

data  
fecha

D S T Q Q S S  
D L M M J V S

Nome: Alexandre Melo de Oliveira

Nº USP: 10788662

Exercício 2 - SAA0205

Empilhamento:  $[0/45/0/45/0/45]_s$   $N_x = 1000 \cdot 10788662 \cdot 10 \text{ N/mm}$   
 $N_x = 1078,66 \text{ N/mm}$

$E_1 = 77 \text{ GPa}$   $E_2 = 75 \text{ GPa}$   $\nu_{12} = 0,06$   $G_{12} = 6,506 \text{ GPa}$

$X_T = 963 \text{ MPa}$   $X_C = -856 \text{ MPa}$   $S_{12} = 71 \text{ MPa}$   
 $Y_T = 900 \text{ MPa}$   $Y_C = -900 \text{ MPa}$

Espessura de cada camada:  $0,29 \text{ mm}$ .

- Calcular MS. para os critérios de falha apresentados.

Fiz este exercício de forma mais direta, já que o passo a passo do método foi feito no exercício 1.

→ Matriz de rigidez reduzida

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} 77,27 & 4,51 & 0 \\ 4,51 & 75,26 & 0 \\ 0 & 0 & 6,5 \end{bmatrix} \cdot 10^9$$



Para as lâminas, com  $\theta = 45^\circ$ , temos:

$$[\bar{Q}]_{45} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 46,89 & 33,89 & 0,50 \\ 33,89 & 46,89 & 0,50 \\ 0,50 & 0,50 & 35,89 \end{bmatrix} \begin{matrix} 9 \\ 10 \end{matrix}$$

Para as lâminas, com  $\theta = 0^\circ$ , temos:

$$[\bar{Q}]_0 = \begin{bmatrix} 77,27 & 4,51 & 0 \\ 4,51 & 75,26 & 0 \\ 0 & 0 & 6,5 \end{bmatrix} \begin{matrix} 9 \\ 10 \end{matrix}$$

Com isso, pode-se calcular os momentos  $[A]$ ,  $[B]$  e  $[D]$ :

$$[A] = \sum_{k=1}^{12} [\bar{Q}]_k (h_k - h_{k-1}) = \begin{bmatrix} 216,04 & 66,82 & 0,87 \\ 66,82 & 212,95 & 0,87 \\ 0,87 & 0,87 & 173,73 \end{bmatrix} \begin{matrix} 9 \\ 10 \end{matrix}$$

$$[B] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{12} [\bar{Q}]_k (h_k - h_{k-1}^2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \text{Espera-se pelo simétrico}$$

$$[D] = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{12} [\bar{Q}]_k (h_k - h_{k-1}^3) = \begin{bmatrix} 231,36 & 54,54 & 0,66 \\ 54,54 & 226,96 & 0,66 \\ 0,66 & 0,66 & 61,51 \end{bmatrix}$$

Tendo  $[A]$ ,  $[B]$  e  $[D]$ , calcula-se  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$ :



data  
fecha . . .

D S T Q Q S S  
D L M M J V S

$$A^* = \begin{bmatrix} 5,12 & -1,61 & -0,041 \\ -1,61 & 5,21 & -0,042 \\ -0,041 & -0,042 & 13,56 \end{bmatrix} \begin{matrix} -9 \\ -10 \\ \end{matrix}$$

$$B^* = C^* = [0]$$

$$D^* = \begin{bmatrix} 231,36 & 54,54 & 0,66 \\ 54,54 & 226,96 & 0,66 \\ 0,66 & 0,66 & 61,51 \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} 5,12 & -1,61 & -0,041 \\ -1,61 & 5,21 & -0,042 \\ -0,041 & -0,042 & 13,56 \end{bmatrix} \begin{matrix} -9 \\ -10 \\ \end{matrix}$$

$$B' = C' = [0]$$

$$D' = \begin{bmatrix} 4,56 & -1,10 & -0,037 \\ -1,10 & 4,67 & -0,038 \\ -0,037 & -0,038 & 16,25 \end{bmatrix} \begin{matrix} -3 \\ -10 \\ \end{matrix}$$

Com base, calcula  $E_0$  e  $k$ :

$$\begin{bmatrix} E_0 \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix}$$

$$E_0 = A' \cdot N = \begin{bmatrix} 5,53 & -1,73 & -0,0044 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 \\ -10 \\ \end{matrix}$$

$$k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$\sigma_0 = \bar{Q}_0 \cdot \bar{E}_0 = \begin{bmatrix} 419,60 \\ -105,91 \\ -0,291 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

$$\sigma_{45} = \bar{Q}_{45} \cdot \bar{E}_0 = \begin{bmatrix} 200,43 \\ 105,91 \\ 0,291 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

Localmente:

$$\rightarrow \text{Lamina } 45^\circ: [T] = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & -1 \\ -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{45 \text{ local}} = \begin{bmatrix} 153,46 \\ 152,68 \\ -47,26 \end{bmatrix} \text{ MPa} \quad \epsilon_{45 \text{ local}} = \begin{bmatrix} 1,65 \\ 1,94 \\ -3,63 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

$$\rightarrow \text{Lamina } 0^\circ: [T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_0 \text{ local} = \begin{bmatrix} 419,60 \\ -105,91 \\ -0,29 \end{bmatrix} \text{ MPa} \quad \epsilon_0 \text{ local} = \begin{bmatrix} 5,53 \\ -1,73 \\ -0,044 \end{bmatrix}$$

Com isso, pode-se calcular os margens de segurança:



data  
fecha

D S T Q Q S S  
D L M M J V S

Moñeno, Tensões

Lamina 0°:

$$MS = \begin{bmatrix} 1,29 \\ 7,15 \\ 243 \end{bmatrix} //$$

Lamina 45°:

$$MS = \begin{bmatrix} 5,27 \\ 5,29 \\ 0,50 \end{bmatrix} //$$

TS42-HILL

$$f(\sigma) = \left( \frac{\sigma_1}{X} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_2}{Y} \right)^2 - \left( \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X^2} \right) + \left( \frac{\sigma_{12}}{S_{12}} \right)^2$$

Lamina 0°:

$$f(\sigma) = 0,251$$

$$\Rightarrow MS = \frac{1}{\sqrt{f(\sigma)}} - 1 \Rightarrow MS = 0,996 //$$

Lamina 45°:

$$f(\sigma) = 0,471$$

$$\Rightarrow MS = \frac{1}{\sqrt{f(\sigma)}} - 1 \Rightarrow MS = 0,457 //$$

TSA1-WU

$$F_1 = -0,00012$$

$$F_{66} = 0,000196$$

$$F_{11} = 1,213 \cdot 10^{-6}$$

$$F_{12} = -6,11 \cdot 10^{-7}$$

$$F_2 = 0$$

$$F_{22} = 1,234 \cdot 10^{-6}$$

Lamina com  $0^\circ$ :

$$A = 0,281$$

$$S p^+ = 1,982$$

$$MS = 0,982$$

$$B = -0,0544$$

$$S p^- = -1,789$$

$$MS = 0,982$$

Lamina com  $45^\circ$ :

$$A = 0,471$$

$$S p^+ = 1,477$$

$$MS = 0,477$$

$$B = -0,0199$$

$$S p^- = -1,434$$

$$MS = 0,477$$

Como podemos notar, em todos os casos temos  $MS > 0$ ,  
o modo que nos garante folha estrutural.