

# Spettroscopia

La spettroscopia, in fisica, indica la misurazione e lo studio di uno spettro elettromagnetico.

Uno strumento che permette di misurare uno spettro viene chiamato spettroscopio, spettrografo, spettrometro o spettrofotometro.

Lo spettroscopio si basa su dispersione o interferenza.

Si ottengono informazioni relative alle transizioni elettroniche, alla composizione chimica e ai legami Molecolari.

Test fisica fondamentale ( $H$  &  $\bar{H}$ ,  $\alpha$ , ...)

# DISPERSIONE DELLA LUCE

L'indice di rifrazione di un mezzo materiale dipende, oltre che dal particolare mezzo considerato, dalla lunghezza d'onda della radiazione. Il primo studio dettagliato sperimentale di tale dipendenza fu compiuto da Newton nel 1672 attraverso la separazione in vari colori subita dalla luce bianca nell'attraversare un prisma di vetro.



# Spettroscopia – Ottica 2

**1a:** spettrometro a prisma

calibrazione con lampada al Cd

misura lunghezza d'onda lampada Na

**1b:** spettrometro in fibra ottica

misura lunghezza d'onda lampada al Cd

**2:** spettrometro a reticolo

lampada al Hg (linea verde)  $\Rightarrow$  passo del reticolo

posizioni delle righe spettrali H nel visibile

serie di Balmer  $\Rightarrow$  costante di Rydberg

# Spettroscopio

Apparato disegnato per misurare la distribuzione della radiazione di una sorgente in una particolare regione di lunghezza d'onda.

Componenti principali sono l'elemento dispersivo ed il rivelatore.  
L'energia radiante passa attraverso la fenditura di ingresso  
il sistema seleziona una banda spettrale che viene trasmessa sul rivelatore.  
(attraverso la fenditura in uscita).

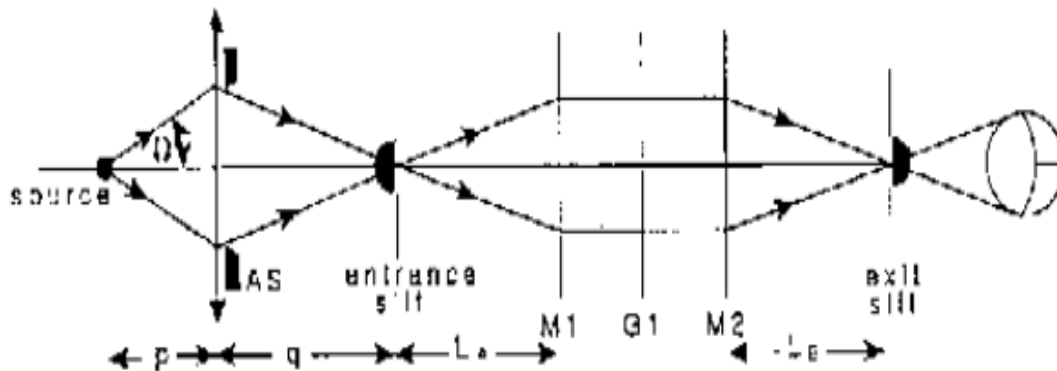
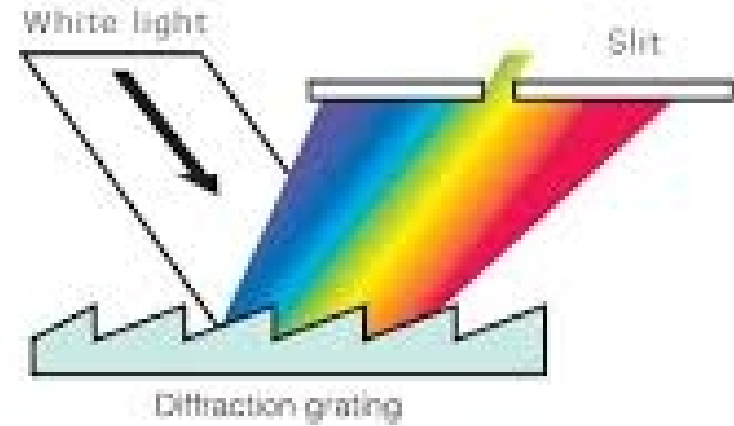
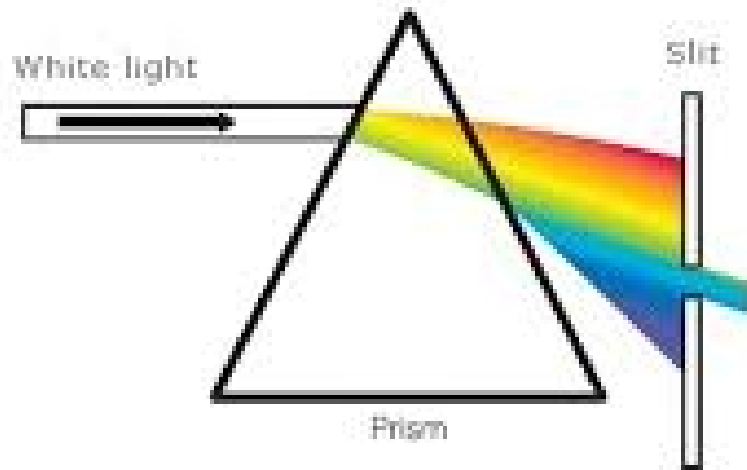


Figure 22 - Typical Monochromator System



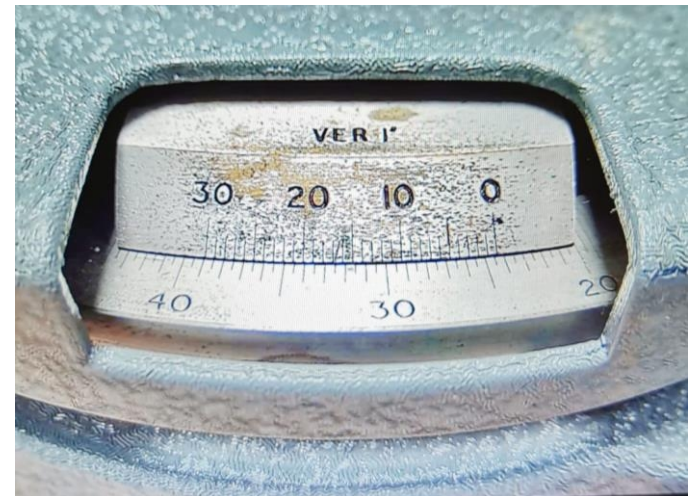
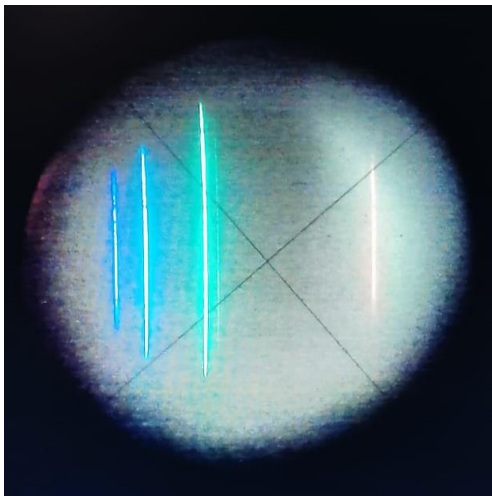
## Spettrometri a prisma e reticolo

# Caratteristiche spettroscopio

La dispersione angolare fra le righe

La risoluzione dello spettro

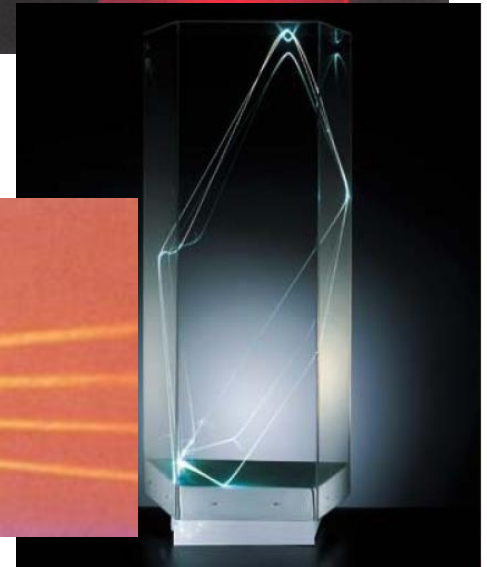
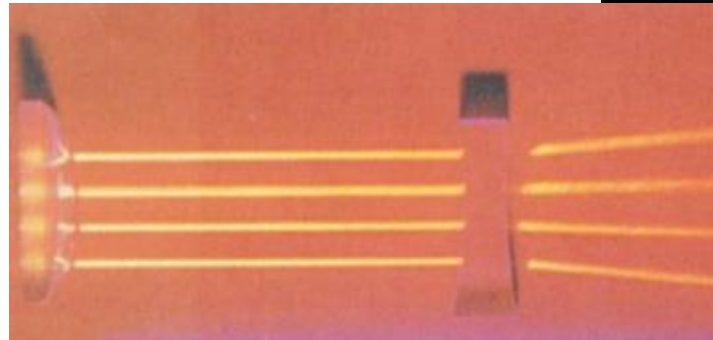
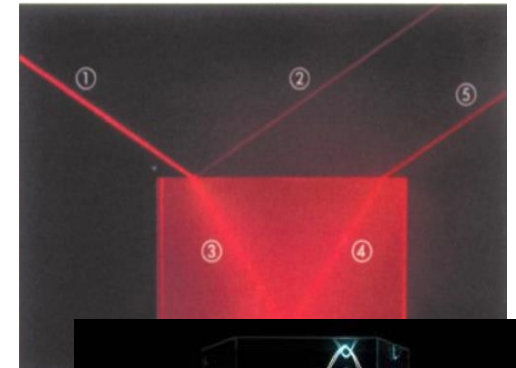
Criterio di Rayleigh (arbitrario): due righe sono risolte quando il massimo della figura dell'una cade sul primo minimo della figura dell'altra



# OTTICA GEOMETRICA

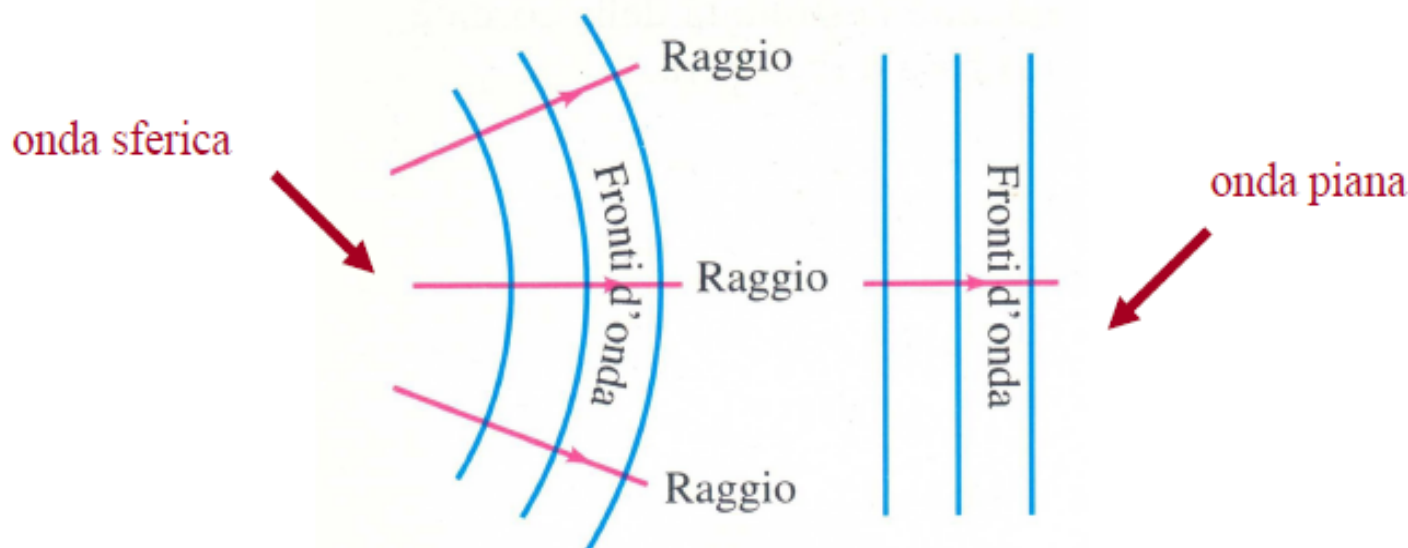
L'ottica geometrica definisce le leggi della riflessione e della rifrazione assumendo che la propagazione della luce in un mezzo omogeneo avvenga in linea retta.

Argomento di studio dell'ottica geometrica è quindi il comportamento di dispositivi ottici quali specchi, diottri e lenti.



**l'Ottica geometrica** si basa sul concetto di **raggio luminoso** e di **fronte d'onda**

## Grandezze topologiche fondamentali



Grandezze topologiche fondamentali di un'onda:

- **fronte d'onda:** l'insieme dei punti dotati di fase uguale
- **raggio ottico:** linea perpendicolare al fronte d'onda, parallela alla direzione di propagazione dell'onda; non è una realtà fisica, ma un'utile costruzione geometrica
- **onda piana:** onda *ideale* con fronti d'onda piani ed *infiniti*
- **onda sferica:** onda con fronti d'onda sferici *concentrici*

A grande distanza dalla sorgente ogni onda è approssimabile con un'onda piana, in quanto i raggi sono tra di loro praticamente paralleli.



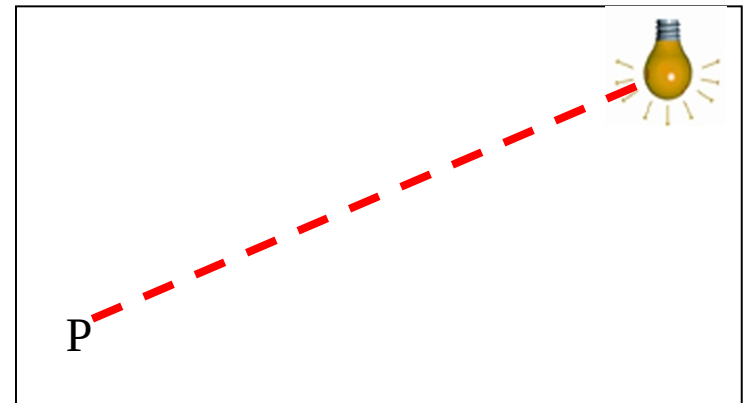
# Percorso della luce in un insieme di mezzi:

## PRINCIPIO DI FERMAT

Il percorso seguito da un raggio di luce per andare da un punto ad un altro attraverso un qualsiasi insieme di mezzi è quello che richiede il minimo tempo ovvero il minimo cammino ottico



In un mezzo omogeneo, la velocità della luce è costante e il cammino più rapido è una retta.



Che succede alla superficie di separazione tra due mezzi diversi?

# Indice di Rifrazione

L'indice di rifrazione dipende dalla lunghezza d'onda della radiazione

$$n v = c$$

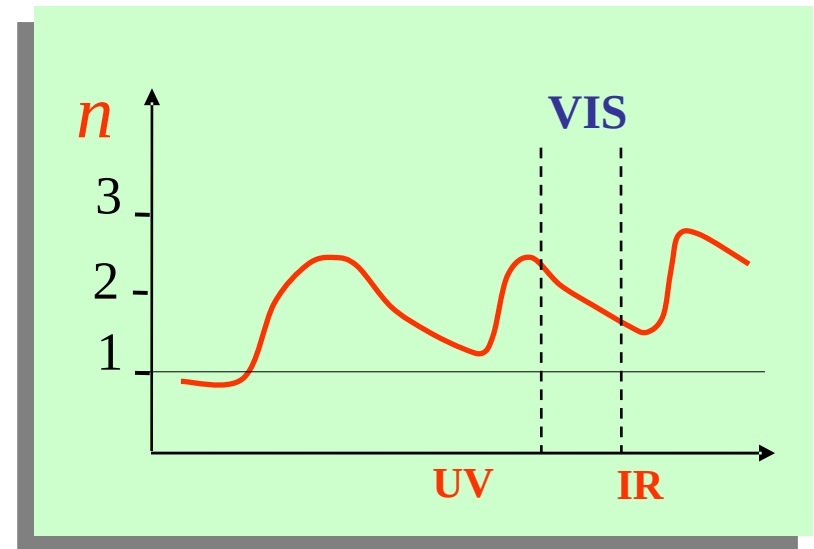
*n dipende dalla frequenza!*

$$n(\omega) \rightarrow n(\lambda)$$

$\equiv$  dispersione

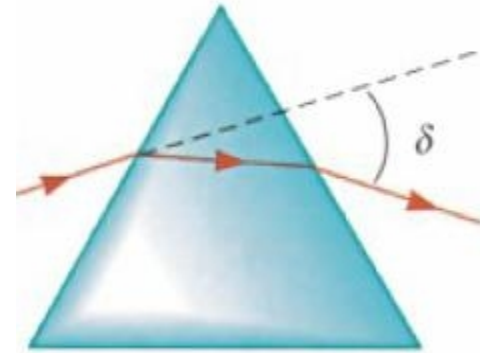
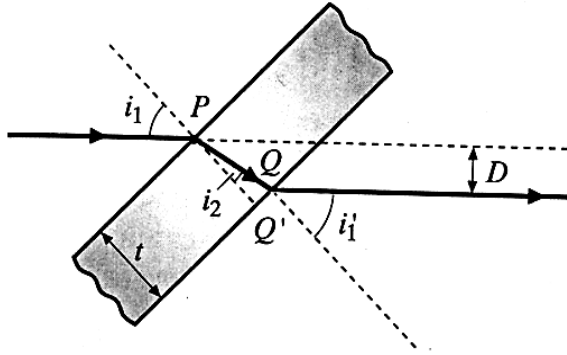


$\lambda$ (nel vuoto)	656.3 nm (rosso)	589.0 nm (giallo)	486.1 nm (blu)
Elio	1.000036	1.000040	1.000043
Aria	1.000293	1.0003	1.00032
Acqua	1.3312	1.3330	1.3372
Vetro crown	1.5146	1.5171	1.5233
Vetro flint	1.5764	1.5804	1.5903
Diamante	2.4215	2.4242	2.4351



tipico andamento di  $n(\lambda)$

# Dispersione della luce:il prisma

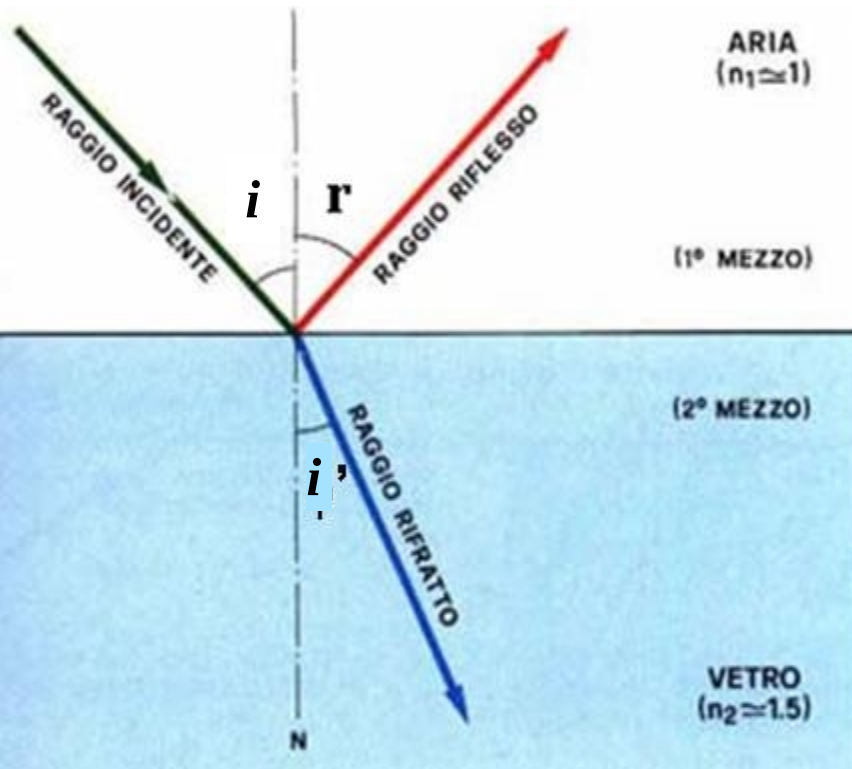


In una lastra a faccie piane e parallele tutti i raggi uscenti sono paralleli tra di loro pertanto i vari colori si propagano nella stessa direzione una volta attraversata la lastra. I vari colori vengono invece dispersi ad angoli diversi se le due facce non sono parallele come in una lente o in un prisma

Poiché l'angolo di deviazione dipende da  $n$  che a sua volta dipende dalla lunghezza d'onda della luce, facendo passare della luce bianca in un prisma si può scomporre la luce stessa nei diversi colori che la compongono



# Leggi di Snell: quali sono le direzioni del raggio riflesso e del raggio rifratto?



Definiamo la geometria:  
si chiamano:

- **angolo di incidenza  $i$**  l'angolo tra la direzione di propagazione della luce incidente e la normale alla superficie,
- **angolo di riflessione  $r$**  l'angolo tra la normale e la direzione di propagazione dell'onda riflessa,
- **angolo di rifrazione  $i'$**  l'angolo tra la normale e la direzione di propagazione dell'onda rifratta.

Il raggio incidente, quello riflesso, quello rifratto e la normale N alla superficie che separa i due mezzi giacciono sullo stesso piano.

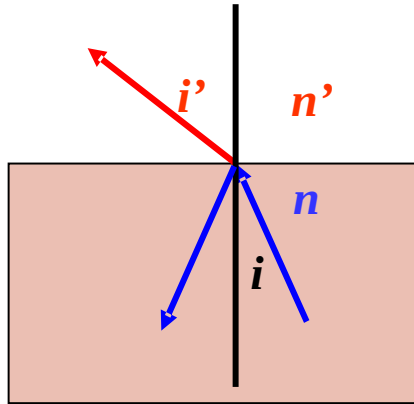
$$i = r$$

Legge di Snell della riflessione

$$n_1 \sin i = n_2 \sin i'$$

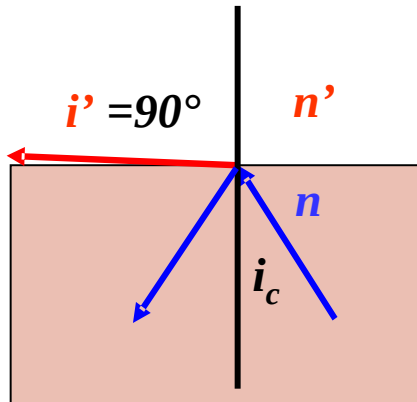
Legge di Snell della rifrazione

Quando la luce passa da un mezzo più denso a uno meno denso  $n' < n$



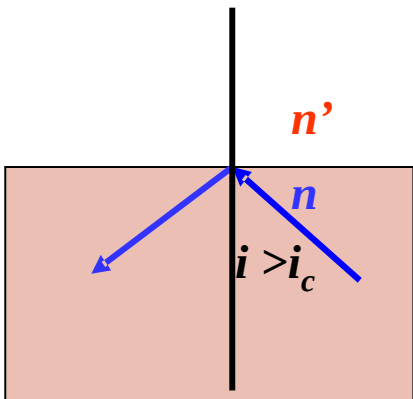
$$\frac{\sin i'}{\sin i} = \frac{n}{n'} > 1$$

In questa situazione si ha quindi che  $i' > i$



L'angolo critico è l'angolo di incidenza  $i$  nel mezzo più denso per il quale l'angolo di rifrazione  $i'$  nel mezzo meno denso è pari a  $90^\circ$

$$\frac{\sin(i_c)}{\sin(90^\circ)} = \frac{n'}{n} \longrightarrow i_c = \arcsin\left(\frac{n'}{n}\right)$$

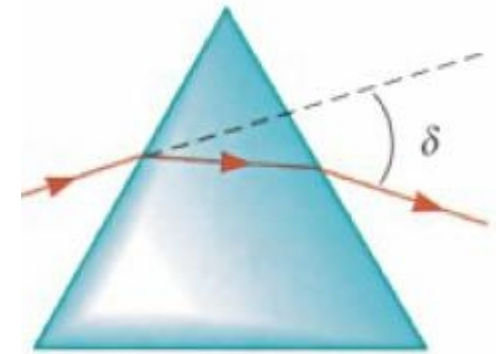


$i > i_c$  si ha riflessione totale

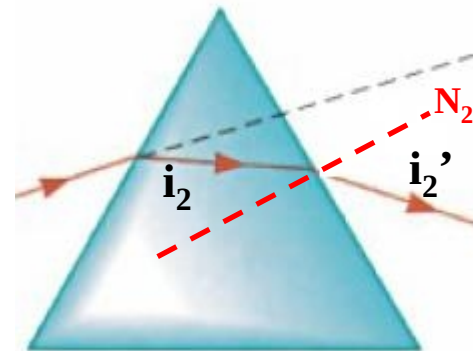
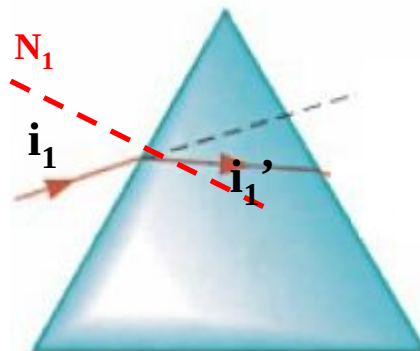
# Angolo di deviazione prismatica

**Angolo di deviazione prismatica:** l'angolo di deviazione  $\delta$  tra il raggio incidente e il raggio trasmesso, emergente dal prisma.

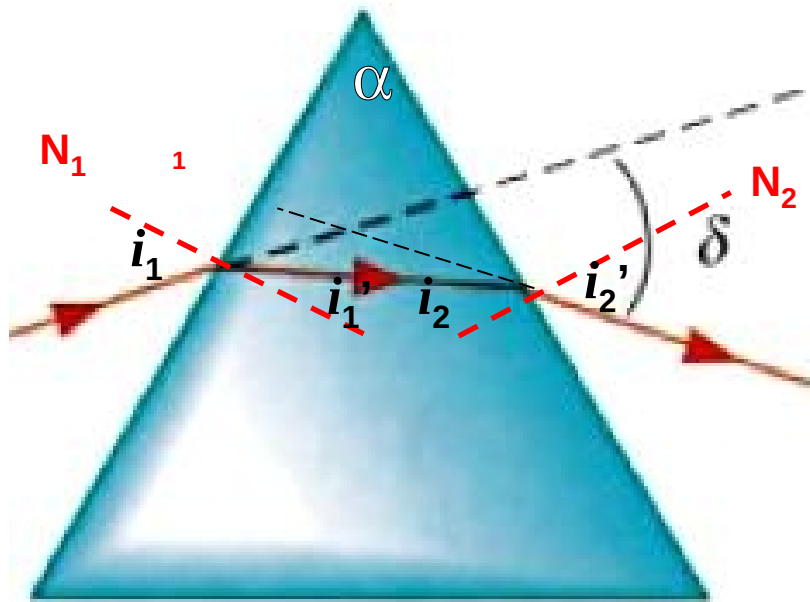
Corrisponde quindi alla deviazione *totale* introdotta dal prisma.



- Un raggio di luce viene deviato da un prisma di un angolo totale  $\delta$ ; su ognuna delle due facce, il raggio subisce una rifrazione secondo la legge di Snell.
- Ciascuna delle due facce rappresenta una superficie di separazione tra due mezzi; le due superfici hanno normali diverse.

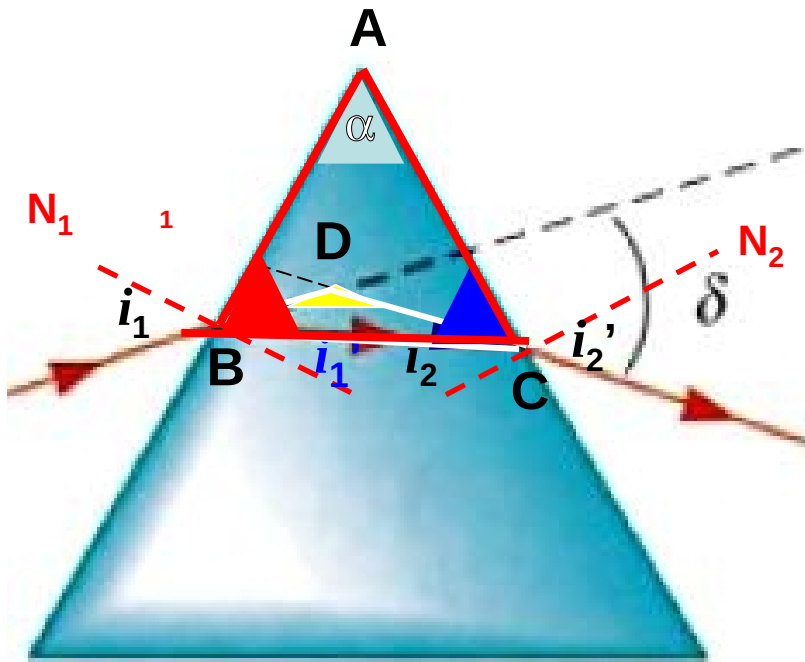


# Prisma



$\delta$  è l'angolo di deviazione

# Calcoliamo l'angolo di deviazione prismatica



La somma degli angoli interni di un triangolo è pari a  $\pi$

Dal triangolo (BCD):

$$\pi = (\pi - \delta) + (i_1 - i_1') + (i_2' - i_2)$$

$$\delta = (i_1 - i_1') + (i_2' - i_2)$$

Dal triangolo (ABC):

$$\alpha = (\pi/2 - i_1') + (\pi/2 - i_2) = \pi \Rightarrow \alpha = i_1' + i_2$$

$$\delta = i_1 + i_2' - \alpha \quad \text{dipende da } n \text{ e quindi (implicitamente) da } \lambda$$

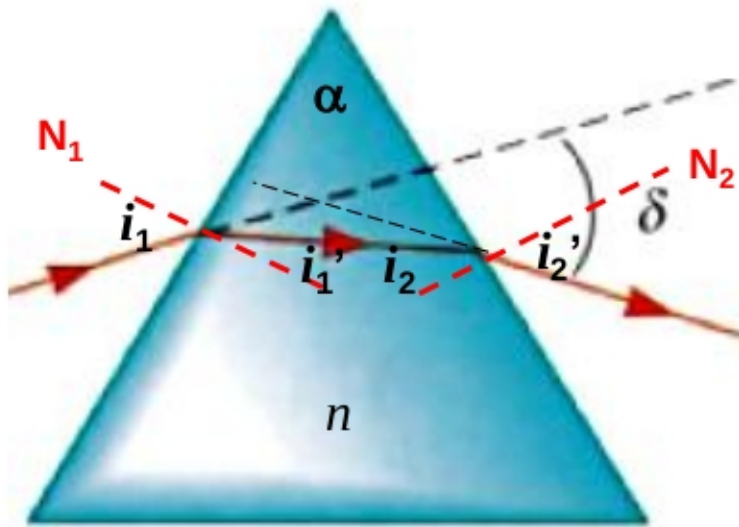
$i_1$ : angolo con cui il raggio incide sul prisma (rispetto alla normale della prima faccia)

$i_2'$ : angolo con cui emerge dal prisma (rispetto alla normale della seconda faccia)

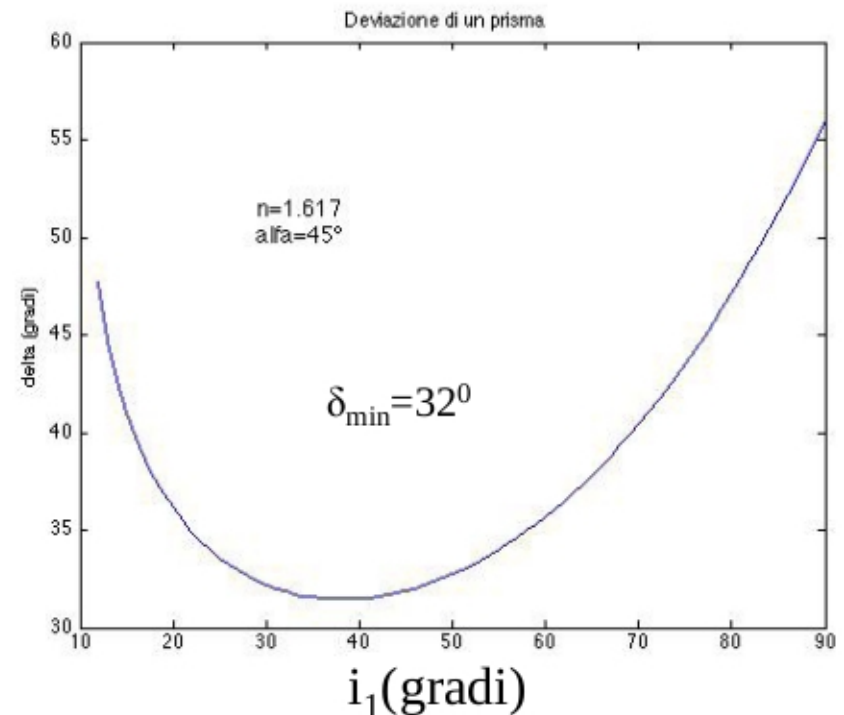


# Angolo di deviazione minima

Fissiamo una certa lunghezza d'onda  $\lambda$  e misuriamo  $\delta = i_1 + i_2' - \alpha$  in funzione dell'angolo di incidenza, otteniamo.



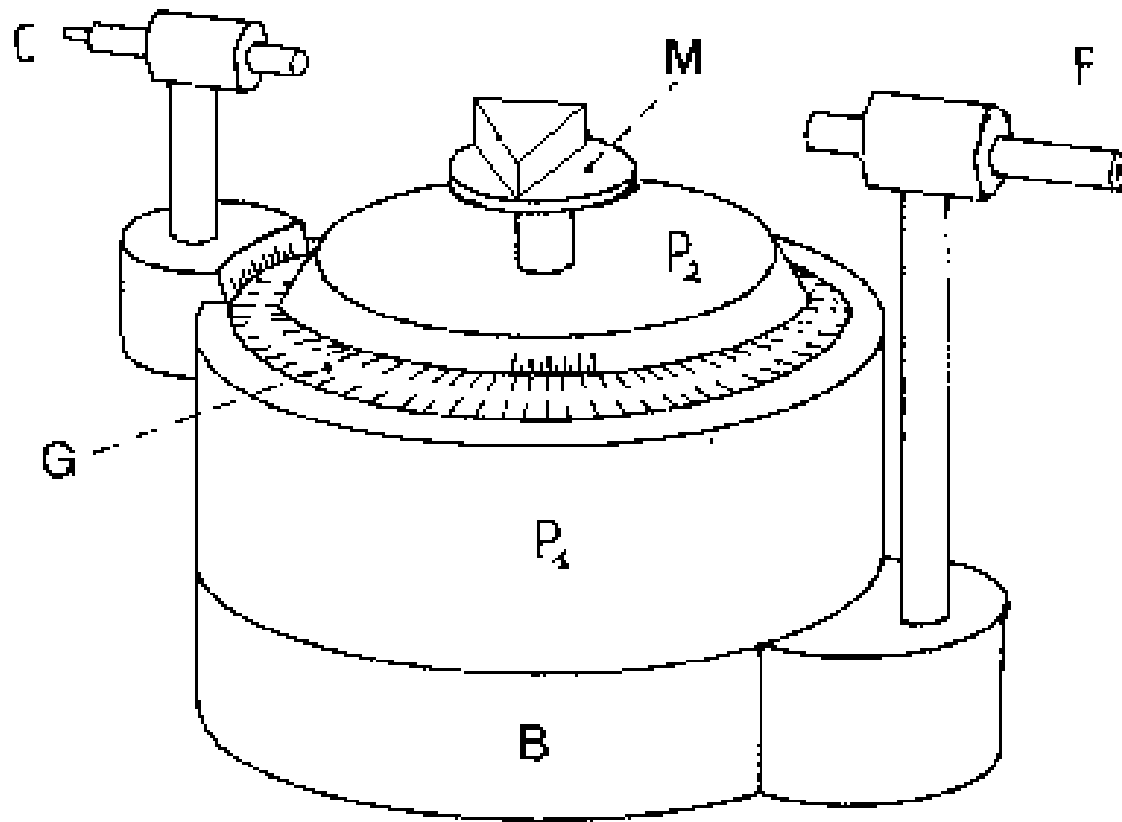
E' presente un solo minimo.



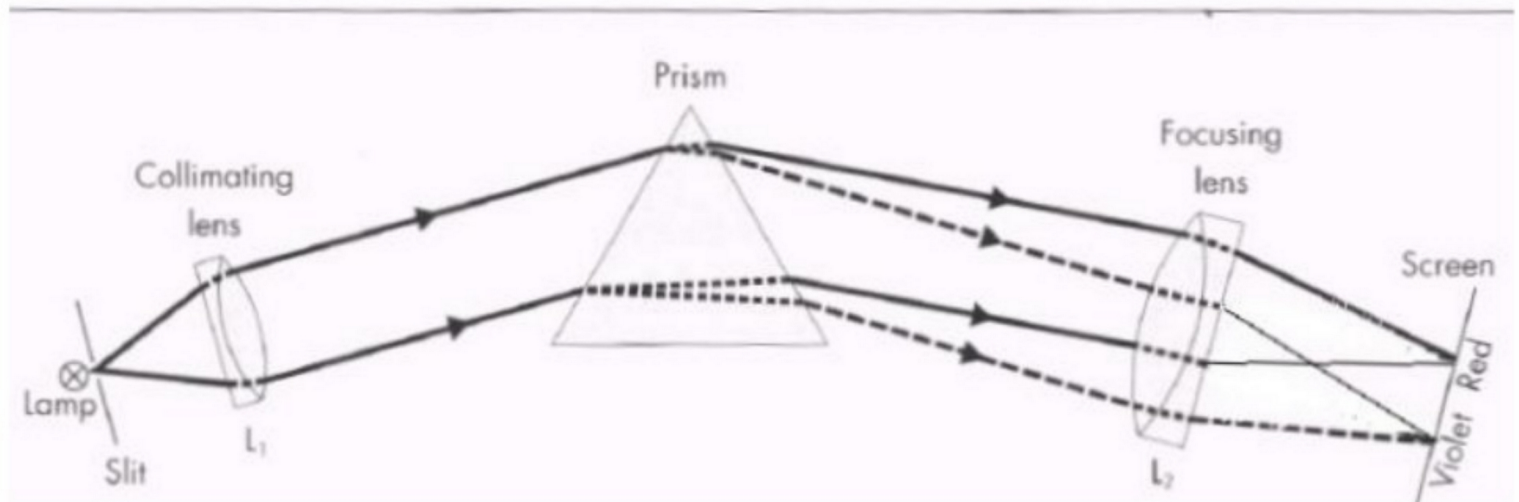
La condizione di deviazione minima corrisponde alla situazione in cui l'angolo di ingresso  $\theta_i$  (o  $i_1$ ) è uguale all'angolo di uscita  $\theta_e$  (o  $i_2'$ ) ed il raggio luminoso all'interno del prisma è parallelo alla base. Infatti, se così non fosse, per il teorema della reversibilità del cammino luminoso, dovrebbero esistere almeno due angoli di deviazione minima. Trovato l'angolo di incidenza corrispondente all'angolo di deviazione minima, ponendo  $i_1 = i_2'$ , si ha:

$$\delta_{\min} = i_1 + i_2' - \alpha = 2i_1 - \alpha$$

# Spettrometro a Prisma



# DISPERSIONE ANGOLARE PRISMA



Calcoliamo l'angolo di deviazione per un prisma con  $\alpha = 60^\circ$  di vetro Flint agli estremi dello spettro visibile (400 nm,  $n = 1.652$  e 700 nm,  $n = 1.613$ ):

$$\delta = 2 \sin^{-1}[n \sin(\alpha/2)] - \alpha$$

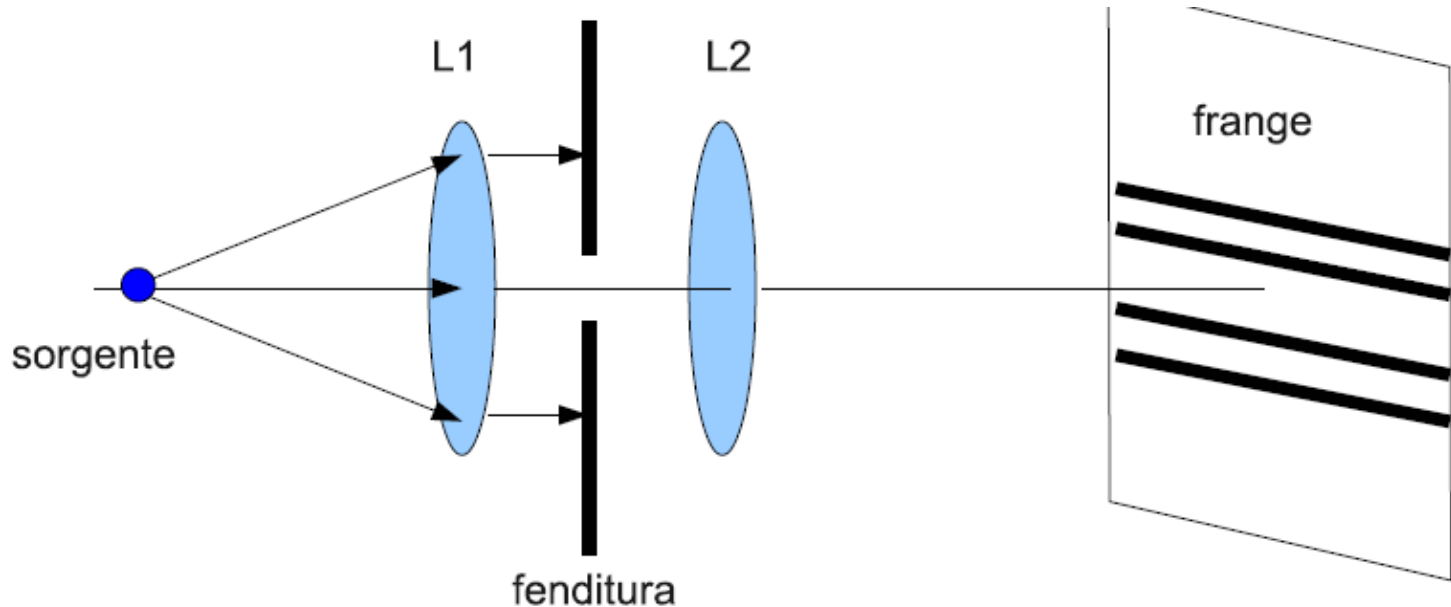
A 400 nm,  $\delta = 51.38^\circ$ ; a 700 nm  $\delta = 47.52^\circ$

Tutto lo spettro visibile sta in meno di quattro gradi

# Diffrazione da singola fenditura

12

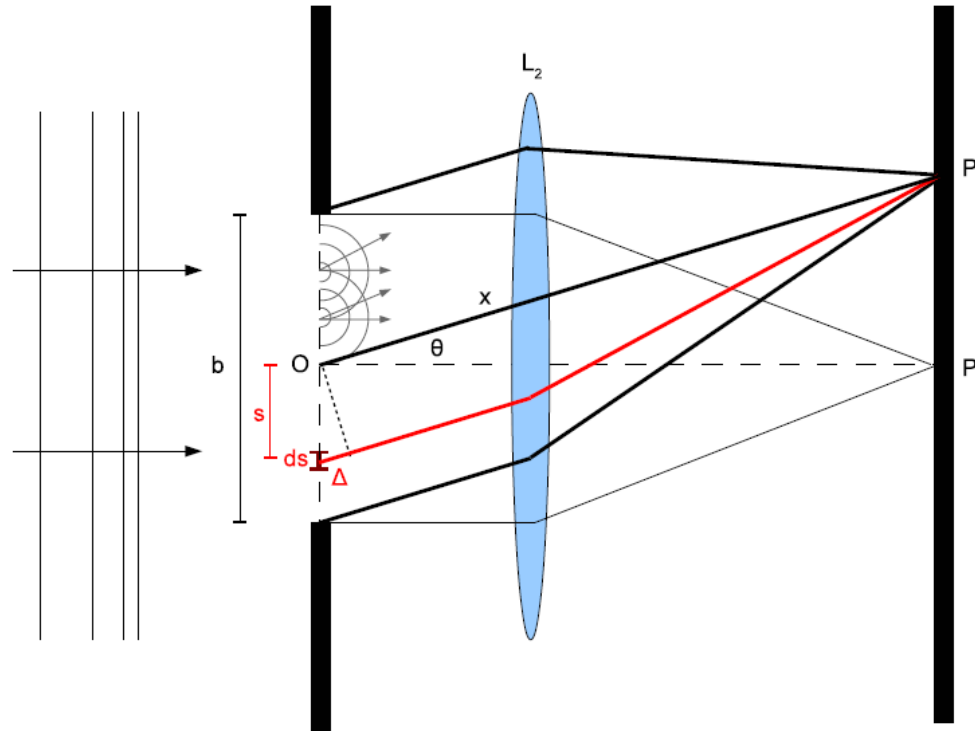
Esistono 2 tipi di diffrazione: la diffrazione di **Fraunhofer** che considera la sorgente all'infinito e la diffrazione di Fresnel che considera la sorgente a distanza finita. Delle due, la diffrazione di Fraunhofer è la più semplice da trattare dal punto vista teorico.



# Diffrazione da singola fenditura

13

Principio di Huygens: i fronti d'onda secondari generati da ogni punto interno alla fenditura interferiscono fra di loro producendo sul rivelatore strisce luminose (dette anche frange) alternate a zone scure.



# Diffrazione da singola fenditura

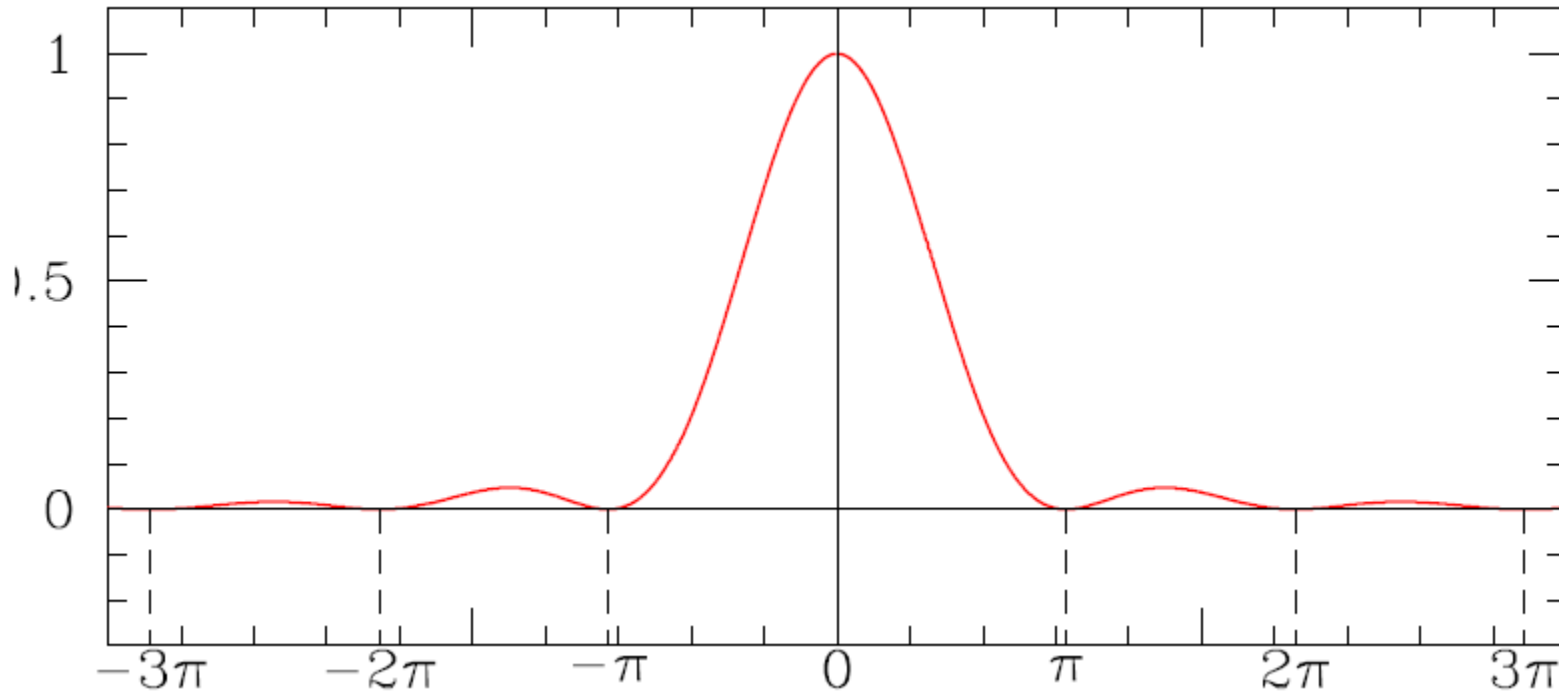
14

L'intensità della figura di diffrazione sullo schermo sarà data da:

$$I \sim A_0^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$$

Dove ( $i$  angolo incidenza):

$$\beta = \frac{\pi b}{\lambda} (\sin i + \sin \theta)$$

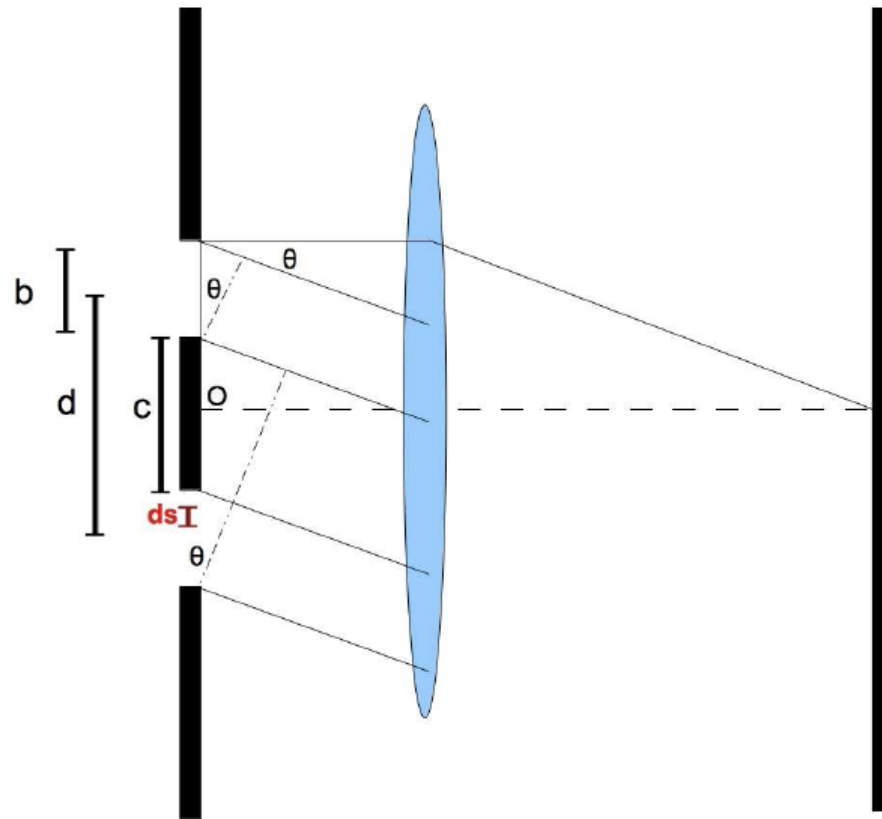


Le posizioni dei minimi nella figura di diffrazione si trovano a ( $m$  intero):

$$\beta = m\pi$$

# Diffrazione da doppia fenditura

15



Differenza di cammino ottico  $\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta$ . Si ha  $d \sin \theta_{\text{chiare}} = m\lambda$

Si ha la combinazione di diffrazione ed interferenza

# Diffrazione da doppia fenditura

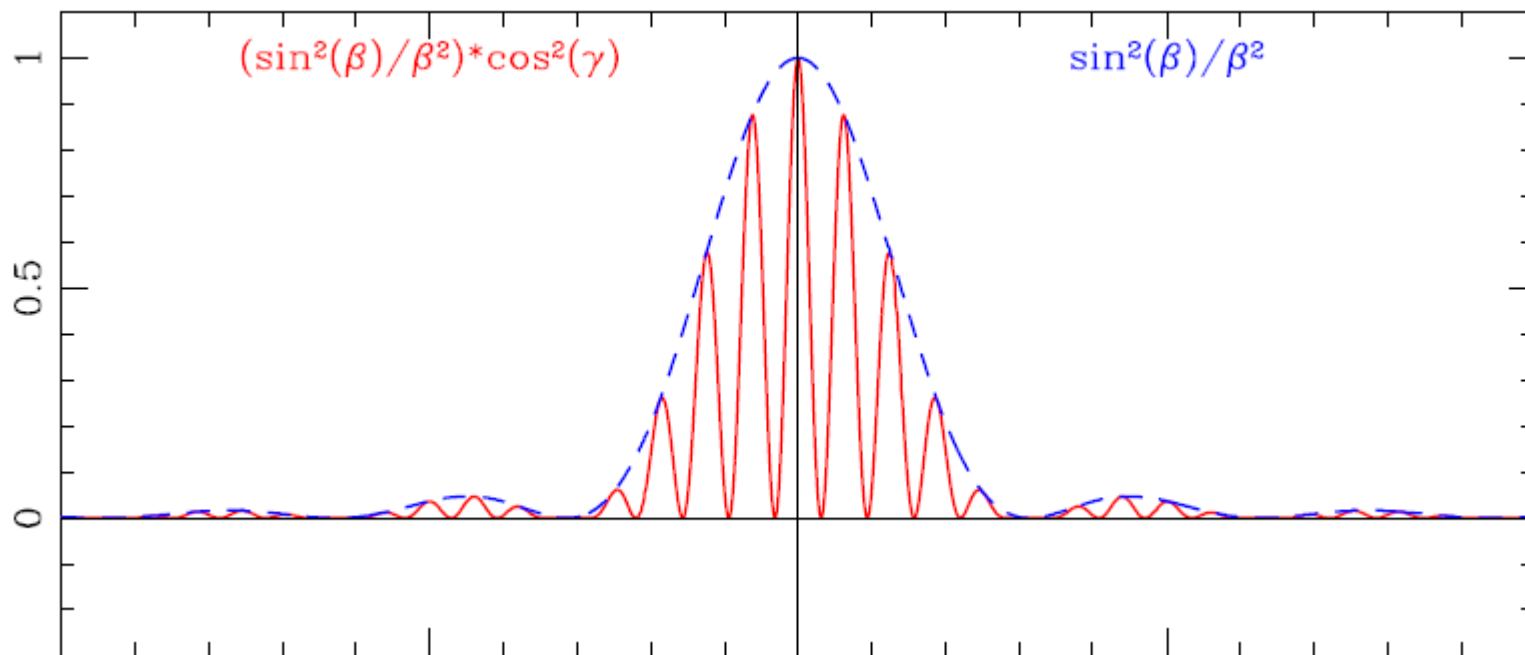
16

L'intensità della figura di diffrazione sullo schermo sarà data da:

$$I \sim 4A_0^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \cos^2 \gamma$$

Dove:

$$\beta = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \quad \gamma = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$



Le posizioni dei minimi nella figura di diffrazione si trovano a  $\cos \gamma = 0$  e  $\sin \beta = 0$ :

$$d \sin \vartheta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda ; b \sin \vartheta = p \lambda$$



# Interferometria con doppia fenditura

17

**Massimi:** in prima approssimazione consideriamo il caso di fenditure molto strette, in modo tale che la figura di diffrazione diventi larga abbastanza da poter considerare determinante solo il termine  $\cos^2\gamma$ :

$$\cos^2\gamma = 1 \Rightarrow \gamma = m\pi \quad \text{con } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$d \sin \theta = m \lambda$$

Il termine  $m$  è chiamato ordine di interferenza.

Consideriamo due stelle di pari intensità e con separazione angolare  $\alpha$ , si formeranno due figure di interferenza sovrapposte. La distanza angolare fra due frange successive è pari a:  $\theta \sim \lambda/d$

Quando  $\alpha$  è tale che il massimo di interferenza di una figura coincide con il minimo dell'altra, le frange spariscono e le due sorgenti sono risolte.

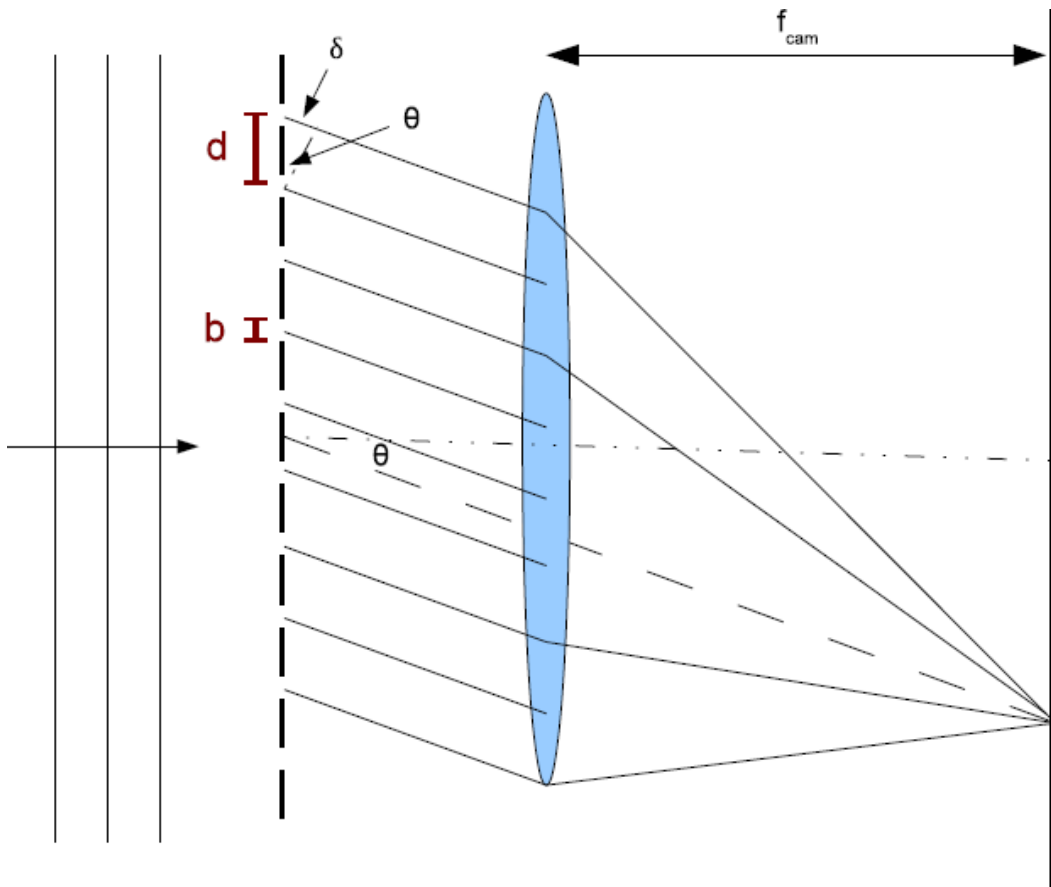
Distanziando le fenditure fino a far sparire le frange di interferenza si può misurare la separazione angolare fra le due stelle.

Questa tecnica è nota come **interferometria** e la quantità  $\lambda/2d$  è chiamata potere risolutivo dell'interferometro.

# Reticolo di diffrazione

18

Se da 2 fenditure passiamo ad un numero  $N$  molto elevato otteniamo il cosiddetto reticolo di diffrazione.



$$I \sim A_0^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma}$$

Dove il termine di interferenza fra  $N$  fenditure è:

$$\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma}$$

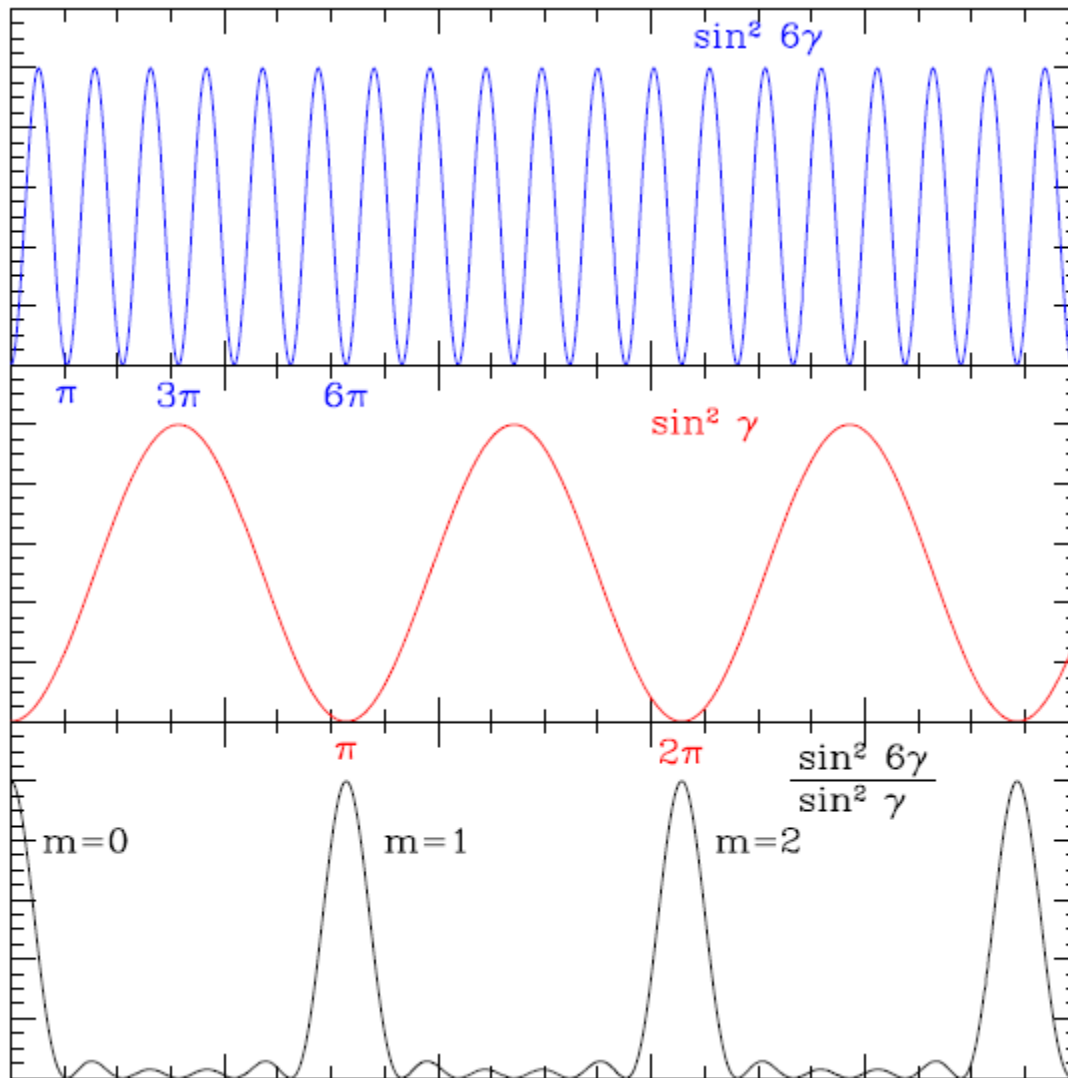
I massimi principali si hanno per ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ):

$$d (\sin i + \sin \theta) = m\lambda$$

Equazione generale del reticolo

# Reticolo di diffrazione

19



Le posizioni dei minimi invece si hanno quando solamente il numeratore del termine di interferenza va a zero, cioè quando:

$$N\gamma = p\pi$$

Essendo:

$$\gamma = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

Si ha:

$$d \sin \theta = \frac{P}{N} \lambda$$

# Dispersione del reticolo di diffrazione

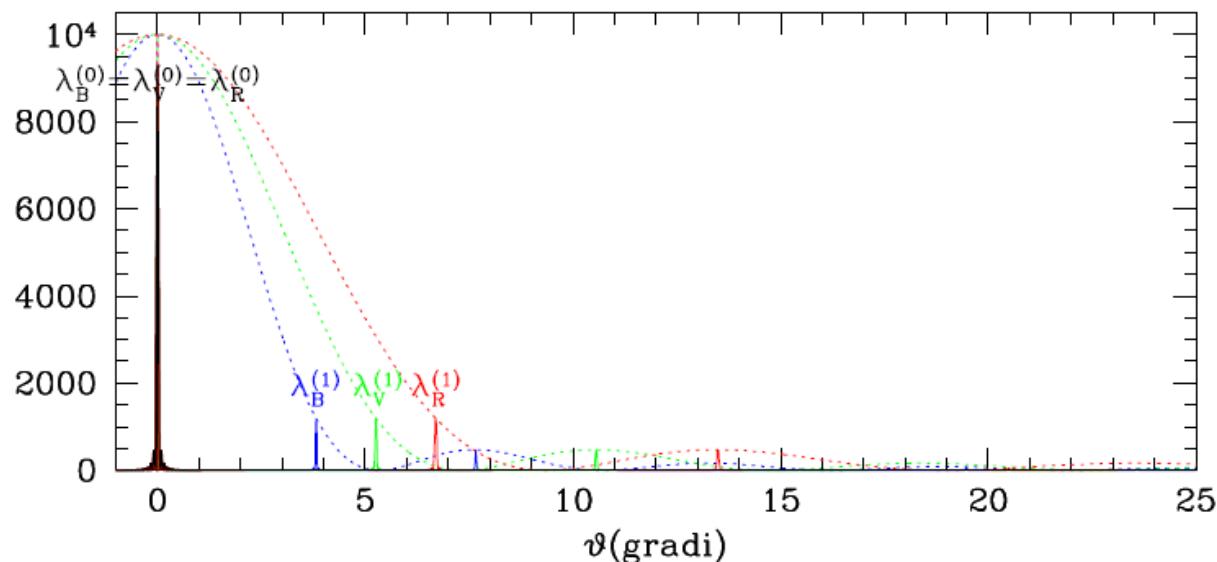
20

Se  $m = 0$ , tutte le lunghezze d'onda coincidono, mentre per gli altri ordini si formerà uno spettro di righe a differenti lunghezze d'onda, le cui posizioni angolari ( $\theta(\lambda)$ ) sono date dall'equazione generale del reticolo.

$$d (\sin i + \sin \theta) = m\lambda$$

La separazione angolare fra le righe (dispersione angolare) cresce con l'ordine e si ottiene differenziando l'equazione del reticolo:

$$\frac{\Delta\lambda}{\Delta\theta} = \frac{d \cos \theta}{m}$$



# Potere risolvante del reticolo di diffrazione

21

Criterio di Rayleigh: – due righe vicine (che differiscono di  $\Delta\lambda$ ) possono essere risolte quando il max di una ( $\lambda + \Delta\lambda$ ) coincide con il primo minimo dell'altra ( $\lambda$ )

Il max di ( $\lambda + \Delta\lambda$ ) si ha per  $d \sin\theta = m(\lambda + \Delta\lambda)$

Il min di  $\lambda$  si ha per  $d \sin\theta = (m + 1/N)\lambda$

Uguagliando e dividendo per  $m$  si ha  $\lambda + \Delta\lambda = \lambda + \lambda/mN$

Quindi  **$R = \lambda/\Delta\lambda = mN$**

Il potere risolvante cresce al crescere dell'ordine di diffrazione.

Ricavando  $m$  dall'equazione del reticolo,  $R = (Nd \sin\theta)/\lambda$ , ove  $Nd$  è la larghezza del reticolo

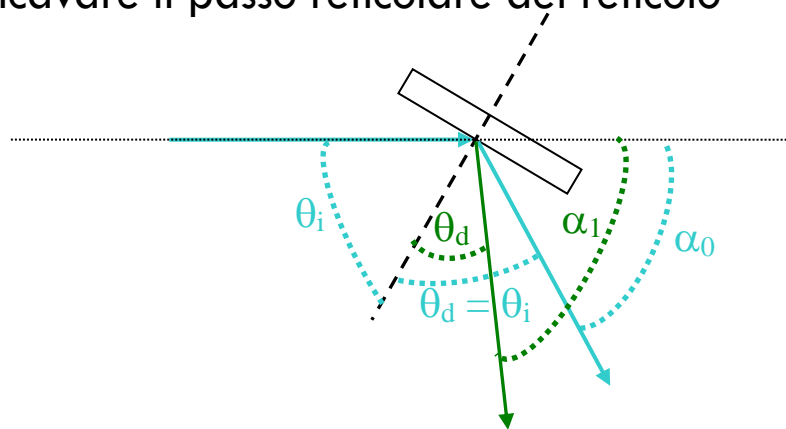
Più è grande il reticolo, a parità di passo, maggiore è il potere risolvante.

# Esperienza spettroscopia nr. 2

22

## Calibrazione dello strumento (misura passo del reticolo)

- Fissare la larghezza della fenditura
- Mettere a fuoco collimatore e cannocchiale
- Misurare lo zero del goniometro (avendo rimosso il reticolo, e rimesso dopo la misura dell'angolo). Tale valore va sottratto a tutte le misure di angolo successive
- Misurare la posizione dell'ordine  $m = 0$  ( $\alpha_0$ )
- Utilizzare la riga verde della lampada al mercurio (di lunghezza d'onda nota, angolo  $\alpha_1$ ) per ricavare il passo reticolare del reticolo



$$d (\sin \theta_i + \sin \theta_d) = m\lambda$$

$$\begin{aligned} \pi &= \theta_i + \theta_d + \alpha_0 = 2\theta_i + \alpha_0 \rightarrow \theta_i = \frac{1}{2}(\pi - \alpha_0) \\ \pi &= \theta_i + \theta_d + \alpha_1 \end{aligned}$$

# Esperienza spettroscopia nr. 2

23

## **Determinare la costante di Rydberg dalla misura della lunghezza d'onda delle righe di emissione dell'idrogeno**

- Cambiare lampada, misurare la posizione delle righe
- Identificare le righe appartenenti alla serie di Balmer ( $n_1 = 2$ , le uniche righe dell'Idrogeno nel visibile)
- Effettuare il fit mediante l'equazione di Rydberg

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

## **Misura del doppietto del Sodio**

- Cambiare lampada, misurare la posizione delle righe del doppietto
- Stimare la precisione della misura dello spettroscopio.