



«If you can't stand algebra,
keep out of evolutionary biology»

John Maynard Smith (1920-2004)

RECONSTRUINT L'EVOLUCIÓ AMB MATEMÀTIQUES

DIA INTERNACIONAL DE LA DONA I DE LA NENA EN LA CIÈNCIA
14 FEBRER 2019

MARTA CASANELLAS

MARINA GARROTE-LÓPEZ

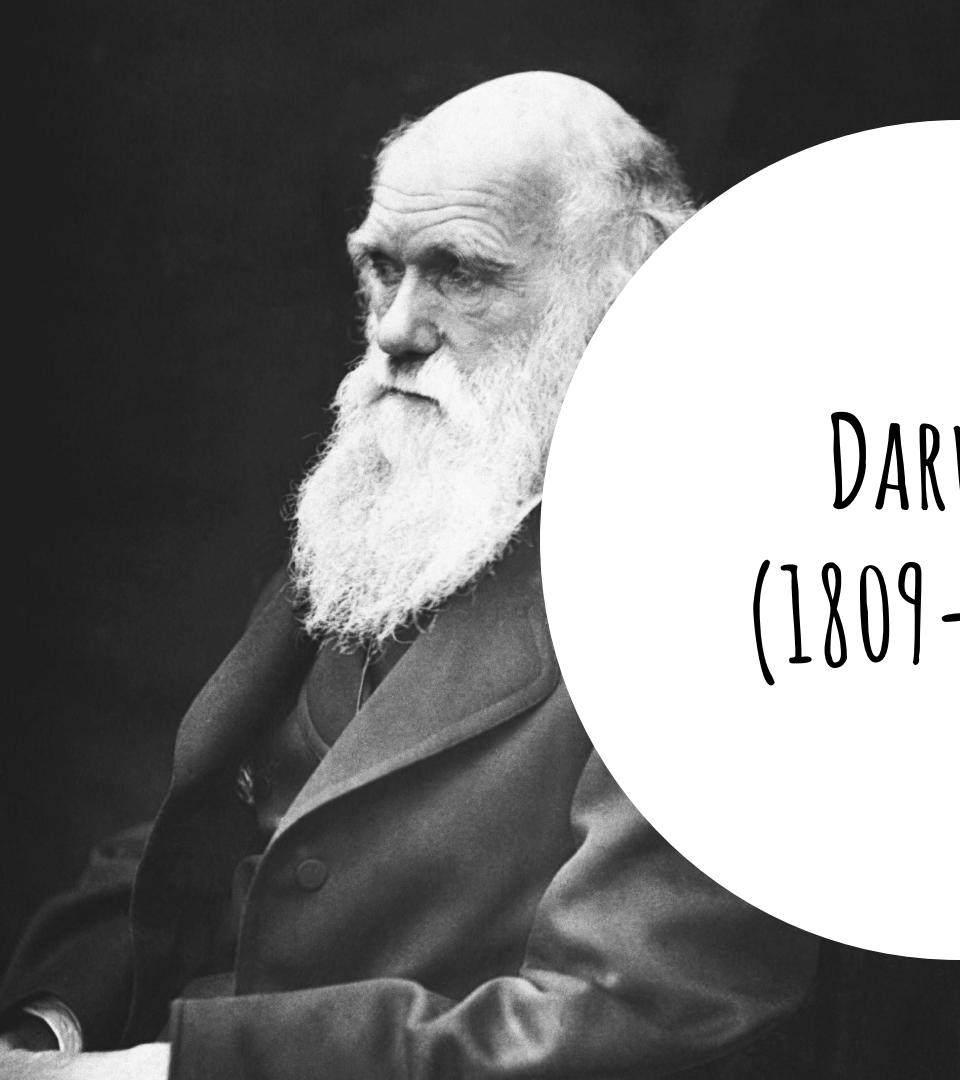
ALESSANDRO ONETO



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH



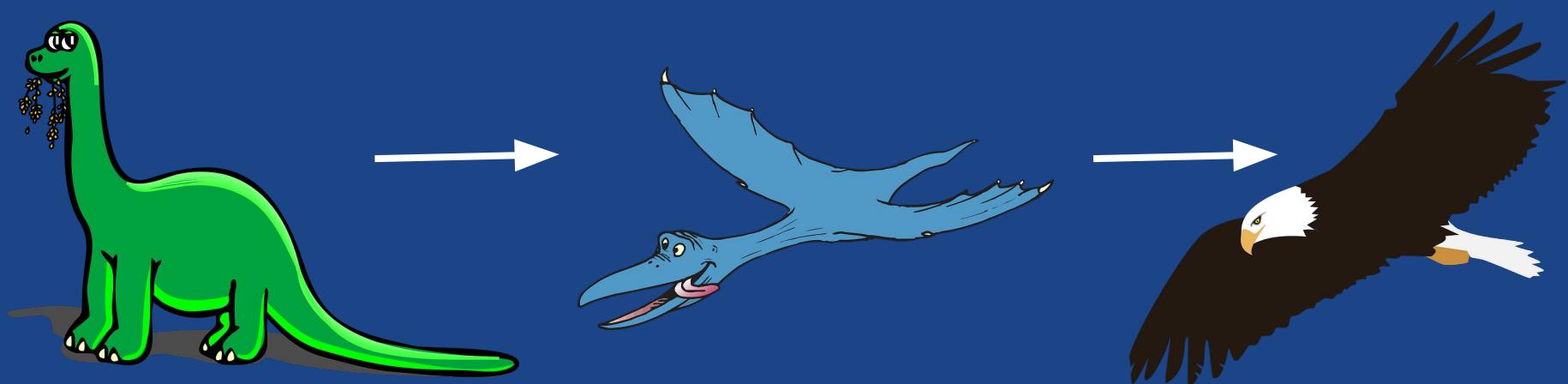
BGSMATH
BARCELONA GRADUATE SCHOOL OF MATHEMATICS



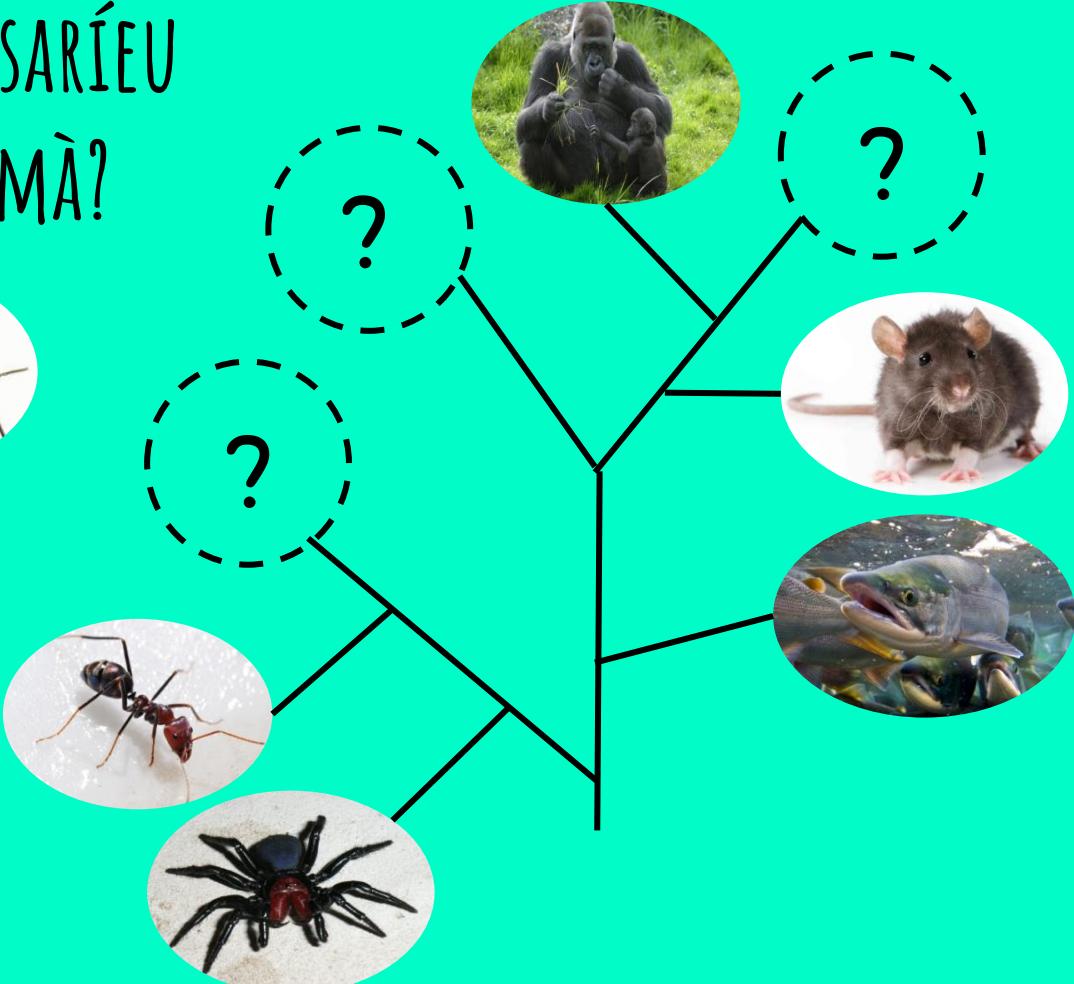
DARWIN (1809-1882)



MUTACIONES



A QUINA FULLA DE L'ARBRE POSARÍEU EL RATPENAT, L'ABELLA I L'HUMÀ?



MÈTODE: MÀXIM DE PARSIMÒNIA

BUSQUEM L' ARBRE ON ES PUGUIN PRODUIR EL MÍNIM NOMBRE DE CANVIS MORFOLÒGICS.

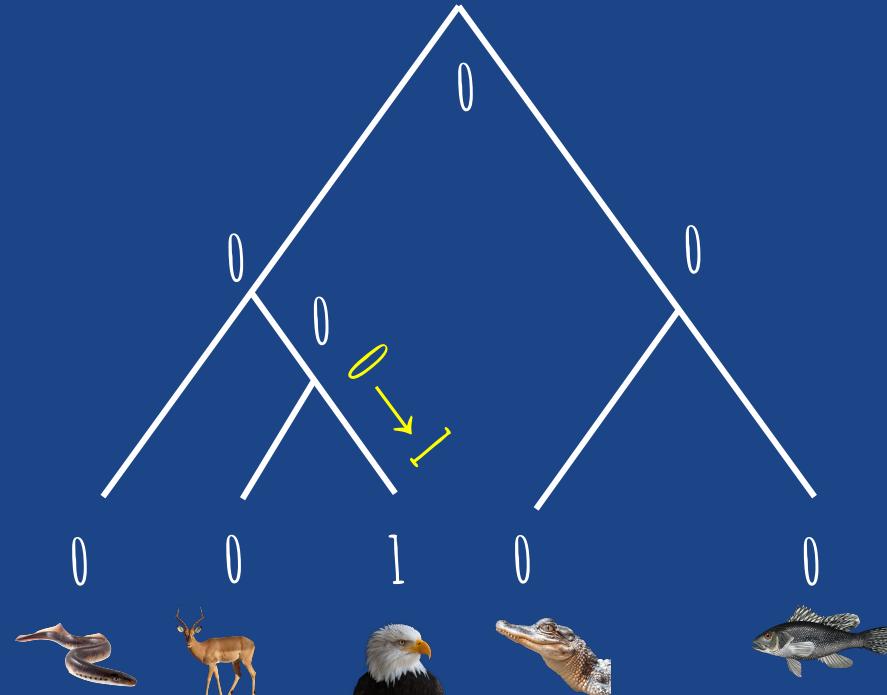
COM COMPTEM EL NÚMERO DE CANVIS?



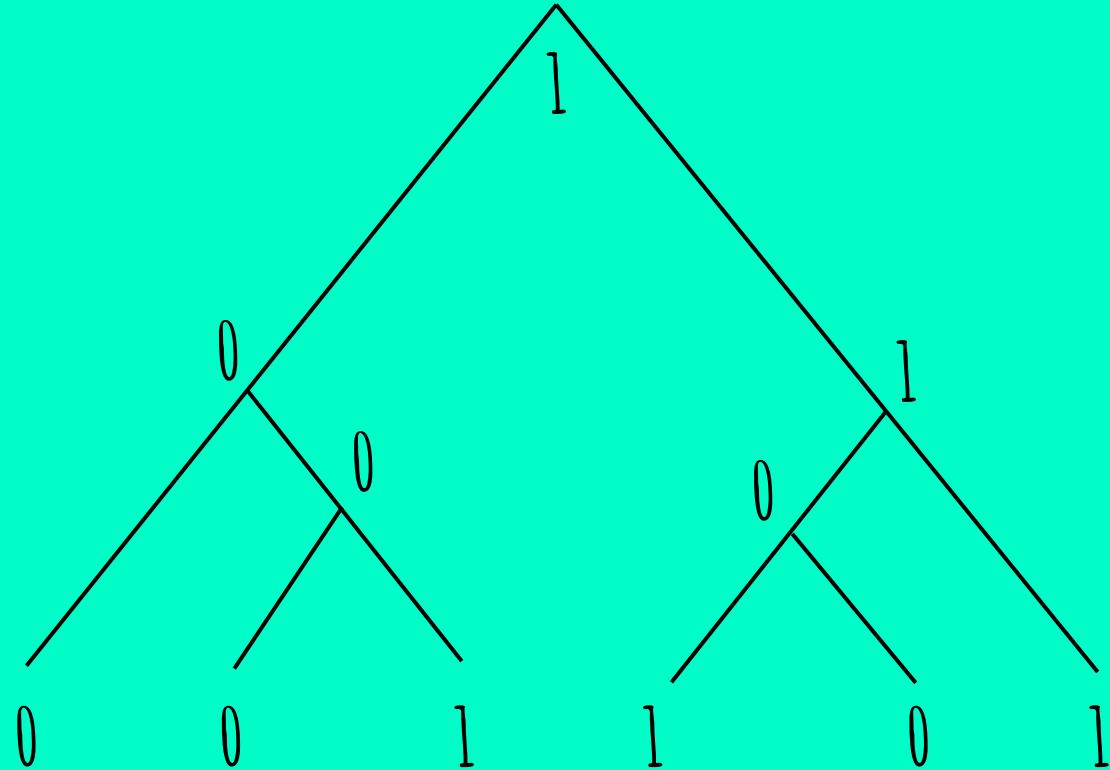
1



0



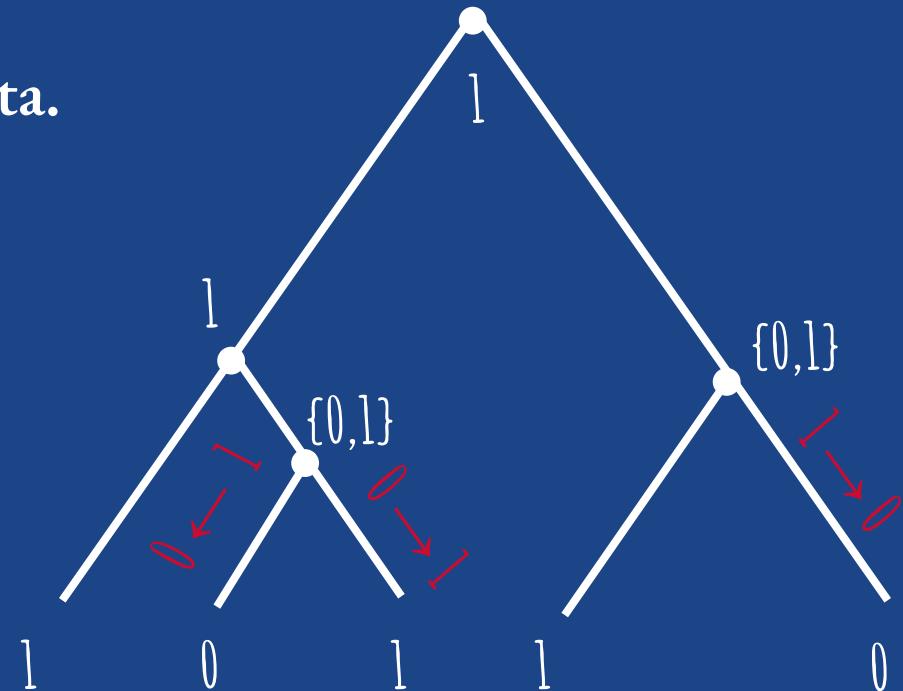
QUANTS CANVIS TÉ AQUEST ARBRE?



ALGORITME

$$\text{Canvis} = 1 + 1$$

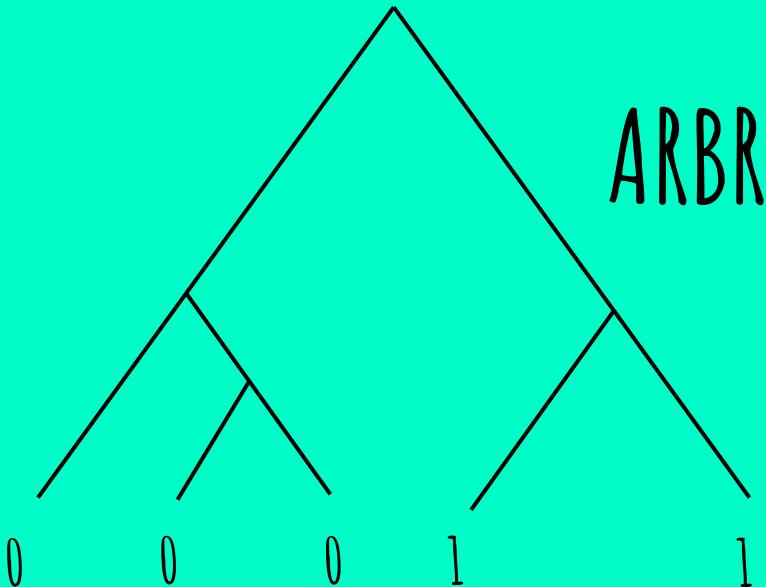
1. Recorrem vèrtexs interiors:
de baix a dalt i d'esquerra a dreta.
2. Si no tenen un mateix valor als
vèrtexs fills, posem la unió i
sumem 1 al número de canvis.
3. Si els dos fills tenen un mateix
valor, el posem.
4. Puntuació de l'arbre:
el nombre de canvis final



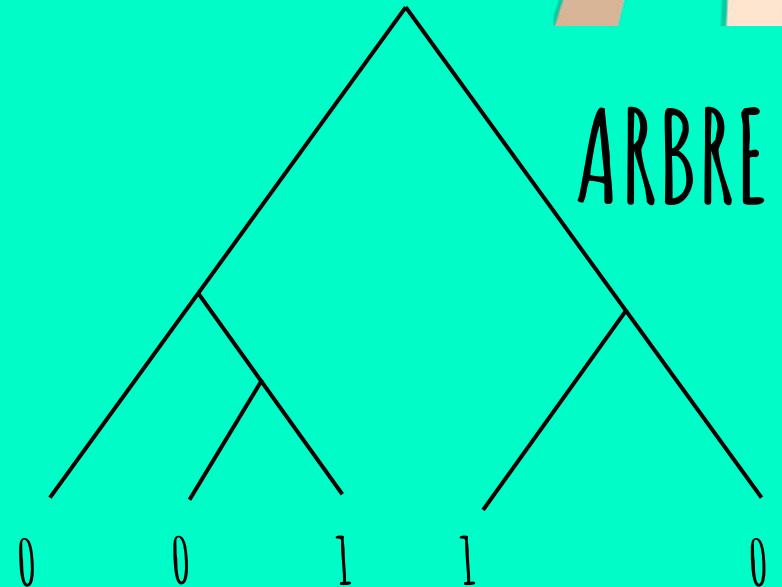
QUINA ÉS LA PUNTUACIÓ DELS ARBRES SEGÜENTS?



ARBRE 1



ARBRE 2



ESPECIES CARACTERÍSTICA	LLAMPREA	ANTÍLOP	ÀGUILA DE CAP BLANC	COCODRIL	LLOBARRO
PULMONS	0	1	1	1	0
PLOMES	0	0	1	0	0
PÈL	0	1	0	0	0

QUIN ARBRE TÉ UNA PUNTUACIÓ MÉS BAIXA?

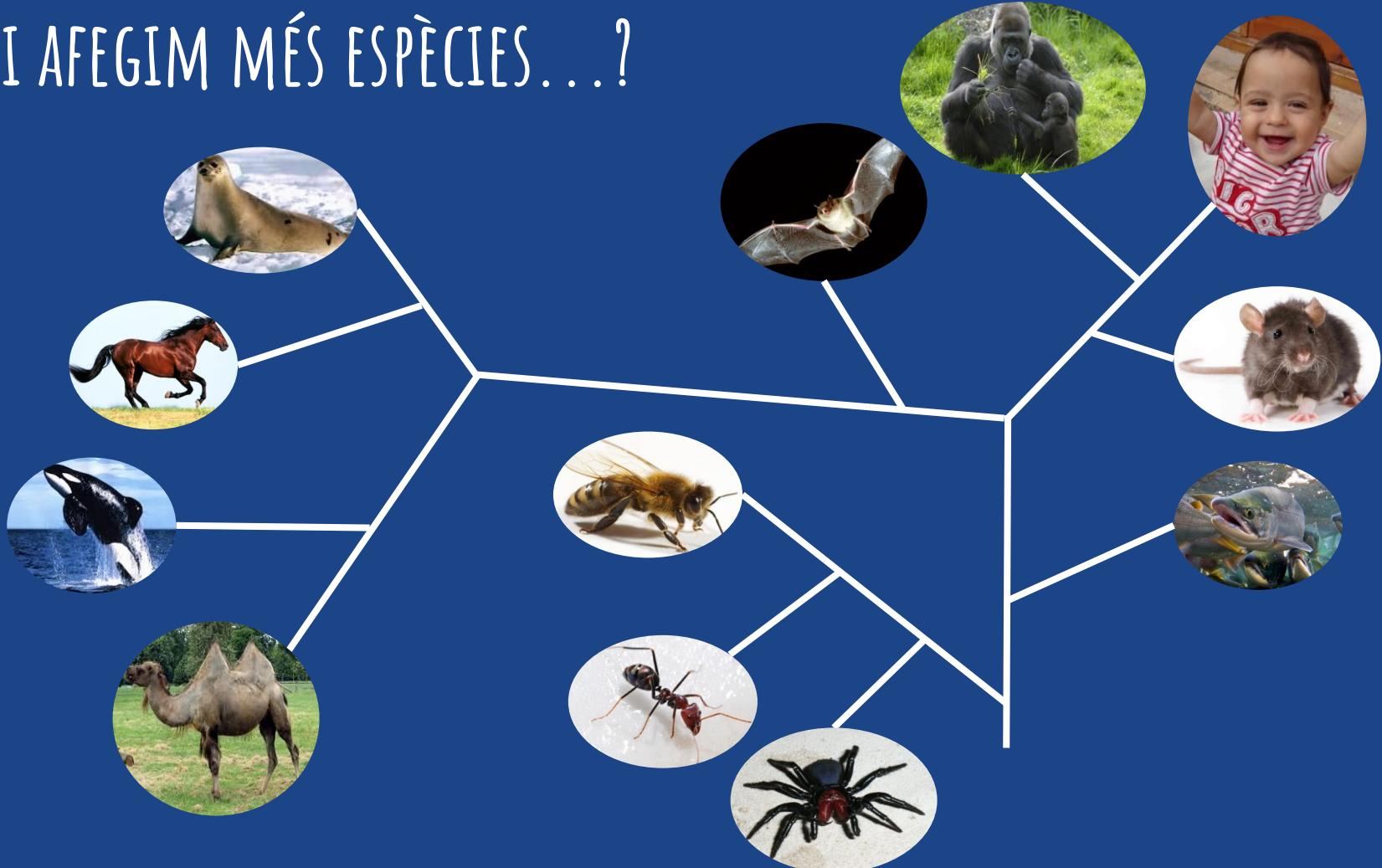
ARBRE 1



ARBRE 2



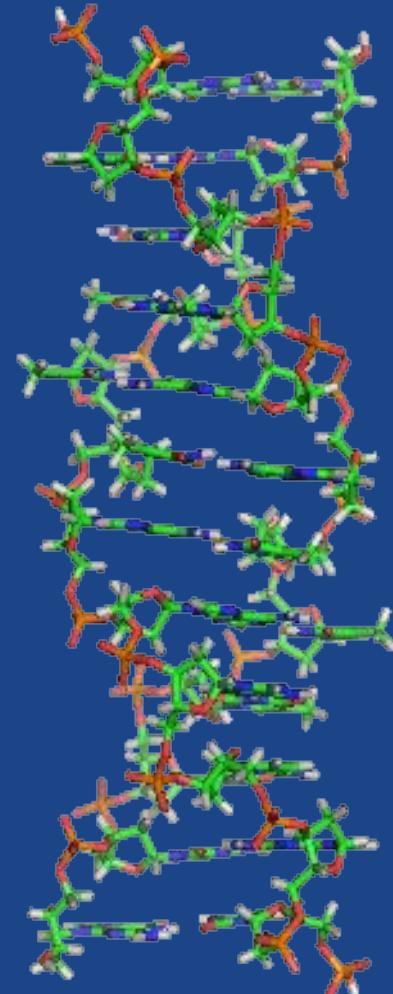
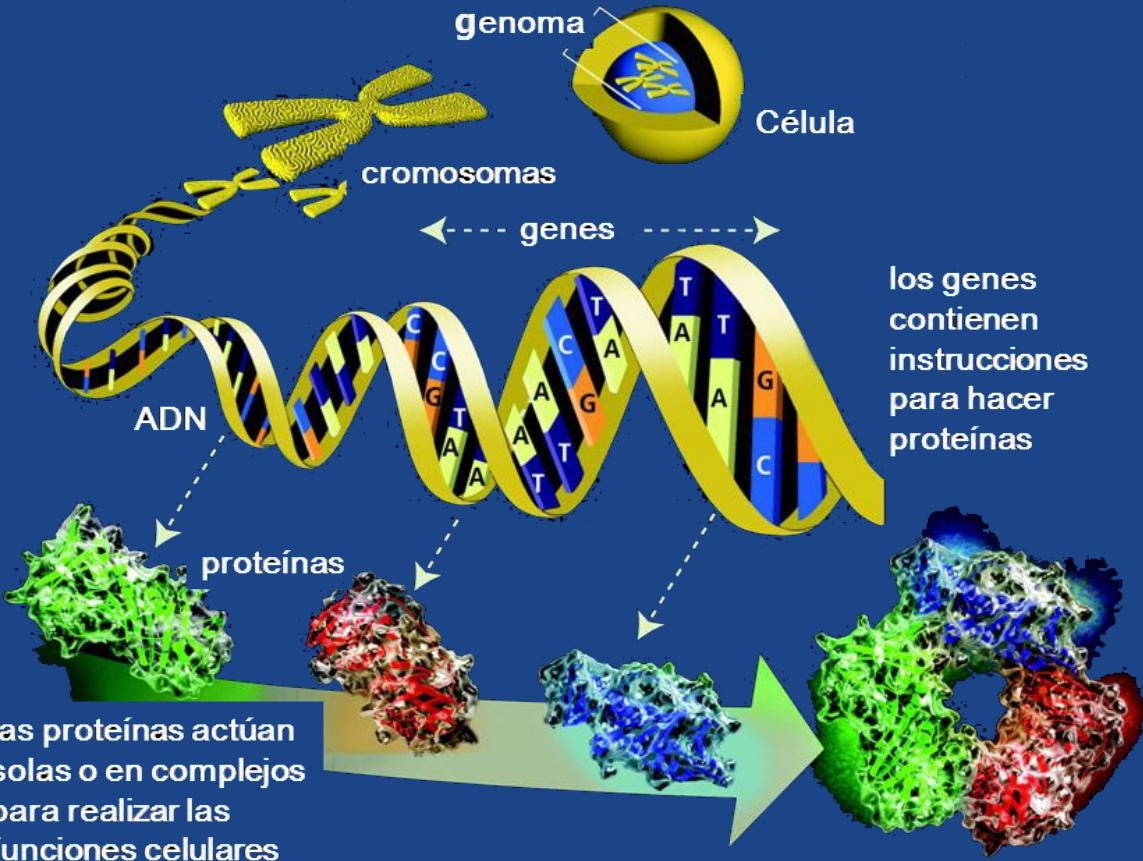
I SI AFEGIM MÉS ESPÈCIES...?



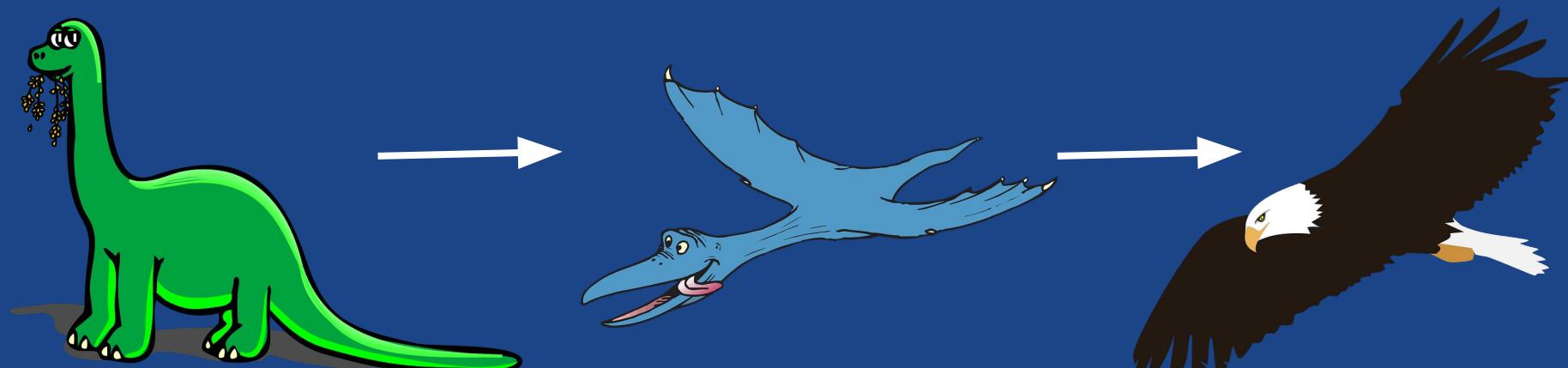
O AGAFEM ESPÈCIES MOLT SIMILARS...?



ACTUALMENT S'USA EL GENOMA



MUTACIONES



GATA

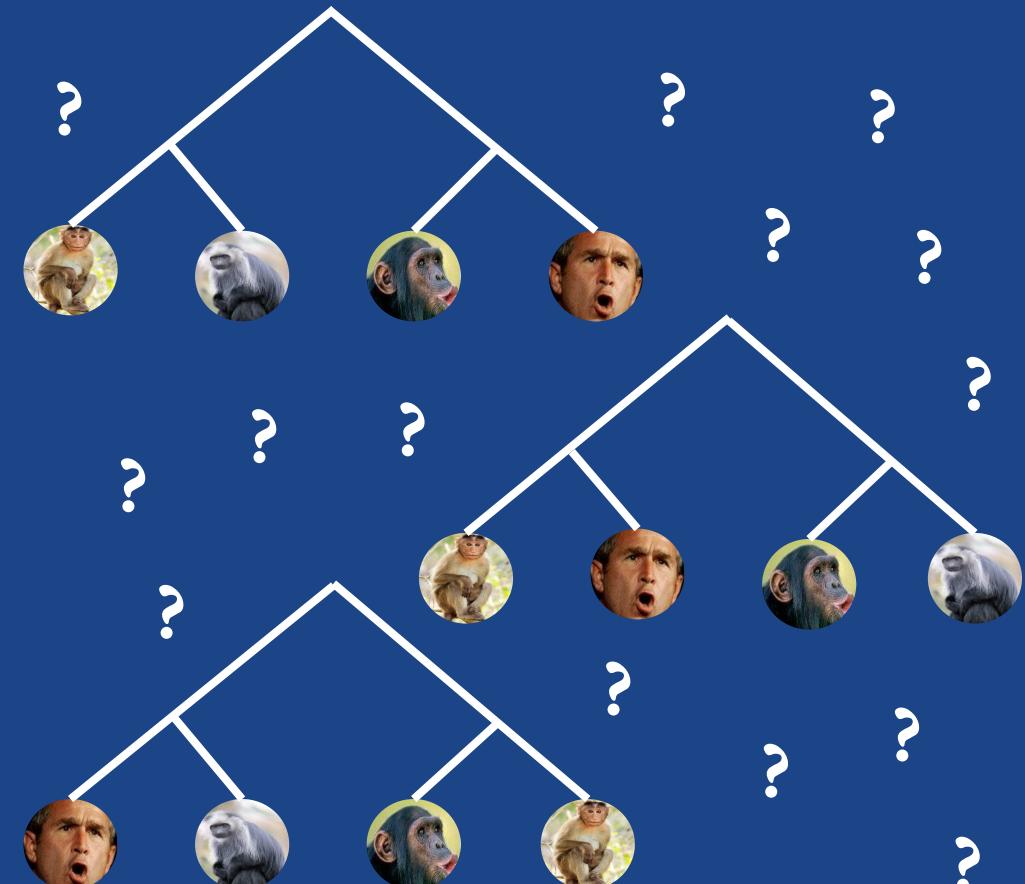


CATA



TATA

OBJECTIU: RECONSTRUCCIÓ FILOGENÈTICA



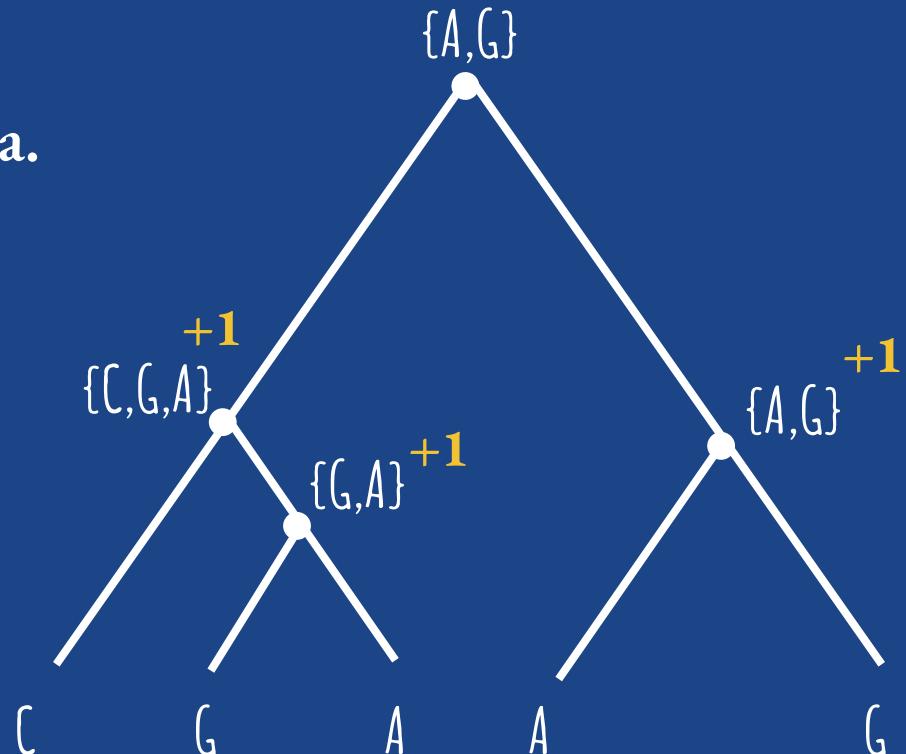
L'INPUT ÉS SEQÜÈNCIES D'ADN

A	A	A	A
A	C	A	A
C	C	G	C
T	T	G	G
T	T	T	T
C	A	C	C
G	T	G	T

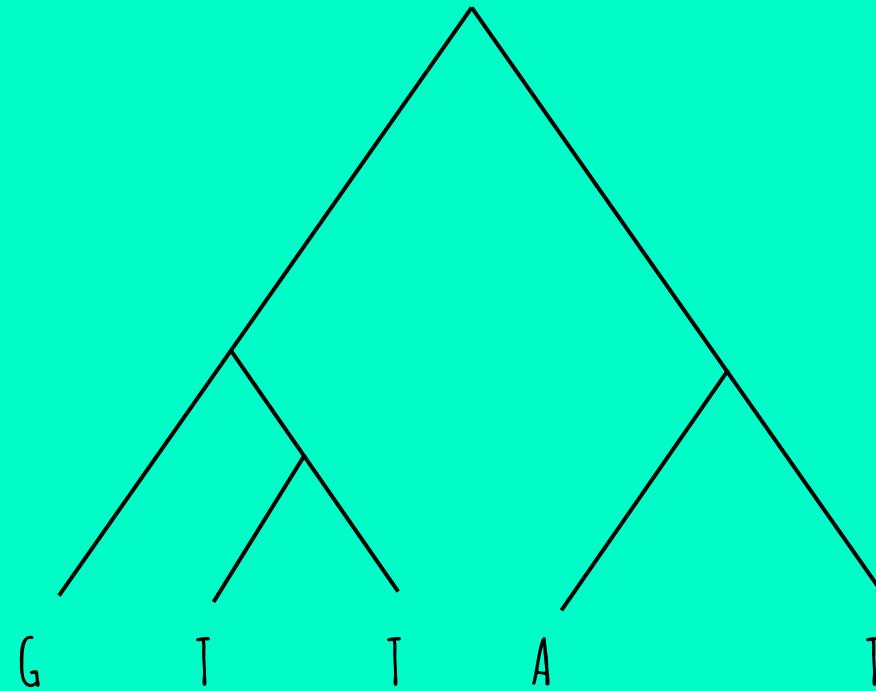
ALGORITME

Canvis = 0

1. Recorrem vèrtexs interiors:
de baix a dalt i d'esquerra a dreta.
2. Si no tenen un mateix valor als
vèrtexs fills, posem la unió i
sumem 1 al número de canvis.
3. Si els dos fills tenen valors
repetits, els posem.
4. Puntuació de l'arbre:
el nombre de canvis final



QUINA ÉS LA PUNTUACIÓ D'AQUEST ARBRE?

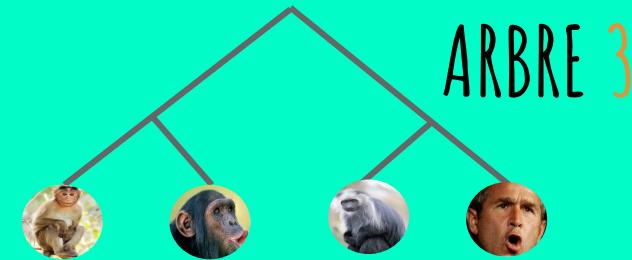
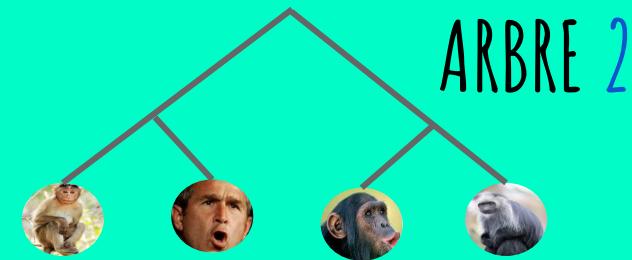


RECONSTRUIU L'ARBRE

QUIN ARBRE TÉ UNA PUNTUACIÓ MÉS BAIXA A PARTIR D'AQUESTA ALINEACIÓ DE SEQÜÈNCIES D'ADN?



A	A	A	T
A	C	A	A
C	C	C	C
T	T	G	G



RESUM

1. Llistem tots els arbres possibles
2. Calculem el número de caràtulas
3. Escollim l'arbre amb el major nombre de caràtulas

Però, en general,
quants arbres tenim...?



NÚMERO DE FULLES	POSSIBLES ARBRES
3	1
4	3
5	15
6	105
7	945
8	10395
9	131685
10	1725805
11	24360005
12	356576365
13	5359831375
14	80681578975
15	1213201449625
16	18243225694375
17	273648385415625
18	4004725631234375
19	60070884468515625
20	901063266527734375
21	1351647400291605625
22	2027471100439408375
23	30412066506591125625
24	45618099759886688375
25	68427149639825025625
26	102640724459737537500
27	153961086689606275000
28	230941629989409412500
29	346412444988614125000
30	524118667482921125000
31	786178001223381625000
32	1179267001634492125000
33	1768850502451788125000
34	2653275753677682125000
35	3830413630516523125000
36	5395620445774784125000
37	7493430668670681125000
38	10587107562998472125000
39	1488147734399784125000
40	2082416621599648125000
41	2878582432399488125000
42	3879443243599328125000
43	5171257655399168125000
44	6841676873598968125000
45	8912235718398768125000
46	11489044645397568125000
47	14623805813396368125000
48	18304757216695168125000
49	22606143024993968125000
50	27532316532292768125000
51	33209058163291568125000
52	40036725204590368125000
53	47904387525889168125000
54	56811175047187968125000
55	66757975768486768125000
56	77644787589785568125000
57	89471599411084368125000
58	102248417233183168125000
59	116075235355481968125000
60	131952053477780768125000
61	149078871599979568125000
62	167456690722178368125000
63	187184510844377168125000
64	208212330966575968125000
65	230630151088774768125000
66	254448972210973568125000
67	280668793333172368125000
68	308288614455371168125000
69	337318435577569968125000
70	367758256700768768125000
71	400608077822967568125000
72	435867898945166368125000
73	473537710067365168125000
74	513517521189563968125000
75	556007332311762768125000
76	601997143433961568125000
77	651387954556160368125000
78	703178765678359168125000
79	757370576800557968125000
80	813962387922756768125000
81	872954199044955568125000
82	934346010167154368125000
83	997137821289353168125000
84	1062330033111521681250000
85	1130032244333509681250000
86	1200234455555497681250000
87	1272936666777485681250000
88	1347238878000473681250000
89	1423141089222461681250000
90	1500643200444449681250000
91	1580745311666437681250000
92	1662447422888425681250000
93	1745749534110413681250000
94	1830751645332401681250000
95	1917353756554389681250000
96	2005555867776377681250000
97	2105357978998365681250000
98	2207860090220353681250000
99	2312162201442341681250000
100	2428364312664329681250000

NÚMERO DE FULLES POSSIBLES ARBRES

20	$2,22 \cdot 10^{20}$
30	

PER UN NÚMERO DE FULLS GENERAL n , EL NÚMERO D'ARBRES EL PODEM CALCULAR AMB LA SEGÜENT FÓRMULA:

$$(2N - 5)!! = (2N-5) \cdot (2N-7) \cdot (2N-9) \cdot (2N-11) \cdots$$

A graph showing the relationship between the number of nodes N and the number of edges E . The x-axis is labeled "N" and ranges from 0 to 10. The y-axis is labeled "E" and ranges from 0 to 10. A curve starts at (0,0) and increases rapidly, leveling off towards $E=10$ as N increases. A point is marked on the curve at $N=5$, which corresponds to approximately $E=10.027$.

MOLTES GRÀCIES!