

Nome: Alexandre Melo de Oliveira

Nº USP: 10788662

Exercício 3 - SAA0205

Propriedades do material

$$E_1 = 155000 \text{ MPa}$$

$$E_2 = 12100 \text{ MPa}$$

$$\mu_{12} = 0,35$$

$$G_{12} = 4400 \text{ MPa}$$

Espessura de cada lâmina: $0,3 \text{ mm}$

Carga: $N_x = 100 \text{ N/mm}$

[0/45/90/0/45/90]

1	0°
2	45°
3	90°
4	0°
5	45°
6	90°



Serei mais direto na resolução deste exercício. Para isso, foi feito um código em Python para auxiliar os cálculos. Neste exercício, como a laminação não é simétrica, a matriz $[B]$ não será nula, assim como o vetor $[k]$.

$$\text{Matriz } [Q] = \begin{bmatrix} 156,49 & 4,27 & 0 \\ 4,27 & 12,21 & 0 \\ 0 & 0 & 4,4 \end{bmatrix} \cdot 10^9$$

$$[Q]_0 = \begin{bmatrix} 156,49 & 4,27 & 0 \\ 4,27 & 12,21 & 0 \\ 0 & 0 & 4,4 \end{bmatrix} \cdot 10^9$$

$$\bar{Q}_{45^\circ} = \begin{bmatrix} 48,71 & 39,91 & 36,06 \\ 39,91 & 48,71 & 36,06 \\ 36,06 & 36,06 & 40,04 \end{bmatrix} \begin{matrix} 9 \\ \cdot 10 \end{matrix}$$

$$\bar{Q}_{90^\circ} = \begin{bmatrix} 12,21 & 4,27 & 0 \\ 4,27 & 156,49 & 0 \\ 0 & 0 & 4,4 \end{bmatrix} \begin{matrix} 9 \\ \cdot 10 \end{matrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 130,45 & 29,08 & 21,64 \\ 29,08 & 130,45 & 21,64 \\ 21,64 & 21,64 & 29,30 \end{bmatrix} \begin{matrix} 6 \\ \cdot 10 \end{matrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -26,97 & 0 & 0 \\ 0 & 26,97 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 13 \\ \cdot 10 \end{matrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 36,50 & 6,56 & 4,54 \\ 6,56 & 36,50 & 4,54 \\ 4,54 & 4,54 & 6,62 \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1,077 & -0,125 & -0,703 \\ -0,125 & 1,077 & -0,703 \\ -0,703 & -0,703 & 4,460 \end{bmatrix} \begin{matrix} -8 \\ \cdot 10 \end{matrix}$$

$$B = C = \begin{bmatrix} 837,173 & 11,351 & -561,737 \\ -11,351 & -837,173 & 561,737 \\ -609,89 & 609,891 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} -8 \\ \cdot 10 \end{matrix}$$

$$D' = \begin{bmatrix} 36,844 & -3,721 & -22,706 \\ -3,721 & 36,844 & -22,706 \\ -22,706 & -22,706 & 181,967 \end{bmatrix} \begin{matrix} -3 \\ \cdot 10 \end{matrix}$$

a) Tendo A' , B' , C' e D' , pode-se calcular ϵ_0 e k :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_0 \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix}$$

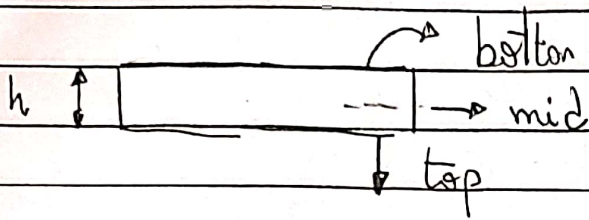
$$\Rightarrow \epsilon_0 = \begin{bmatrix} 1,077 \\ -0,125 \\ -0,703 \end{bmatrix} \begin{matrix} -3 \\ \cdot 10 \end{matrix}$$

$$k = \begin{bmatrix} 0,631 \\ -0,0113 \\ -0,609 \end{bmatrix}$$

Como k não é zero, é preciso levar em conta a posição z de cada lâmina,

$$[\sigma]_{\text{global}}^k = [Q]_{\text{global}}^k [\epsilon_0 + z[k]]$$

(1) cálculo é feito em 3 regiões da cota lâmina:



Com isso, para cada lâmina, calcula-se 3 tensões e 3 deformações.

→ Para a lâmina ① (0°):

bottom	mid	top
$\sigma = \begin{bmatrix} 50,27 \\ -0,026 \\ -0,67 \end{bmatrix} \text{ MPa}$	$\sigma = \begin{bmatrix} 69,92 \\ 0,49 \\ -1,080 \end{bmatrix} \text{ MPa}$	$\sigma = \begin{bmatrix} 89,56 \\ 1,00 \\ -1,48 \end{bmatrix} \text{ MPa}$
$\epsilon = \begin{bmatrix} 0,32 \\ -0,11 \\ -0,15 \end{bmatrix} \text{ m}$	$\epsilon = \begin{bmatrix} 0,45 \\ -0,11 \\ -0,24 \end{bmatrix} \text{ m}$	$\epsilon = \begin{bmatrix} 0,57 \\ -0,11 \\ -0,337 \end{bmatrix} \text{ m}$

→ Lâmina ② (45°):

bottom	mid	top
$\sigma = \begin{bmatrix} 11,12 \\ 5,01 \\ 2,96 \end{bmatrix} \text{ MPa}$	$\sigma = \begin{bmatrix} 13,67 \\ 6,64 \\ 3,77 \end{bmatrix} \text{ MPa}$	$\sigma = \begin{bmatrix} 16,62 \\ 8,27 \\ 4,57 \end{bmatrix} \text{ MPa}$
$\epsilon = \begin{bmatrix} 0,57 \\ -0,11 \\ -0,33 \end{bmatrix} \text{ m}$	$\epsilon = \begin{bmatrix} 0,701 \\ -0,120 \\ -0,426 \end{bmatrix} \text{ m}$	$\epsilon = \begin{bmatrix} 0,82 \\ -0,12 \\ -0,52 \end{bmatrix} \text{ m}$

→ lâmina ③ (90°):

bottom

mid

top

$$\sigma = \begin{bmatrix} 9,57 \\ -15,63 \\ -2,26 \end{bmatrix} \text{ MPa} \quad \sigma = \begin{bmatrix} 11,10 \\ -15,36 \\ -2,69 \end{bmatrix} \text{ MPa} \quad \sigma = \begin{bmatrix} 12,63 \\ -15,09 \\ -3,09 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

$$\epsilon = \begin{bmatrix} 0,82 \\ -0,12 \\ -0,52 \end{bmatrix} \text{ m} \quad \epsilon = \begin{bmatrix} 0,95 \\ -0,12 \\ -0,61 \end{bmatrix} \text{ m} \quad \epsilon = \begin{bmatrix} 1,07 \\ -0,12 \\ -0,70 \end{bmatrix} \text{ m}$$

Os outros retas para as outras lâminas podem ser encontrados no código desenvolvido.

b) Para os tensões locais, as matrizes de transformação são:

$$[T]_0^\circ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [T]_{45^\circ} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & -1 \\ -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \quad [T]_{90^\circ} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Com isso, localmente tem-se:

→ lâmina ① (0°):

bottom

mid

top

$$\sigma = \begin{bmatrix} 60,27 \\ -0,026 \\ -0,67 \end{bmatrix} \text{ MPa} \quad \sigma = \begin{bmatrix} 69,92 \\ 0,49 \\ -1,080 \end{bmatrix} \text{ MPa} \quad \sigma = \begin{bmatrix} 89,56 \\ 1,006 \\ -1,48 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

$$\epsilon = \begin{bmatrix} 0,32 \\ -0,11 \\ -0,15 \end{bmatrix} \text{ m} \quad \epsilon = \begin{bmatrix} 0,45 \\ -0,11 \\ -0,24 \end{bmatrix} \text{ m} \quad \epsilon = \begin{bmatrix} 0,57 \\ -0,11 \\ -0,33 \end{bmatrix} \text{ m}$$

→ Lâmina (2) (45°):

bottom	mid	top
$\sigma = \begin{bmatrix} 11,03 \\ 5,10 \\ -3,96 \end{bmatrix}$ MPa	$\sigma = \begin{bmatrix} 14,03 \\ 6,46 \\ -3,61 \end{bmatrix}$ MPa	$\sigma = \begin{bmatrix} 17,02 \\ 7,87 \\ -4,17 \end{bmatrix}$ MPa
$\epsilon = \begin{bmatrix} -0,10 \\ 0,56 \\ -0,34 \end{bmatrix}$ m	$\epsilon = \begin{bmatrix} -0,13 \\ 0,71 \\ -0,41 \end{bmatrix}$ m	$\epsilon = \begin{bmatrix} -0,16 \\ 0,87 \\ -0,47 \end{bmatrix}$ m

Os vetores referentes as outras lâminas podem ser encontrados no código feito.

c) Para os critérios, também foi calculado para cada posição da lâmina. Para a lâmina (1), tem-se:

⊙ Máxima Tensões:

bottom	mid	top
$MS = \begin{bmatrix} 3,97 \\ 1724,07 \\ 68,26 \end{bmatrix}$	$MS = \begin{bmatrix} 2,57 \\ 80,62 \\ 42,48 \end{bmatrix}$	$MS = \begin{bmatrix} 1,79 \\ 38,75 \\ 30 \end{bmatrix}$

Como nenhuma margem $\epsilon < 0$, é possível certificar usando esse critério.

Mostrar deformação

bottom	mid	top
MS = [60,64 102,72 63,86]	MS = [43,44 101,22 39,70]	MS = [33,74 99,76 26,66]

Nenhum valor < 0 , logo, o perfil está considerado adequado.

TSAI-HILL

bottom	mid	top
MS = 3,95	MS = 2,57	MS = 1,78

Nenhum valor < 0 , logo, o perfil está considerado adequado.

TSAI-WU

bottom	mid	top
MS = 3,95	MS = 2,62	MS = 1,86

Nenhum valor < 0 , logo, o perfil está considerado adequado.

Os outros valores, para os outros lâminas, estão no script em python.