

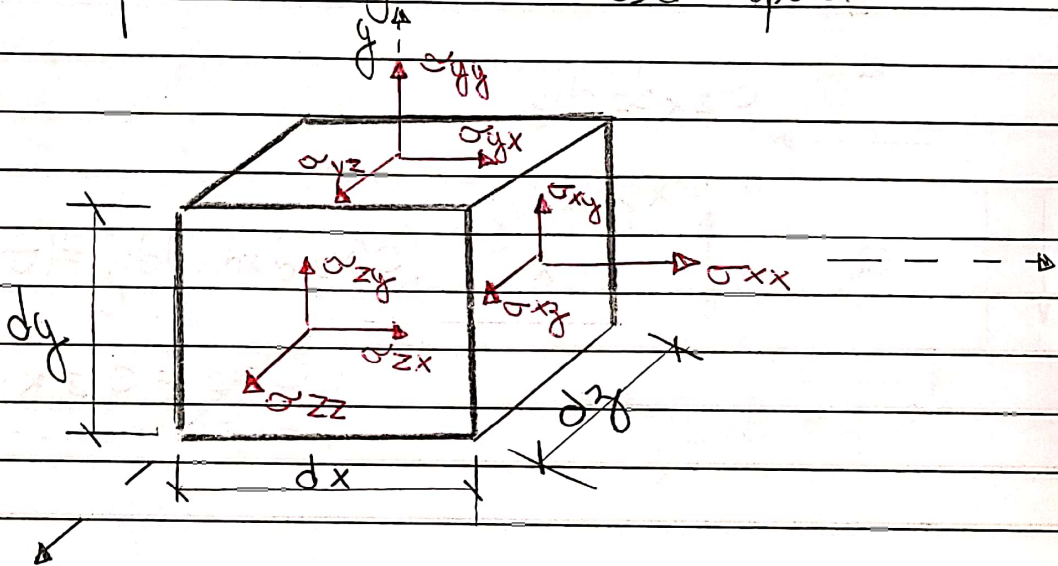
Nome: Alessandro Melo de Oliveira

Nº USP: 10766662

Exercício 10 - S44033 6

1) Demonstre a simetria do tensor de tensões.

2) Dado um corpo qualquer, sujeito a um carregamento externo, podemos seccioná-lo em seis cortes, paralelos entre si, de um volume infinitesimal deste corpo:



Sobre as faces do volume elementar indica-se os vetores de tensão usando a notação do plano e do direção onde atua o vetor. Pelo equilíbrio de forças, sabe-se que as tensões em um plano de entado possuem o mesmo valor das tensões no plano de saída, porém em sentido oposto.

Estando o volume em equilíbrio, é possível calcular o equilíbrio de momentos em torno de cada eixo. Para tanto visualiza-se o plano desejado e considera-se apenas os infinitesimais de força que atuam em torno do eixo escolhido.

data
fecha

D S T Q O S S
D L M M J V S

① Plano X

$$\sigma_{yz} dz dx$$

$$\sigma_{zy} dy dz$$

⊙ x

$$(\sigma_{zy} dy dx) dz = (\sigma_{yz} dz dx) dy$$

$$\sigma_{yz} dz dx$$

$$\sigma_{zy} = \sigma_{yz} \quad \text{I}$$

② Plano y

$$\sigma_{zx} dz dy$$

$$\sigma_{xz} dx dy$$

⊙ y

$$\sigma_{xz} dx dy$$

$$(\sigma_{xz} dx dy) dz = (\sigma_{zx} dz dy) dx$$

$$\sigma_{zx} dz dy$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} \quad \text{II}$$

③ Plano z

$$\sigma_{yx} dx dz$$

$$\sigma_{xy} dy dz$$

⊙ z

$$\sigma_{xy} dy dz$$

$$(\sigma_{xy} dy dz) dx = (\sigma_{yx} dx dz) dy$$

$$\sigma_{yx} dx dz$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} \quad \text{III}$$

As expressões (I), (II) e (III) definem o Tensor de Cauchy:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xy} = \sigma_{yx} \\ \sigma_{xz} = \sigma_{zx} \\ \sigma_{zy} = \sigma_{yz} \end{array} \right. \quad \text{o.º. 1) tensor de tensões e-simétrico}$$

com apenas 6 componentes independentes

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$