

```

UPDATEKEY(H, i, k)
  old ← H[i]
  H[i] ← k
  if k > old then
    # "spingo verso l'alto finché non ripristino l'heap-property"
    while i > 1 and H[PARENT(i)] < H[i] do
      swap (H[i], H[PARENT(i)])
      i ← PARENT(i)
    end while
  else if k < old then
    # "spingo verso il basso usando Max-Heapify"
    MAX-HEAPIFY(H, i)
  end if

PARENT(i)
  Return FLOOR(i/2)

MAX-HEAPIFY(H, i)
  l ← 2 * i
  r ← 2 * i + 1
  if l ≤ heap_size and H[l] > H[i] then
    largest ← l
  else
    largest ← i
  if r ≤ heap_size and H[r] > H[largest] then
    largest ← r
  if largest ≠ i then
    swap (H[i], H[largest])
    MAX-HEAPIFY(H, largest)

```

Dettagli su PARENT e MAX-HEAPIFY

- $PARENT(i) = \lfloor i/2 \rfloor$.
- $MAX-HEAPIFY(H, i)$ confronta il nodo in posizione i con i suoi figli ($2i$ e $2i+1$), scambia con il più grande se necessario e prosegue ricorsivamente fino a che la sottostruttura non è un heap massimo.

Correttezza

- **Caso $k > H[i]$ (chiave aumentata):** la proprietà di heap può essere violata solo “in alto” (il figlio potrebbe essere più grande del padre), perciò eseguo una serie di scambi verso la radice finché ogni padre è \geq di tutti i figli.
- **Caso $k < H[i]$ (chiave diminuita):** la proprietà può essere violata “in basso” (il padre potrebbe essere più piccolo di uno dei figli), quindi basta una singola chiamata a $MAX-HEAPIFY$ (che risolve eventualmente altre violazioni).

Complessità

- **Aumento di chiave:** in ogni iterazione del ciclo `while` risalgo di un livello nell'albero binario di altezza $\leq \lfloor \log_2 n \rfloor$, dunque $O(\log n)$.
- **Diminuzione di chiave:** $MAX-HEAPIFY$ in uno heap di n elementi costa $O(\log n)$ nel caso peggiore.

⇒ Nel complesso $UPDATEKEY$ è $O(\log n)$.