm,2}^2}} = \frac{|0.325 - 0.277|}{\sqrt{0.014^2 + 0.024^2}} = 1.73$$

A cui è associata una probabilità di compatibilità tra le due misure dell'8.4% > 5%. Le due misure risultano, quindi, compatibili.

- Per le oscillazioni smorzate con magnete a 3 mm, il valore di pulsazione propria individuato risulta avere:

$$t_{damped,3mm} = \frac{|\omega_{0,1} - \omega_{damped,3mm}|}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_{damped,3mm}^2}} = \frac{|2.613 - 2.610|}{\sqrt{0.008^2 + 0.018^2}} = 0.15$$

Che fornisce una probabilità di compatibilità con il valore atteso del 88.1% > 5%. Le due misurazioni risultano quindi compatibili.

Per le oscillazioni smorzate-forzate con magnete a 3 mm il valore di pulsazione propria estrapolato dalla curva di risonanza risulta avere:

$$t_{forced,3mm} = \frac{|\omega_{0,1} - \omega_{forced,3mm}|}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_{forced,3mm}^2}} = \frac{|2.613 - 2.670|}{\sqrt{0.008^2 + 0.042^2}} = 1.33$$

A cui corrisponde una probabilità di compatibilità del 18.4%. Le due misure sono compatibili.

- Si confrontano infine i valori di coefficiente di smorzamento γ per il magnete a distanza 3 mm dal disco ottenuti tramite le oscillazioni smorzate e smorzate-forzate:

$$t_{\gamma,3mm} = \frac{|\gamma_{3mm,1} - \gamma_{3mm,3}|}{\sqrt{\gamma_{3mm,1}^2 + \gamma_{3mm,2}^2}} = \frac{|0.499 - 0.460|}{\sqrt{0.010^2 + 0.055^2}} = 0.70$$

Che corrisponde a una probabilità di compatibilità tra le due misure pari al 48.4%, che è maggiore della soglia minima di accettabilità fissata al 5%: le due misure risultano compatibili.

L'ultima parte delle conclusioni è dedicata alla discussione dei dati emersi riguardo le due curve di risonanza ottenute per interpolazione. In entrambi i casi, calcolando il χ_0^2 per le due curve si ottengono valori dell'ordine di 10^3 , quindi una probabilità di adattamento ai dati ricavati praticamente nulla.

Si osserva, però, che i valori di pulsazione propria del sistema ω_0 e di coefficiente di smorzamento γ estrapolati da tali curve risultano compatibili con misure effettuate indipendentemente nei precedenti punti. Ciò conduce a ritenere che gli errori sulle ampiezze siano stati sottostimati.

È già stato osservato per le misure nelle oscillazioni libere che le incertezze fornite da Capstone risultano sottostimate. È interessante notare, tuttavia, che anche in altre esperienze in cui si è utilizzato tale software, i valori di ampiezza in oscillazioni di tipo sinusoidale risultavano deviare dai valori attesi.

Un esempio è il caso della determinazione dinamica della costante elastica di una molla: se si lascia oscillare una molla con una massa, i valori di ampiezza delle sinusoidi che descrivono posizione, velocità e accelerazione, non rispecchiano esattamente i valori attesi (rispettivamente A , $A\omega$ e $A\omega^2$). Si ritiene che tali deviazioni siano dovute all'operazione di *smoothing* dei dati che il software attua durante l'acquisizione. Lo stesso sperimentatore può modificare il livello di *smoothing* dalla *toolbar* in fase di analisi dati e si osserva che modificandone il valore, le ampiezze variano anche del decimo di unità. Siccome il software utilizzato per questa esperienza è il medesimo è lecito ritenere che lo *smoothing* sia una fonte importante di errore.

In ultimo, non si può escludere che il modello ideale della relazione (7) non sia valido

per tutti i valori di pulsazione per un sistema complesso come quello utilizzato. Ad esempio, per pulsazioni piccole potrebbero entrare in gioco gli attriti dovuti al perno che regge la puleggia.

Se si valuta l'effetto di queste possibili fonti di errori come un'incertezza sulle misure di ampiezza pari $\sigma_A = 0.1$ rad, i due valori di χ_0^2 si riducono di un fattore 100:

$$\chi_{0,4mm}^2 = 39 \qquad \chi_{0,3mm}^2 = 20$$

Che per un test di compatibilità rispettivamente con 6 gradi di libertà e 4 gradi di libertà corrispondono a probabilità di accordo ancora nulle.

Se si valuta l'incertezza dell'ordine di $\sigma_A = 0.2$ rad, i due valori di χ_0^2 risultano essere:

$$\chi_{0,4mm}^2 = 9.8 \qquad \chi_{0,3mm}^2 = 5.11$$

Che per un test di compatibilità rispettivamente con 6 gradi di libertà e 4 gradi di libertà corrispondono a probabilità di accordo: $p_{4mm} = 13\%$ e $p_{3mm} = 28\%$, dunque risulta un buon accordo con i dati ottenuti.

In ultimo, si mostra in un grafico le due curve di risonanza ottenute per interpolazione sovrapposte per mostrare l'effetto dello smorzamento. [Figura 8]

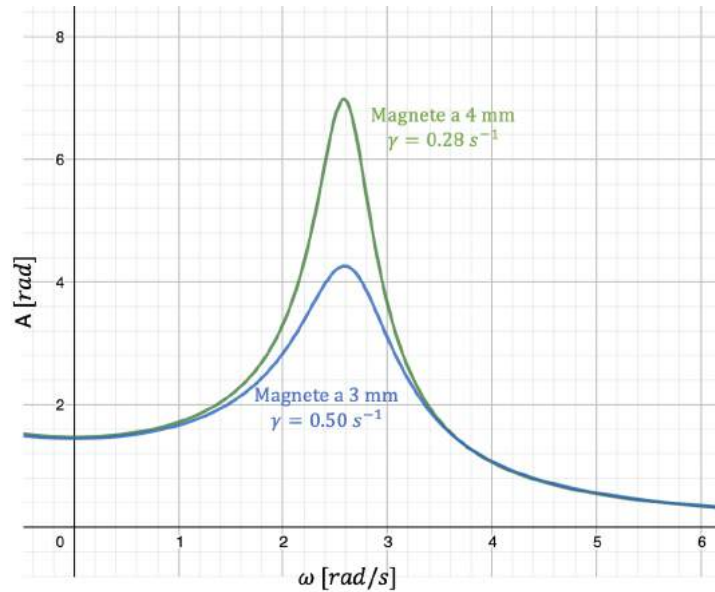


Figura 8: Grafici dell'ampiezza in funzione della pulsazione ricavati dai dati per interpolazione. In blu la curva per il magnete a 3 mm dal disco, mentre in verde la curva per il magnete a 4 mm di distanza.

Come previsto dalla relazione (7), per coefficiente di smorzamento più elevato, la curva di risonanza è caratterizzata da ampiezze più piccole. Sul grafico si sarebbe anche dovuto notare un lieve spostamento del picco della curva blu verso sinistra. L'effetto non è apprezzabile nel grafico proposto perché per interpolazione si è ottenuto un valore di $\omega_0^{3mm} = (2.67 \pm 0.04)\text{rad s}^{-1}$, leggermente più elevato di quello previsto, che tende a "spostare" il massimo verso destra rispetto le previsioni.

Riferimenti bibliografici

- [1] P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci. Fisica – Volume I. Seconda edizione. Edises Università.
- [2] J. R. Taylor. Introduzione all'analisi degli errori. Seconda edizione. Zanichelli.