

Meccanica Classica

Esercitazione 1 – Esercizi Vettori

Alessandro Lodi, D.Phil.

Anno Accademico 2024–2025

Indice

1	Addizione di Vettori in Due Dimensioni	2
1.1	Problema	2
2	Moltiplicazione Scalari di un Vettore	3
2.1	Problema	3
3	Calcolo della Magnitudine di un Vettore	4
3.1	Problema	4
4	Determinazione della Direzione di un Vettore	5
4.1	Problema	5
5	Proprietà del Vettore Zero e Vettore Opposto	6
5.1	Problema	6
6	Addizione e Sottrazione di Vettori	7
6.1	Problema	7
7	Prodotto Scalare e Lavoro Compito	8
7.1	Problema	8
8	Prodotto Vettoriale e Coppia (Torque)	9
8.1	Problema	9
9	Proiezione di Vettori	10
9.1	Problema	10
10	Componenti Vettoriali nel Moto	11
10.1	Problema	11
11	(Avanzato) Dimostrazione Che Non Sei il Centro dell' Universo	12
11.1	Problema	12

1 Addizione di Vettori in Due Dimensioni

1.1 Problema

Data la seguente coppia di vettori:

- **Vettore A** ha componenti $A_x = 3$ e $A_y = 4$.
- **Vettore B** ha componenti $B_x = -2$ e $B_y = 5$.

Calcola

1. Il vettore somma $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ espresso in forma delle componenti.
2. La magnitudine del vettore \mathbf{C} .

2 Moltiplicazione Scalari di un Vettore

2.1 Problema

Dato il vettore $\mathbf{D} = 4\hat{i} - 3\hat{j}$, esegui le seguenti operazioni:

1. Moltiplica il vettore \mathbf{D} per lo scalare $k = 2$. Il nuovo vettore verrà chiamato \mathbf{E}
2. Calcola la magnitudine del vettore \mathbf{E} .

3 Calcolo della Magnitudine di un Vettore

3.1 Problema

Calcola la magnitudine dei seguenti vettori:

1. $\mathbf{F} = -5\hat{i} + 12\hat{j}$

2. $\mathbf{G} = 7\hat{i} - 24\hat{j}$

4 Determinazione della Direzione di un Vettore

4.1 Problema

Dato il vettore $\mathbf{H} = 6\hat{i} + 8\hat{j}$, determina l'angolo θ che il vettore forma con l'asse x positivo.

5 Proprietà del Vettore Zero e Vettore Opposto

5.1 Problema

Considera il vettore $\mathbf{J} = 9\hat{i} - 12\hat{j}$. Esegui le seguenti operazioni:

1. Trova il vettore opposto $-\mathbf{J}$.
2. Verifica che la somma di \mathbf{J} e $-\mathbf{J}$ dia il vettore zero.
3. Calcola la magnitudine del vettore zero.

6 Addizione e Sottrazione di Vettori

6.1 Problema

Due forze agiscono su una particella:

- **Forza \mathbf{F}_1** ha una magnitudine di 50 N diretta verso est.
- **Forza \mathbf{F}_2** ha una magnitudine di 30 N diretta a 60° nord di est.

Porta a termine le seguenti richieste:

1. Rappresenta entrambe le forze in forma componenti. Per fare questo dovrai fissare un sistema di riferimento. A lezione chiederò di motivare la tua scelta.
2. Calcola la forza risultante $\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ in forma componenti.
3. Determina la magnitudine e la direzione della forza risultante.

NB: la soluzione dell'esercizio non richiede alcuna conoscenza pregressa riguardo alla forza meccanica e argomenti affini. Nel dubbio, come sempre e comunque, Google è vostro amico.

7 Prodotto Scalare e Lavoro Compito

7.1 Problema

Una forza \mathbf{F} di 10 N è applicata a un angolo di 30° rispetto all'orizzontale. La forza muove un oggetto orizzontalmente di 5 metri. Ti chiedo di:

1. Esprimere la forza \mathbf{F} in forma estesa delle sue componenti.
2. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza usando il prodotto scalare. Il lavoro compiuto da una forza non è altro che il prodotto della forza e lo spostamento che essa provoca. Forza e spostamento sono vettori.

8 Prodotto Vettoriale e Coppia (Torque)

8.1 Problema

Una forza \mathbf{F} di 15 N è applicata in un punto situato a 0.4 metri dal perno. La forza è applicata perpendicolarmente alla leva.

Compiti:

1. Esprimi la forza \mathbf{F} e il vettore posizione \mathbf{r} in forma componenti.
2. Calcola la coppia $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$.

9 Proiezione di Vettori

9.1 Problema

Il vettore **A** ha componenti $A_x = 12 \text{ m/s}$ e $A_y = 5 \text{ m/s}$. Il vettore **B** ha componenti $B_x = 3 \text{ m/s}$ e $B_y = 4 \text{ m/s}$.

Compiti:

1. Trova la proiezione di **A** su **B**.
2. Calcola la magnitudine di questa proiezione.

10 Componenti Vettoriali nel Moto

Nota Preventiva: Questo problema contiene argomenti che non abbiamo ancora reviewed a lezione. Non vi preoccupate se non siete in grado di risolverlo totalmente (in fisica molto spesso succede proprio così). Provate comunque a chiaritevi che tipo di moto meglio descrive questa situazione fisica, se la descrizione più accurata è fornita da un moto uniforme o un moto con una accelerazione/decelerazione.

10.1 Problema

Un proiettile viene lanciato con una velocità iniziale di $v_0 = 20 \text{ m/s}$ a un angolo di 45° sopra l'orizzontale. Soddisfa le seguenti richieste

1. Scomponi la velocità iniziale nelle sue componenti orizzontali e verticali.
2. Determina il tempo di volo.
3. Calcola l'altezza massima raggiunta dal proiettile.
4. Trova la gittata orizzontale del proiettile.

Assumi resistenza dell'aria trascurabile e $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

11 (Avanzato) Dimostrazione Che Non Sei il Centro dell' Universo

Il seguente problema è stato preso da un noto testo di metodi matematici della fisica, oggi alla settima ristampa e considerato un classico del settore. Vi lascio qui il link. Per i più curiosi, metodi matematici della fisica tratta di strumenti e tecniche matematiche usati per descrivere, analizzare e risolvere i problemi della fisica. In maniera del tutto generale si può dire che sono essenziali per tradurre fenomeni fisici (dai semplici ai più complessi) in modelli matematici che catturino l'essenza del fenomeno stesso. Questi modelli vengono poi usati per fare previsioni sui comportamenti della natura.

11.1 Problema

La legge di Hubble afferma che le galassie lontane si stanno allontanando con una velocità proporzionale alla loro distanza da noi sulla Terra. Per la i -esima galassia,

$$\mathbf{v}_i = H \mathbf{r}_i$$

dove \mathbf{v}_i è la velocità di recessione, H è la costante di Hubble e r_i è la distanza dalla Terra. Dimostra che questa recessione delle galassie non implica che noi siamo al centro dell'universo. In particolare, considera la galassia a \mathbf{r}_i come un nuovo origine e mostra che la legge di Hubble è ancora valida.