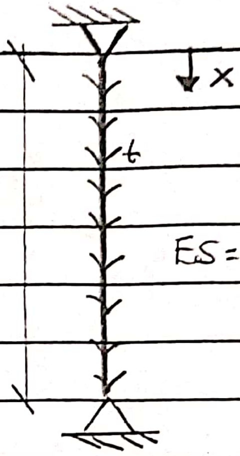
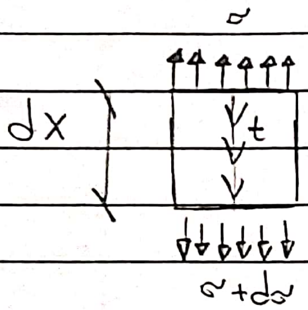
Nome: Alexandre Melo de Oliveira
NºUSP: 10788002

Exercício 11 - SAA0336

Resolva o campo de deslocamentos da barra unidimensional aplicando a Teoria da Elasticidade.



Destacando um elemento infinitesimal dx da barra, temos:



Realizando o equilíbrio $\Rightarrow (\sigma + d\sigma)S + t\,dx - \sigma S = 0$

$$d\sigma \cdot S + t\,dx = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{d\sigma}{dx} = -\frac{t}{S}} \quad (I)$$

Vamos agora encontrar a equação de compatibilidade que relaciona deformação com deslocamento.

Usando a definição de ε, temos:

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{(dx + \Delta dx) - dx}{dx} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta dx}{dx}$$

Como $\Delta dx = du \Rightarrow \varepsilon = \frac{du}{dx} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = u'(x)} \quad (II)$

↳ derivada do campo de deslocamentos

data
fecha

D S T Q Q S S
D L M M J V S

Vamos agora encontrar a relação constitutiva. Pela lei de Hook:

$\sigma = E\,\varepsilon$, substituindo em (I), tem-se:

$\sigma = E\,\dfrac{du}{dx}$, substituindo em (I), tem-se

$$\frac{d}{dx}\left(E\,\frac{du}{dx}\right) = -\frac{t}{S} \Rightarrow E\,\frac{d^2u}{dx^2} = -\frac{t}{ES} \Rightarrow u''(x) = -\frac{t}{ES}$$

Integrando duas vezes:

$$\begin{cases} u'(x) = -\dfrac{tx}{ES} + C_1 \\ u(x) = -\dfrac{tx^2}{2ES} + C_1x + C_2 \end{cases}$$

Como a barra é bi-engastada, as duas condições de contorno são:

$$\begin{cases} u(0) = 0 \\ u(l) = 0 \end{cases} \Bigg\rangle \quad C_1 = \frac{tl}{2ES} \; ; \; C_2 = 0$$

Logo $$\boxed{u(x) = \frac{t}{2ES}\,(xl - x^2)}$$

Obtendo o campo de deformações $\Rightarrow \varepsilon = \dfrac{du(x)}{dx}$

$$\boxed{\varepsilon(x) = -\frac{tx}{ES} + \frac{tl}{2ES} = \frac{t}{ES}\left(\frac{l}{2} - x\right)}$$

data
fecha

D S T Q Q S S

(1) campo de tensões, pelo Lei de Hooke:

$$\sigma = E\,\varepsilon \Rightarrow \boxed{\sigma(x) = \frac{t}{S}\left(\frac{l}{2} - x\right)}$$

Integrando $\sigma(x)$ em dS, temos a distribuição de força normal:

$$N(x) = \int \sigma(x)\,dS = \sigma(x).S = t\left(\frac{l}{2} - x\right)$$

$$\begin{cases} N(0) = \dfrac{tl}{2} \\ N(l) = -\dfrac{tl}{2} \end{cases}$$