Simulazione dello sviluppo di uno sciame elettromagnetico in atmosfera

Alessandro Liberatore

Luca Rickler

7 dicembre 2016

Introduzione

Scopo del seguente programma è la simulazione con metodo Monte Carlo dello sviluppo di uno sciame elettromagnetico in atmosfera.

Tale sciame si può immaginare come prodotto dall'interazione di un raggio cosmico primario con gli elementi componenti l'atmosfera terrestre. Si dà la possibilità all'utente di scegliere la particella, e la sua energia, che darà inizio allo sciame (in particolare è possibile scegliere tra elettrone, positrone o raggio gamma in un intervallo di energie tra i $10^2\,\mathrm{MeV}$ ed i $10^8\,\mathrm{MeV}$).

I risultati di tale simulazione possono essere confrontati con quelli di altre simulazioni presenti allo stato dell'arte.

1 Sciami atmosferici

Un raggio cosmico primario può generare una cascata di particelle secondarie. Questo sciame di particelle viene comunemente chiamato *Extensive Air Showers* (EAS). In particolare questi sciami sono composti sia da una componente elettromagnetica che da una adronica. Nella presente simulazione, si focalizzerà l'attenzione sulla sola componente elettromagnetica generata da un elettrone o un positrone o un raggio gamma e considerata come particella primaria.

1.1 Sciami elettromagnetici

Come detto, si può considerare uno sciame elettromagnetico come prodotto dall'interazione di un elettrone, positrone o raggio gamma con l'atmosfera terrestre. Date le alte energie in gioco ($\approx 10^8\,\mathrm{MeV}$), i fenomeni di interazione predominanti per queste particelle a tali energie sono:

- bremsstrahlung per gli elettroni ed i positroni;
- produzione di coppia per i raggi gamma.

Si supponga, a titolo di esempio, un elettrone come particella primaria. Si avrà la creazione di fotoni (per via della radiazione di bremsstrahlung) che possono a loro volta creare elettroni e positroni tramite la produzione di coppia che a loro volta potranno rifare bremsstrahlung e così via. Il processo continua fino al raggiungimento delle energie critiche. Le energie di soglia sono 88.05 MeV per la bremsstrahlung e 10 MeV per la produzione di coppia.

L'energia critica per la bremsstrhalung si è ricavata facendo una media ponderata

tra la media dell'energia critica di elettroni e positroni immersi in azoto molecolare, ossigeno molecolare ed argon (si veda Appendice A). Si è infatti considerata un'atmosfera composta da: $78\%N_2$, $21\%O_2$ ed 1%Ar. Le varie energie critiche di elettroni e positroni nei singoli elementi sono state prese dal *Particle data book* (PDG 2016). Per quanto riguarda l'energia di soglia per la produzione di coppie, si è scelto il valore di energia per il quale questo tipo di interazione predominasse sugli altri. A tal fine si è ritenuto, come si può osservare nel grafico in Figura 1, che 100 MeV fosse una buona scelta.

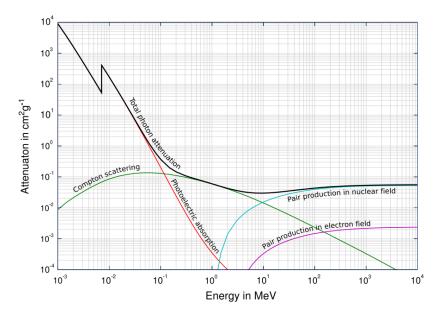


Figura 1: Diversi meccanismi di attenuazione di fotoni in un mezzo in funzione dell'energia.

Si sono dunque considerate, fino al raggiungimento delle rispettive energie critiche, esclusivamente i processi di bremsstrahlung e di produzione di coppie (che portano allo sviluppo dello sciame). Successivamente, le singole particelle arrivano ad avere energie sotto soglia e, non creando nuove particelle, fanno cominciare il riassorbimento dello sciame.

Viene spiegata di seguito, più in dettaglio, la logica utilizzata per la simulazione Monte Carlo dello sviluppo ed il riassorbimento dello sciame.

1.2 Sviluppo dello sciame

Si consideri l'atmosfera come divisa in strati atmosferici di spessore pari ad una lunghezza di radiazione \tilde{x}_0 [g/cm²]. Nel primo strato atmosferico sarà presente il raggio cosmico primario che, se ad energia sufficiente, interagirà facendo produzione di coppia o bremsstrahlung. Studiamo separatamente il comportamento di elettroni/positroni e di raggi gamma.

Cominciamo con il fenomeno di bremsstrahlung. Da letteratura (*Passage of particles through matter*; January 2012, H. Bichsel, D.D. Groom, S.R. Klein), si trova che il numero di fotoni prodotti come radiazione di bremsstrahlung in funzione dello spazio

percorso e dell'energia dei gamma emessi $(k_{min} e k_{max})$ risulta essere pari a:

$$N_{\gamma} = \frac{d}{\tilde{x}_0} \left[\frac{4}{3} \ln \frac{k_{max}}{k_{min}} - \frac{4(k_{max} - k_{min})}{3E_e} + \frac{k_{max}^2 - k_{min}^2}{2E_e^2} \right]$$
 (1)

che vale per distanze percorse $d \ll \tilde{x}_0 \, [\mathrm{g/cm^2}]$. Noto questo, si è proceduto estraendo casualmente un valore di energia tra $1\,\mathrm{keV}$ ed E_e (energia dell'elettrone/positrone generatore). Il valorore minimo è stato scelto arbitrariamente decidendo di ignorare i raggi gamma di energia inferiore al keV mentre il valore massimo è stato scelto uguale ad E_e per una ovvia conservazione di energia. Da questa equazione, a fissata E_e , ricavo il libero cammino medio d
 ponendo $N_{\gamma}=1$ e $k_{min},\,k_{max}=1\,\mathrm{keV},\,E_{e}.\,$ Il risultato, che ci dà quindi la distanza entro la quale ho per certo la produzione di un raggio gamma, lo si usa come coefficiente di una distribuzione esponenziale con coefficiente d da cui si estrae randomicamente la distanza in cui consideriamo emesso il fotone. Ho quindi la distanza in cui viene emesso un γ di bremsstrahlung di energia estratta, di nuovo randomicamente, tra 1 keV ed E_e . Bisogna ora valutare se questa energia estratta risulta superiore a 10 keV (ovvero è in grado di fare produzione di coppie). In caso affermativo, si genererà appunto un fotone di energia pari all'energia estratta e tolgo questa energia all'elettrone generatore. In caso contrario, non genero il fotone (che "morirà subito" in quanto non sarà in grado di fare neanche una volta produzione di coppia) ma conservo lo stesso l'energia sottraendo l'energia estratta per il fotone, all'energia dell'elettrone generatore. Questo processo si fà per ogni elettrone che si viene a creare nello sciame con energia suffiente per fare bremsstrahlung (energia che di volta in voltà andrà a diminuire) ed in ogni distanza estratta, come detto, casualmente da una distribuzione esponenziale di coefficiente d.

I fotoni, invece, fanno creazione di coppia ad una distanza fissa pari a:

$$x = \frac{7}{9}\tilde{x}_0. \tag{2}$$

come noto da manuali.

Ad ogni creazione di coppia, l'energia del fotone viene esattamente divisa a metà tra l'elettrone ed il positrone creati.

Ogni particella creata (sia gamma di bremsstrahlung che elettroni/positroni di produzione di coppia) sono stati considerati emessi ad un certo angolo zenitale θ e ad uno azimutale ϕ (variabile casualmente tra 0 e 2π). L'angolo θ ha invece valore medio, tenuto costante, di:

$$\langle \theta \rangle = \frac{m_e c^2}{E_e} \tag{3}$$

per l'emissione dei gamma di bremsstrahlung, e di:

$$\langle \theta \rangle = \frac{m_e c^2}{E_{\gamma}} \tag{4}$$

per l'angolo rispetto la verticale per l'emissione di coppie. Conoscendo θ e conoscendo la distanza (x) percorsa dalle particelle, possiamo risalire allo step verticale (s) compiuto attraverso la trigonometria: $s=x\cos\theta$.

Questi processi continuano, step dopo step, fino al raggiungimento delle rispettive energie di soglia.

1.3 Riassorbimento dello sciame

Per quanto riguarda il riassorbimento dello sciame, si è proceduto nuovamente in modo diverso per elettroni/positroni e raggi gamma.

Per quanto riguarda gli elettroni, una volta che hanno raggiunto valori di energia sotto soglia, percorrono uno strato atmosferico pari al range di percorrenza degli elettroni in un mezzo che, da letteratura (L. Katz and A.S. Penfold, *Rev. Mod. Phys.*, 24 (1952), p.28.), risulta pari a:

$$R_{max} = \begin{cases} 0.412 E_e^{1.265 - 0.0954 \ln E_e} & 0.01 \le E_e \le 2.5 \,\text{MeV} \\ 0.530 E_e - 0.106 & E_e > 2.5 \,\text{MeV}. \end{cases}$$
 (5)

I raggi gamma vengono invece subito abbandonati una volta sotto la soglia della produzione di coppia (non si considerano dunque effetti quali lo scattering Compton e l'effetto fotoelettrico).

- 2 Descrizione codice
- 3 Compilazione codice
- 4 Risultati e confronti con altri modelli

A Appendici

A.1 Calcolo dell'energia critica e della lunghezza di radiazione per elettroni e positroni in atmosfera

Si consideri un'atmosfera composta da: $78\%N_2$, $21\%O_2$ ed 1%Ar. Dal *Particle data book* (PDG 2016) si hanno i seguenti valori: Da questi valori è possibile ricavare una

	x_0 [m]	$\tilde{x}_0 \; [\mathrm{g/cm^2}]$	$E_c [\mathrm{MeV}]$
N_2 :	326	37.99	e^- : 91.74; e^+ : 89.71
O_2 :	257	34.24	e^- : 81.45; e^+ : 79.62
Ar:	118	19.55	e^- : 38.03; e^+ : 37.06

lunghezza di radiazione \tilde{x}_0 ed una energia critica media per elettroni e positroni in atmosfera:

$$\tilde{x}_0 = \frac{37.99 * 78 + 34.24 * 21 + 19.55 * 1}{78 + 21 + 1} \approx 37.02 \,\mathrm{g/cm^2};$$

$$E_c = \frac{\frac{91.74 + 89.71}{2} * 78 + \frac{81.45 + 79.62}{2} * 21 + \frac{38.03 + 37.06}{2} * 1}{78 + 21 + 1} \approx 88.05 \, \mathrm{MeV};$$

che sono i valori che si utilizzano nella simulazione sia per gli elettroni che per i positroni.