

Compito di prova 3

Corso di MATEMATICA per il Corso di Laurea Triennale in SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

Docente: Alessio Barbieri, **E-mail:** alessio.barbieri@unitus.it

Nome e Cognome:

Numero di Matricola:

Tempo: 3 ore. Non sono ammesse calcolatrici, appunti personali o libri.

Esercizio	D1	D2	E1	E2	E3	Σ
Voto						

Parte Teorica

Domanda 1. (3 punti) Indicare quale delle seguenti è la definizione di successione $(a_n)_n$ divergente a $-\infty$:

☐ a $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N} : |a_n - \ell| < \varepsilon \forall n \geq n_0$,

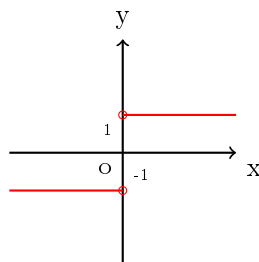
☐ b $\forall M > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N} : a_n < -M \forall n \geq n_0$,

☐ c $\forall M > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N} : |a_n - \ell| < M \forall n \geq n_0$,

☐ d $\forall M > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N} : a_n > M \forall n \geq n_0$.

Domanda 2. (3 punti) La "funzione segno" $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, di cui sotto sono riportate legge di definizione e grafico,

$$f(x) = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} 1, & \text{se } x > 0, \\ -1 & \text{se } x < 0, \end{cases}$$



è un esempio di funzione che soddisfa una delle seguenti proprietà. Quale?

☐ a E' una funzione continua ma non derivabile in $x_0 = 0$,

☐ b E' una funzione continua e derivabile in $x_0 = 0$,

☐ c E' una funzione non continua in $x_0 = 0$,

☐ d E' una funzione derivabile ma non continua in $x_0 = 0$.

Parte Pratica

Esercizio 1. (8 punti) Determinare i valori di $a, b \in \mathbb{R}$ affinché la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + a, & \text{se } x \geq 0, \\ b \cdot e^{x^2+x}, & \text{se } x < 0, \end{cases}$$

sia continua e derivabile in \mathbb{R} .

Soluzione: $a =$, $b =$

Esercizio 2. (8 punti) Risolvere il seguente integrale

$$\int_{-1}^0 2x \cdot \arctan(x) \, dx.$$

Soluzione:

Esercizio 3. (10 punti) Risolvere il seguente problema di Cauchy, specificando l'intervallo di definizione della soluzione

$$\begin{cases} y'' + 3y' - 4y = e^{2x} \\ y(0) = \frac{1}{6} \\ y'(0) = -\frac{4}{3}. \end{cases}$$

Soluzione: