

Diseño de prototipo de Robot Cuadrúpedo

Adrian Urriolagotia Marino
Dept. Ing. Mecatrónica
Universidad Católica Boliviana
Santa Cruz de la Sierra, Bolivia
adrian.urriolagotia@ucb.edu.bo

Alesandro Paredes Zenteno
Dept. Ing. Mecatrónica
Universidad Católica Boliviana
Santa Cruz de la Sierra, Bolivia
alesandro.paredes@ucb.edu.bo

Luis Alfredo Villafani Sandoval
Dept. Ing. Mecatrónica
Universidad Católica Boliviana
Santa Cruz de la Sierra, Bolivia
luis.villafani@ucb.edu.bo

Mgs. José Jesús Cabrera
Dept. Ing. Mecatrónica
Universidad Católica Boliviana
Santa Cruz de la Sierra, Bolivia
jcabrera@ucb.edu.bo

Resumen: El documento aborda el diseño de un prototipo de robot cuadrúpedo enfatizando aspectos como el cálculo de torques, análisis cinemáticos y verificación experimental. En el dimensionamiento de motores, se analizan tanto el torque estático, basado en fuerzas aplicadas y momentos de inercia, como el torque dinámico, que incorpora aceleraciones angulares y fuerzas inerciales. El análisis de cinemática directa permite determinar la posición y orientación del efector final a través de transformadas homogéneas, mientras que la cinemática inversa calcula las configuraciones articulares necesarias para alcanzar una posición objetivo. La cinemática diferencial, mediante el Jacobiano analítico, relaciona velocidades articulares y lineales, permitiendo detectar singularidades que afectan el rendimiento del sistema. Finalmente, la cinemática directa se verifica empleando herramientas CAD y software de simulación, verificando el modelo planteado.

Palabras clave: Diseño Mecánico, Robot cuadrúpedo, Cinemática directa, Cinemática Inversa.

I. INTRODUCCIÓN

El diseño y desarrollo de robots cuadrúpedos ha capturado la atención de la comunidad científica debido a su capacidad para adaptarse a diversos terrenos y emular características biomecánicas de animales [1]. Entre los desafíos más relevantes para este diseño, se destaca el cálculo de torques para los motores, así como la implementación de análisis cinemático directa, inversa y diferenciales para lograr movimientos de cada extremidad del robot. El objetivo de este proyecto es verificar la cinemática directa e inversa de un prototipo de robot cuadrúpedo mediante simulaciones y pruebas experimentales.

El diseño de torques en robots cuadrúpedos, tanto estáticos como dinámicos, requiere una comprensión detallada de las fuerzas involucradas y de los momentos de inercia de los sistemas rotacionales. Estos cálculos no solo garantizan la estabilidad durante el desplazamiento, sino que también optimizan el consumo energético del robot [2].

Por otra parte, el análisis de la cinemática directa se centra en determinar la posición y orientación del efector final con base en las variables articulares, mientras que la cinemática inversa busca resolver las configuraciones necesarias de los motores para alcanzar una posición deseada [3]. La cinemática diferencial, por su parte, facilita el análisis de velocidades y fuerzas en tiempo real, siendo una herramienta esencial para controlar la interacción del robot con su entorno.

En este contexto, el método de transformadas homogéneas ha demostrado ser eficaz para analizar movimientos de sistemas complejos, como extremidades de robots cuadrúpedos [4]. Además, el uso del Jacobiano analítico permite identificar configuraciones críticas, como puntos de singularidad, que

limitan los grados de libertad y afectan el rendimiento general del robot [5].

Por lo tanto, este documento se enfoca en el desarrollo de un prototipo de robot cuadrúpedo que integre estos conceptos, utilizando herramientas de simulación y verificación experimental para garantizar su funcionalidad.

II. DISEÑO DEL ROBOT CUADRÚPEDO

A. Cálculo de torque

a) Estático

El torque estático se calcula en base a la Ec.1.

$$\tau_{est} = FL \quad (1)$$

Donde:

F Fuerza aplicada al cuerpo del robot

L Distancia del centro de masa al eje de rotación

No obstante, debido a la fuerza aplicada (se incluye la masa de una extremidad) en la base del robot, existe una fuerza normal opuesta a la dirección de la fuerza aplicada como se muestra en la Fig.1.

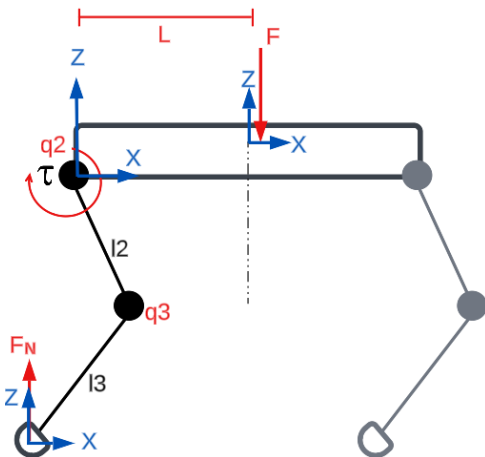


Fig. 1 Diagrama cinemático en vista lateral [Elaboración Propia]

Según la segunda ley de Newton $\sum F_z = ma$, se determina la fuerza normal en base a la Ec.2.

$$F_N = F \quad (2)$$

Cuando el cuerpo del robot permanece en reposo, la aceleración resulta nula. Esta condición implica que el sistema se encuentra en equilibrio, donde la fuerza normal contrarresta exactamente la fuerza aplicada. En conclusión, la ausencia de aceleración garantiza el balance de fuerzas en el cuerpo.

Considerando lo anterior, en la Tabla 1 se presenta los valores para determinar el torque estático para el motor q_2 de una extremidad del robot cuadrúpedo.

TABLA 1 DATOS DE DISEÑO [Elaboración Propia]

N.º	DATOS DEL DISEÑO		
	Datos	Valor	Unidad
1	Longitud (L)	0,07	m
2	Masa de carga / 4	0,25	kg
3	Fuerza (F)	2,5	N

De acuerdo a los datos de la Tabla 1, se calcula el torque estático en base a la Ec.1, resultando $\tau_{est} = 0,175 \text{ Nm}$.

b) Dinámico

El torque dinámico corresponde al momento de fuerza necesario para mover un sistema rotacional sujeto a aceleración. Este concepto incluye la resistencia inercial del sistema y las fuerzas externas aplicadas durante el movimiento. La ecuación que describe el torque dinámico se presenta en la Ec.3.

$$\tau_{din} = I_m \ddot{q}_2 + I_L \ddot{q}_2 + \tau_f + \tau_i \quad (3)$$

Donde:

I_m	Momento de inercia del motor
\ddot{q}_2	Aceleración angular
I_L	Momento de inercia de la carga
τ_f	Torque de fricción
τ_i	Torque de fuerza inercial

En base a la Fig. 1, el motor q_2 recibe el mayor torque, debido a que se encuentra a la máxima distancia L desde el eje del motor hasta el centro de masa del robot y conlleva el peso de toda la extremidad para un desplazamiento lineal.

En la Tabla 2 se presentan los datos de diseño.

TABLA 2 DATOS DE DISEÑO [Elaboración Propia]

N.º	DATOS DEL DISEÑO		
	Datos	Valor	Unidad
1	Longitud (L)	0,07	m
2	Masa (I_2)	0,015	kg
3	Masa (I_3)	0,01	kg

4	Masa de carga / 4	0,25	kg
5	Masa servo motor estimada	0,015	kg

La masa total de una extremidad del robot cuadrúpedo se expresa en la Ec.5.

$$m_t = m_{I_2} + m_{I_3} + m_{q_2} + m_L$$

$$m_t = 0.3 [\text{Kg}] \quad (5)$$

El momento de inercia de la carga se presenta en la Ec.6.

$$I_L = \frac{1}{3} m_L L^2 \quad (6)$$

En base a la Ec.6, el momento de inercia de la carga resulta $I_L = 5 \times 10^{-4} [\text{kgm}^2]$.

Según [6], el momento de inercia de un servo motor DC, está dado por Ec.7.

$$I_m = 1,4 \times 10^{-6} [\text{Kgm}^2] \quad (7)$$

Se considera un torque de fricción τ_f para el cálculo de torque dinámico del motor, según [6], el torque de fricción τ_f se representa como la Ec.8.

$$\tau_f = B_m \dot{q}_2 \quad (8)$$

Donde:

τ_f	Torque de fricción
B_m	Constante de fricción viscosa
\dot{q}_2	Velocidad angular del motor

Para calcular B_m se utiliza la ecuación de la constante de tiempo mecánica del sistema dada por la Ec.9.

$$B_m = \frac{I_m}{t_m} - \frac{k_b k_m}{R_m} \quad (9)$$

Donde:

I_m	Momento de inercia del motor
t_m	Constante de tiempo mecánica
k_b, k_m	Constantes de fuerza electromotriz y de torque
R_m	Resistencia del motor

Según [6], las características del fabricante de un motor DC se presentan en la Tabla 3.

TABLA 3 CARACTERISTICAS DEL MOTOR [6]

N°	MOTOR DC		
	PARAMETRO	VALOR	UNIDADES
1	I_m	$1,4 \times 10^{-6}$	$[Kgm^2]$
2	t_m	$1,5 \times 10^{-2}$	s
3	k_b	$2,2 \times 10^{-2}$	V^s/rad
4	k_m	$2,2 \times 10^{-2}$	Nm/A
5	R_m	5,3	Ω

Dado los valores en la Tabla 6, la constante de fricción viscosa en base a la Ec.9, resulta $B_m = 2,012 \times 10^{-6} Nms$.

Los requerimientos del motor se presentan en la Tabla 4.

TABLA 4 REQUERIMIENTOS DEL MOTOR
[Elaboración Propia]

N°	REQUERIMIENTOS DEL MOTOR		
	REQUERIMIENTO	VALOR	UNIDAD
1	I_m	$1,4 \times 10^{-6}$	Kgm^2
2	I_L	5×10^{-4}	Kgm^2
3	\dot{q}_2	8	rad/s
4	\ddot{q}_2	5	rad/s^2

Considerando el requerimiento de \dot{q}_2 de la Tabla 4, se calcula el torque de fricción en base a la Ec.8, resultando $\tau_f = 1,6 \times 10^{-5} Nm$

La aceleración lineal se considera en el cálculo de torque dinámico debido a que la masa de la extremidad experimenta un movimiento lineal relacionado con la rotación. Esto ocurre porque una aceleración lineal en una masa genera fuerzas inerciales que contribuyen al torque dinámico.

La aceleración lineal se presenta en la Ec.10. dando como resultado: $a = 0,35 \frac{m}{s^2}$

$$a = \ddot{q}_2 L \quad (10)$$

La ecuación de la fuerza inercial en el centro de masa se presenta en la Ec.11, resultando $F_{iner} = 8,75 \times 10^{-3} N$

$$F_{iner} = m_{pata} a \quad (11)$$

El torque inercial debido a esta fuerza se presenta en la Ec.12, dando como resultado $\tau_{iner} = 6,125 \times 10^{-4} Nm$

$$\tau_{iner} = F_{iner} L \quad (12)$$

En base a la Ec.3, se obtiene el cálculo del torque dinámico para el motor q_2 , que corresponde a: $\tau_{din} = 3,14 \times 10^{-3} Nm$.

B. Dimensionamiento de motor

El torque máximo del motor q_2 se presenta en la Ec.13, dando como resultado $\tau_{max} = 0,18 Nm$.

$$\tau_{max} = \tau_{esta} + \tau_{din} \quad (13)$$

Según este valor de referencia se dimensiona el servo motor a implementar para una entremidad del robot cuadrúpedo.



Fig. 2 Servo motor MG90S [7]

El servomotor MG90S, mostrado en la Fig. 2, cumple con el torque requerido para el prototipo del robot cuadrúpedo. Las especificaciones técnicas de este servomotor se encuentran detalladas en la Tabla 5. Por lo tanto, este modelo resulta adecuado para las necesidades del proyecto.

TABLA 5 ESPECIFICACIONES DEL MOTOR [7]

N°	REQUERIMIENTOS DEL MOTOR		
	REQUERIMIENTO	VALOR	UNIDAD
1	Voltaje de operación	3 – 7,2	VDC
2	Torque	0,2	Nm
3	Velocidad	0,1 / 60	$seg/grados$
4	Ancho de pulso	600 y 240	μs
5	Engranajes	Metal	
6	Dimensiones	22 x 11,5 x 27	mm
7	Peso	13,4	g

C. Selección de componentes

La Tabla 6 se presentan los componentes a utilizar para el desarrollo del robot cuadrúpedo.

TABLA 6 SELECCIÓN DE COMPONENTES
[Elaboración Propia]

N°	Selección de Componentes		
	Categoría	Componente/ Pieza	Cantidad
1	Componentes	Arduino uno	1
2		Servo motor MG90S	6
3	Elementos Impresos/Externos	Corona	6
4		Base	1
5		Fémur	2
6		Tibia	2
7		Pata de goma	2
8	Soportes para Motor	Pieza 1 izquierda	1
9		Pieza 2 izquierda	1
10		Pieza 1 derecha	1
11		Pieza 2 derecha	1

III. ANÁLISIS CINEMÁTICO

A. Cinematica Directa

En la Fig.3 se presenta el diagrama cinemático de una extremidad del robot cuadrúpedo. Se observa que los motores q_2 y q_3 giran físicamente de 0° a 180° en sentido horario, sin embargo, en la cinemática directa los ángulos se establecen de 90° a -90° grados sentido antihorario siendo 0° en una posición vertical.

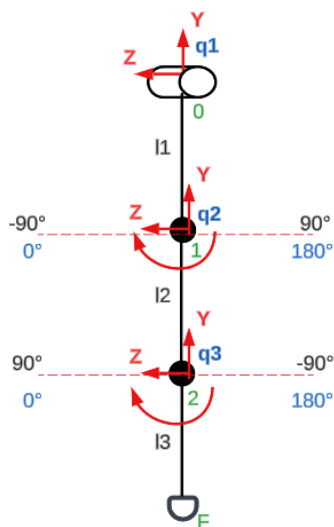


Fig. 3 Diagrama cinemático [Elaboracion propia]

Se utiliza el método de transformadas homogéneas para determinar la posición y orientación del punto final, de ese modo obtener la cinemática directa de una extremidad. El análisis se realiza en base a la Fig.3 en un plano Y-Z donde se obtiene las transformada de T_{I0} , T_{01} , T_{12} y T_{2F} .

Para simplificar la expresión matemática se considera la notación presentada en la Ec.14 a la Ec.19.

$$C_{23} = \cos(q_2 - q_3) \quad (14)$$

$$S_{23} = \sin(q_2 - q_3) \quad (15)$$

$$C_1 = \cos(q_1) \quad (16)$$

$$S_1 = \sin(q_1) \quad (17)$$

$$C_2 = \cos(q_2) \quad (18)$$

$$S_2 = \sin(q_2) \quad (19)$$

En la Ec.20 se presenta la transformada homogénea desde el sistema de coordenadas inercial I al punto 0 donde solo existe una rotación en Z.

$$T_{I0} = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

En la Ec.21 se presenta la transformada homogénea de 0 a 1, donde existe traslación en Y y rotación en X.

$$T_{01} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & C_2 & -S_2 & -l_1 \\ 0 & S_2 & C_2 & b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

En la Ec.22 se presenta la transformada homogénea de 1 a 2, donde existe traslación en Y y rotación en X.

$$T_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & c \\ 0 & C_3 & -S_3 & -l_2 \\ 0 & S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Finalmente, en la Ec.23 se presenta la transformada homogénea de 2 a F, donde solo existe una traslación en Y.

$$T_{2F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d \\ 0 & 1 & 0 & -l_3 \\ 0 & 0 & 1 & e \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

En la Tabla 7 se presenta el valor de las traslaciones y desfases que contiene una extremidad.

TABLA 7 VALOR DE TRANSLACIONES Y DESFASES [Elaboración Propia]

N°	DATOS DE DIAGRAMA CINEMÁTICO		
	LONGITUD	VALOR	UNIDAD
1	a	17,66	mm
2	b	24,25	mm
3	c	6,9	mm
4	d	0,5	mm
5	e	7,96	mm
6	l_1	22,93	mm
7	l_2	64,49	mm
8	l_3	70,54	mm

En la Fig.4 y Fig. 5 se observa la ubicación de dichas variables las cuales representan el desfaz que existe entre cada motor y eslabón de una extremidad.

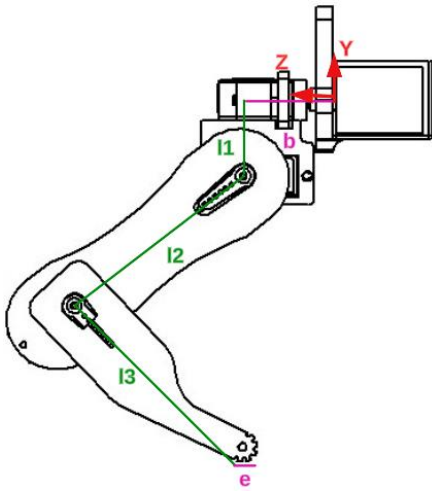


Fig.4 Plano Y-Z de una extremidad [Elaboracion propia]

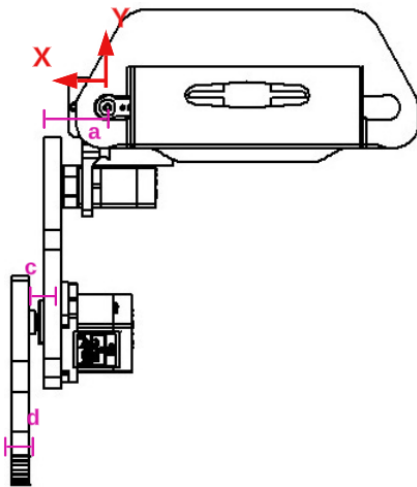


Fig.5 Plano Y-X de una extremidad [Elaboracion propia]

La transformada homogénea desde el sistema de coordenadas inercial I hasta el punto final F se define como el producto de todas las transformadas intermedias como se presenta el Ec.24.

$$T_{IF} = T_{I0}T_{01}T_{12}T_{2F} \quad (24)$$

De la Ec.24 se obtiene la matriz presentada en la Ec.25 donde se muestra la orientación y posición del punto final.

$$T_{IF} = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1C_{23} & S_1S_{23} & P_X \\ S_1 & C_1C_{23} & -S_{23}C_1 & P_Y \\ 0 & S_{23} & C_{23} & P_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Donde:

$$P_x = aC_1 + cC_1 + dC_1 + eS_1S_{23} + l_1S_1 + l_2S_1C_2 + l_3S_1C_{23}$$

$$P_y = aS_1 + cS_1 + dS_1 - eS_{23}C_1 - l_1C_1 - l_2C_1C_2 - l_3C_1C_{23}$$

$$P_z = b + eC_{23} - l_2S_2 - l_3S_{23}$$

La transformada homogénea para las articulaciones restantes presenta una estructura equivalente debido a la similitud en su naturaleza. En conclusión, dicha uniformidad simplifica el análisis y generaliza el procedimiento aplicado.

B. Cinematica Inversa

Mediante el método cerrado, se determina la cinemateca inversa para los motores q_1, q_2, q_3 . La Fig.6 presenta el diagrama cinemático para q_1 donde se obtiene la Ec.26. en base a [9].

$$q_1 = \tan^{-1}\left(\frac{x-c-d}{y+l_1}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{a}{\sqrt{(x-c-d)^2 + (y+l_1)^2}}\right) \quad (26)$$

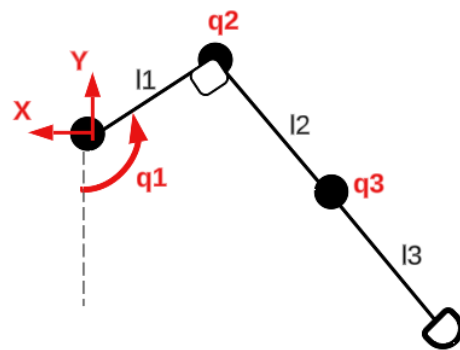


Fig.6 Diagrama cinemático en el plano Y-X [Elaboracion propia]

En la Fig.7 se presenta el diagrama cinemático en el plano Y-Z para q_2 y q_3 donde se obtiene geoméricamente la Ec.27 y Ec.28.

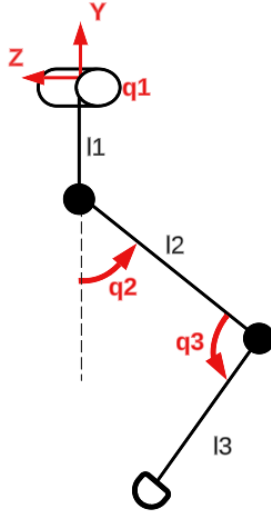


Fig.7 Diagrama cinemático en el plano Y-Z [Elaboracion propia]

$$q_2 = \frac{\pi}{2} + \sin^{-1}\left(\frac{z+b}{\sqrt{L-a^2}}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{b^2-a^2-c^2}{2b\sqrt{L-a^2}}\right) \quad (27)$$

$$q_3 = \cos^{-1}\left(\frac{a^2+b^2+c^2-L}{2bc}\right) \quad (28)$$

Donde:

$$L = (x-c-d)^2 + (z-b)^2 + (y+l_1)^2$$

C. Cinematica Diferencial

a) Jacobiano Analítico

El Jacobiano Analítico relaciona las velocidades de los motores \dot{q}_1 , \dot{q}_2 y \dot{q}_3 con la velocidad lineal del efector final y viene dada por la Ec.29.

$$V = J * \dot{q} \quad (29)$$

Se determina las derivadas parciales de P_x, P_y, P_z respecto a cada articulación q_1, q_2, q_3 en base a la Ec.30.

$$T_{BF} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial q_1} & \frac{\partial x}{\partial q_2} & \frac{\partial x}{\partial q_3} \\ \frac{\partial y}{\partial q_1} & \frac{\partial y}{\partial q_2} & \frac{\partial y}{\partial q_3} \\ \frac{\partial z}{\partial q_1} & \frac{\partial z}{\partial q_2} & \frac{\partial z}{\partial q_3} \end{bmatrix} \quad (30)$$

Donde:

Respecto a q_1

$$\frac{\partial x}{\partial q_1} = -aS_1 - cS_1 - dS_1 + eS_{23}C_1 + l_1C_1 + l_2C_1C_2 + l_3C_1C_{23}$$

$$\frac{\partial y}{\partial q_1} = aC_1 + cC_1 + dC_1 + eS_1S_{23} + l_1S_1 + l_2S_1C_2 + l_3S_1C_{23}$$

$$\frac{\partial z}{\partial q_1} = 0$$

Respecto a q_2 :

$$\frac{\partial x}{\partial q_2} = (eC_{23} - l_2S_2 - l_3S_{23})S_1$$

$$\frac{\partial y}{\partial q_2} = (-eC_{23} + l_2S_2 + l_3S_{23})C_1$$

$$\frac{\partial z}{\partial q_2} = -eS_{23} - l_2C_2 - l_3C_{23}$$

Respecto a q_3 :

$$\frac{\partial x}{\partial q_3} = (-eC_{23} + l_3S_{23})S_1$$

$$\frac{\partial y}{\partial q_3} = (eC_{23} - l_3S_{23})C_1$$

$$\frac{\partial z}{\partial q_3} = eS_{23} + l_3C_{23}$$

b) Singularidad

La singularidad se establece mediante la determinante de la Jacobiano, esta condición indica configuraciones específicas donde la extremidad pierde grados de libertad, afectando su capacidad de movimiento en ciertas direcciones.

El determinante de la matriz Jacobiana se presenta en la Ec.31.

$$\det(J_A) = l_2(e^2S_{23}C_3 + el_1C_3 + el_2C_2C_3 + el_3S_3S_{23} + el_3C_3C_{23} + l_1l_3S_3 + l_2l_3S_3C_2 + l_3^2S_3C_{23}) \quad (31)$$

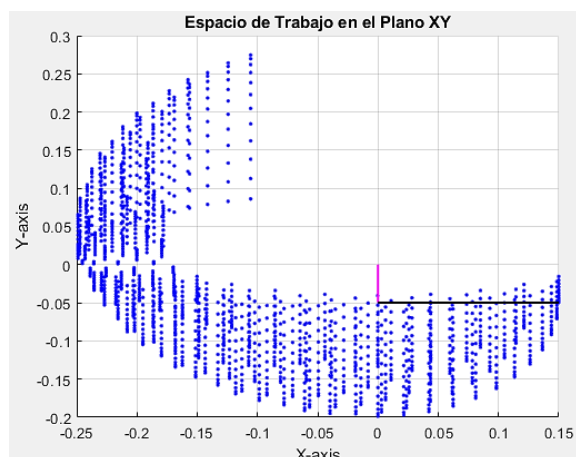
Se identificaron condiciones que conducen a configuraciones singulares las cuales son:

$$\begin{aligned} q_2 = q_3 &= 0^\circ \\ q_2 = 90^\circ, q_3 &= 0^\circ \\ q_2 = -90^\circ, q_3 &= 0^\circ \end{aligned}$$

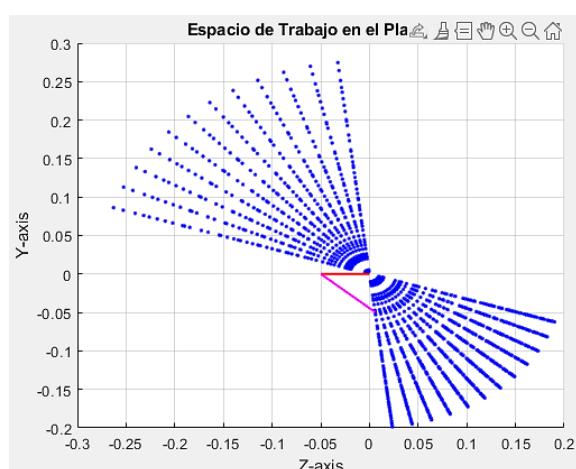
IV. ESPACIO DE TRABAJO

a) Simulacion

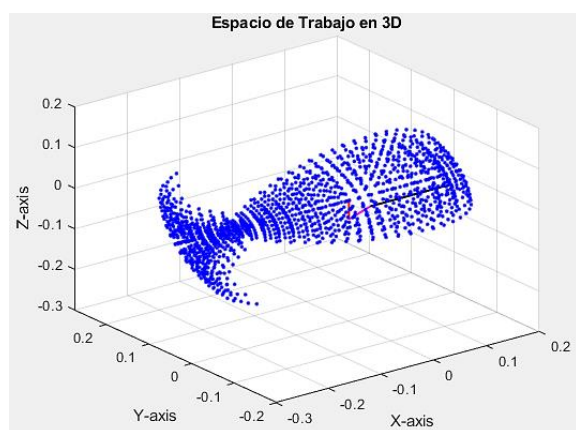
En laFig.8 se presenta la simulación del espacio de trabajo de una extremidad simulado en Matlab en base a la cinemateca directa utilizando los rangos de trabajo de la Tabla 8.



a)



b)



c)

Fig.8 Simulación de Movimiento a) Plano Y-X b) Plano Y-Z c) Plano tridimensional [Elaboración Propia]

TABLA 8 RANGO DE MOVIMIENTOS [8]

Nº	RANGO DE MOVIMIENTOS		
	Angulo	Valor Mínimo	Valor Máximo
1	q1	0,31677726	1,4529866
2	q2	0,436332	π
3	q3	0	$\pi/2$

V. DISEÑO CAD

En la Fig.9 se presenta el diseño CAD del robot cuadrúpedo en una vista isométrica. Este diseño se caracteriza por la portabilidad que incorpora al cuerpo del robot, unido por medio de una corona.

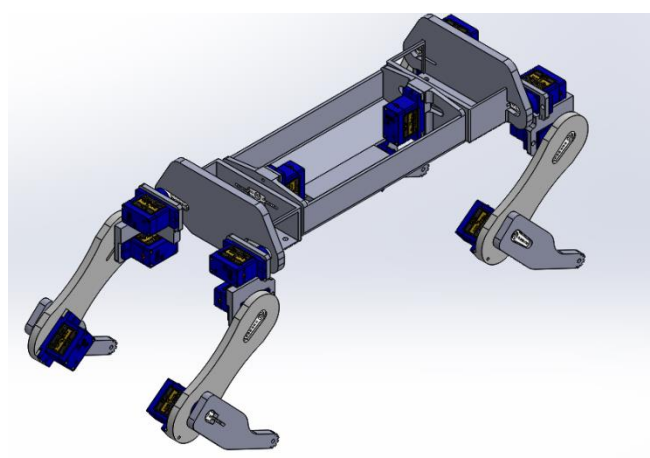


Fig.9 Diseño CAD Vista Isométrica [Elaboracion propia]

Sin embargo, en este documento se trabaja únicamente con dos extremidades junto a su acople como se ve en la Fig.10.

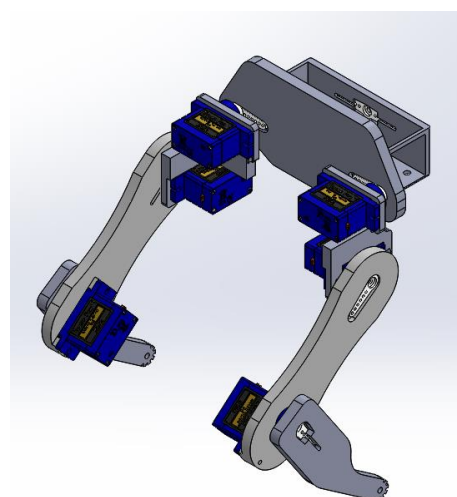


Fig.10 Diseño CAD de dos extremidades en vista isométrica [Elaboracion propia]

VI. VERIFICACIÓN

A. Comprobación de cinemática directa

Para la comprobación de la cinemática directa se calcula la posición del efector final mediante software VS CODE y se comprueba dicha posición en el software de diseño CAD SOLIDWORKS.

Se presentan tres casos de estudio en cuanto a las posiciones de q_2 y q_3 siendo $q_1 = 0^\circ$, las cuales se presentan en la Tabla 9.

TABLA 9 CASOS DE ESTUDIO [Elaboración Propia]

Caso	RANGO DE MOVIMIENTOS EN GRADOS °	
	Motor	Valor
1	q_2	0°
	q_3	0°
2	q_2	-90°
	q_3	0°
3	q_2	90°
	q_3	90°

a) Caso 1

Para el caso 1 se presenta la extremidad con un ángulo de $q_2 = q_3 = 0^\circ$, resultando la posición final en:

$$X = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25,06 \\ -157,96 \\ 32,21 \end{bmatrix}$$

En la Fig.10 se presenta la extremidad modelada en CAD, donde se determina la distancia en los ejes desde el sistema de coordenadas inercial hasta el punto final. Las mediciones realizadas en x, y, z coinciden con los valores obtenidos en P_x, P_y, P_z . Este resultado verifica la comprobación de la cinemática directa.

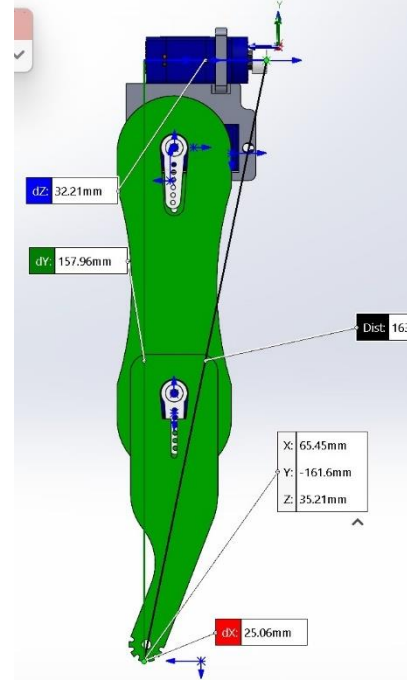


Fig. 10 Extremidad con $q_2 = q_3 = 0^\circ$ [Elaboración propia]

b) Caso 2

Se comprueba la cinemática directa para $q_2 = -90^\circ$ y $q_3 = 0^\circ$, resultando la posición final en:

$$X = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25,06 \\ -14,97 \\ 159,28 \end{bmatrix}$$

En la Fig.11 se presenta la extremidad en cuyos ángulos establecidos, donde se observa que las dimensiones en x, y, z corresponden a P_x, P_y, P_z (Se recortó la Fig.11 por tema de visualización).

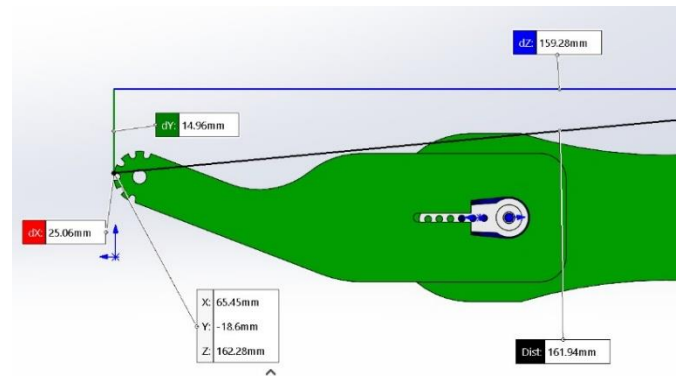


Fig.11 Extremidad con $q_2 = -90^\circ$ y $q_3 = 0^\circ$ [Elaboración propia]

c) Caso 3

Se presenta la Fig. 12 para $q_2 = 90^\circ$ y $q_3 = 90^\circ$, resultado la cinemática directa en:

$$X = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25,06 \\ -93,47 \\ -32,28 \end{bmatrix}$$

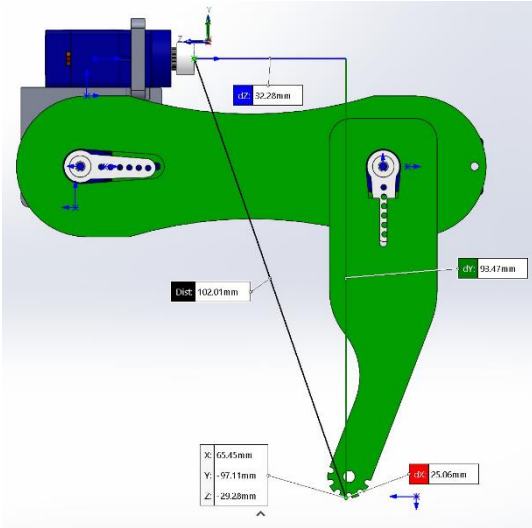


Fig.12 Extremidad con $q_2 = q_3 = 90^\circ$ [Elaboracion propia]

En la Fig.12 se observa que las dimensiones en x, y, z, corresponden a P_x, P_y, P_z .

La cinemática directa de una extremidad se planteó correctamente, como se verificó al comparar P_x, P_y, P_z con x, y, z, obtenidas del diseño CAD en los tres casos de estudio.

VII. SIMULACIÓN

Se realiza la simulación en tiempo real de la cinemática directa en Matlab con los siguientes ángulos (q_1, q_2, q_3) presentados en la Tabla 10.

TABLA 10 RANGO DE MOVIMIENTOS
[Elaboración Propia]

N°	RANGO DE MOVIMIENTO EN GRADOS °		
	q_1	q_2	q_3
1	0	-90	90
2	0	-90	45
3	0	-90	0
4	0	-90	45
5	0	-90	90
6	0	-45	90
7	0	0	90
8	0	0	45

9	0	0	0
10	0	0	-45
11	0	0	-90
12	0	45	-45
13	0	90	0
14	0	90	45
15	0	90	90
16	0	90	45
17	0	90	0
18	0	90	45
19	0	90	-90

La Fig.13 presenta el comportamiento de las posiciones x, y, z del punto final a lo largo del tiempo.

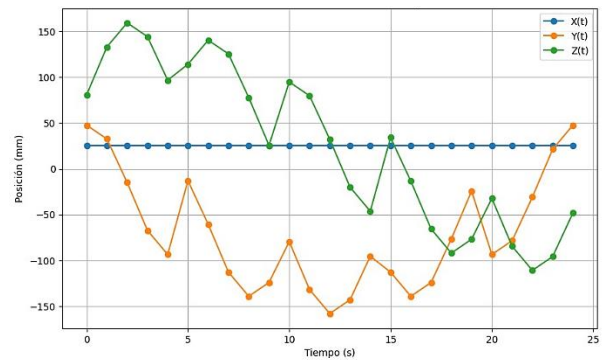


Fig.13 Grafica de posición final vs tiempo [Elaboracion propia]

La curva $x(t)$ se mantiene constante debido a que q_1 se encuentra en 0° lo cual corresponde a la inclinación de la pata. La curva $y(t)$ muestra oscilaciones con amplitudes positivas y negativas, atribuibles a las rotaciones de los eslabones. Por otra parte, la curva $z(t)$ presenta oscilaciones menos pronunciadas, lo que sugiere un efecto más moderado de las rotaciones sobre este eje en la posición del punto final.

VIII. EXPERIMENTOS

Se realiza pruebas experimentales para la validación de la cinemática directa mediante Arduino. Se programó los motores q_1, q_2, q_3 para graficar la posición del punto final en tiempo real. En la Fig.14 se presenta el comportamiento de la posición x, y, z del punto final, mientras que en la Fig.15 se observa la pata/extremidad aplicando la respectiva modelación.

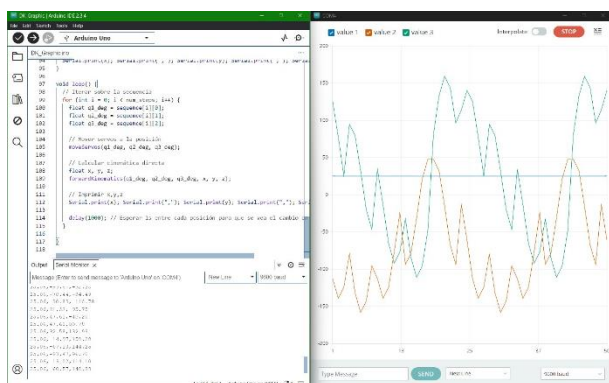


Fig. 14 Comportamiento de x, y, z en tiempo real [Elaboración propia]

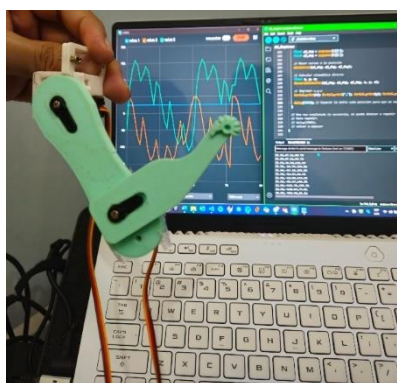


Fig. 15 Aplicación de la DK en una extremidad [Elaboración propia]

Seguidamente se realiza seis pruebas experimentales para valores de q_1, q_2, q_3 presentadas en la Tabla 11. Esto con el fin de conocer si la posición ideal del punto final es igual a la posición final experimental.

TABLA 11 VALORES IDEAL Y REALES
[Elaboración Propia]

Caso	DATOS DE POSICION FINAL					
	X_{Ideal}	X_{Real}	Y_{Ideal}	Y_{Real}	Z_{Ideal}	Z_{Real}
1	25,06	20	-157,96	-156	32,21	28
2	25,06	20	-14,97	-10	159,28	154
3	25,06	20	-93,47	-91	-32,28	-35
4	25,06	20	-93,47	-80,3	140,39	124
5	25,06	20	-124,03	-133,1	-65,60	-61
6	25,06	20	-139,07	-143,2	-13,39	-13

En la Fig. 16 se observa la gráfica de ambas posiciones tanto ideal como experimental para los seis casos de estudio, dada esta comparación existe una diferencia denominada error en relación a la posición del punto final dada por la Ec.32, los cuales se presentan en la Tabla 12.

$$e = ideal - real \quad (32)$$

Donde:

e : error

$ideal$: valor ideal de la posición final

$real$: valor real/experimental de la posición final

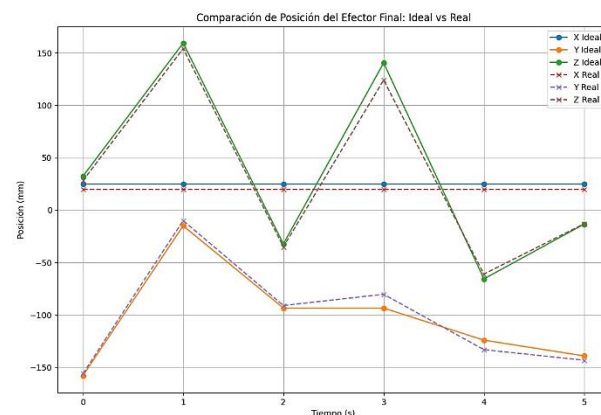


Fig. 16 Comparación de valor ideal con el valor real de la posición final [Elaboración propia]

TABLA 12 ERROR EN % [Elaboración Propia]

Caso	ERROR EN %		
	X	Y	Z
1	20,19	1,24	13,07
2	20,19	33,2	3,31
3	20,19	2,64	8,42
4	20,19	14,09	11,67
5	20,19	7,31	7,01
6	20,19	2,96	2,91

IX. CONCLUSIÓN

El diseño del prototipo de robot cuadrúpedo permitió cumplir con el objetivo planteado de verificar la cinemática directa, mediante simulaciones como experimentalmente.

A través del análisis de torque estático y dinámico, se logró dimensionar los motores que cumplan con el peso/fuerza aplicada al robot. El método de transformadas homogéneas y método cerrado facilitaron el análisis y la obtención de la cinemática directa e inversa.

Las simulaciones realizadas en MATLAB y el diseño CAD en SolidWorks confirmaron la validez del cálculo de la cinemática directa, mientras que las pruebas experimentales con Arduino corroboraron la correspondencia con los valores ideales, de ese modo se obtuvo un error sobre el valor ideal y experimental del punto final el cual no sobrepasa del 15% para cada caso. Por tanto, este proyecto sienta las bases para futuros desarrollos en robótica, contribuyendo al avance en el diseño de robots cuadrúpedos o aplicaciones semejantes.

X. BIBLIOGRAFIA

- [1] Y. Li, B. Li, J. Ruan, and X. Rong, "Research of mammal bionic quadruped robots: A review," in 2011 IEEE 5th International Conference on Robotics, Automation and Mechatronics (RAM), IEEE, Sep. 2011, pp. 166–171. doi: 10.1109/RAMECH.2011.6070476.
- [2] P. Gonzalez de Santos, M. A. Jimenez, and M. A. Armada, "Dynamic Effects in Statically Stable Walking Machines," *J Intell Robot Syst*, vol. 23, no. 1, pp. 71–85, 1998, doi: 10.1023/A:1007993923530.
- [3] K. Harada, S. Russo, T. Ranzani, A. Menciassi, and P. Dario, "Design of Scout Robot as a robotic module for symbiotic multi-robot organisms," in 2011 International Symposium on Micro-NanoMechatronics and Human Science, IEEE, Nov. 2011, pp. 511–513. doi: 10.1109/MHS.2011.6102244.
- [4] P. G. De Santos, E. Garcia, and J. Estremera, *Quadrupedal locomotion: an introduction to the control of four-legged robots*, vol. 1. Springer, 2006.
- [5] Y. Fukuoka and H. Kimura, "Dynamic Locomotion of a Biomorphic Quadruped ' Tekken ' Robot Using Various Gaits: Walk, Trot, Free - Gait and Bound," *Appl Bionics Biomech*, vol. 6, no. 1, pp. 63 – 71, Jan. 2009, doi: 10.1080/11762320902734208.
- [6] F. M.-H. & A. & B. Larraga, «Modelado de un motor DC,» 2024.
- [7] NAYLAMP. [En línea]. Available: <https://naylampmechatronics.com/servomotores/246-micro-servo-mg90s.html>
- [8] L. A. B. & B. R. R. M. & A. A. Diaz, «Diseño de Prototipo de Micro Robot Cuadrúpedo,» 2023