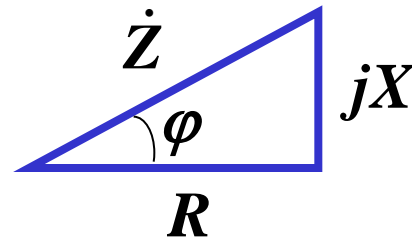


# Misure in c.a. – Misure di impedenza

Uno dei principali problemi di misura è quello di quantificare correttamente un'**impedenza in c.a.**, comprensiva di parte reale (resistenza) ed immaginaria (reattanza induttiva/capacitiva), ovvero di modulo e fase, con le corrispondenti incertezze di misura.

Si richiamano le  
definizioni classiche:



$$\dot{Z} = R + jX \quad \text{dove} \quad X = \begin{cases} \omega L & \text{reattanza induttiva} \\ -1/\omega C & \text{reattanza capacitiva} \end{cases}$$

$$Z = |\dot{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2}; \quad \varphi = \angle \dot{Z} = \arctg\left(\frac{X}{R}\right)$$

# Effetti parassiti sui componenti

I resistori sono componenti circuitali lineari, a condizione che si utilizzino in circuiti a corrente continua.

Se il resistore è percorso da una corrente a frequenza abbastanza elevata, il valore di resistenza varia da quello “nominale”, in modo non lineare al variare della frequenza. Tale fenomeno prende il nome di “effetto pelle”.

In pratica, il conduttore percorso da corrente è sede di un campo magnetico (nel quale è immerso): quindi la corrente si concatena con le linee di campo (circonferenze per un filo cilindrico). Schematizzando il conduttore come “tanti fili sottili”, ognuno con le sue linee di campo, si comprende che i fili “centrali” sono concatenati con più linee di forza, rispetto a quelli “esterni”.

Ne deriva che, la corrente incontra una reattanza molto elevata in corrispondenza dell’asse e più bassa in periferia. Quindi la corrente tende a distribuirsi maggiormente sulla parte esterna (pelle), a minore impedenza.

# Effetti parassiti sui componenti – Resistori

Senza entrare maggiormente nei dettagli, è possibile comprendere come un resistore reale presenti un effetto induttivo, a causa del concatenamento della corrente con il campo magnetico.

Inoltre, è sempre presente anche un effetto capacitivo dovuto ai terminali.

La schematizzazione equivalente risulta pertanto la serie fra la resistenza ideale e l'induttanza parassita, in parallelo con la capacità parassita:

$$\dot{Z}_R = \frac{R + j\omega L}{1 + j\omega C(R + j\omega L)}$$

# Effetti parassiti sui componenti – Condensatori

Un condensatore reale si può schematizzare:

- Con una resistenza che rappresenta la perdita dovuta all'isolamento del dielettrico non perfetto, in serie con la capacità ideale

$$\dot{Z}_C = R_s - j \frac{1}{\omega C}$$

Il parametro fondamentale è la tangente dell'angolo di perdita:

$$\tan \delta = \omega R_s C$$

- Oppure, con una resistenza in parallelo con la capacità ideale:

$$\dot{Y}_C = \frac{1}{R_p} + j\omega C \qquad \tan \delta = \frac{1}{\omega R_p C}$$

# Effetti parassiti sui componenti – Induttanze

Un'induttanza reale si può schematizzare:

- Con uno schema equivalente serie: induttanza ideale in serie con una resistenza, che rappresenta la resistenza del materiale di cui è costituita l'induttanza stessa

$$\dot{Z}_L = R_s + j\omega L$$

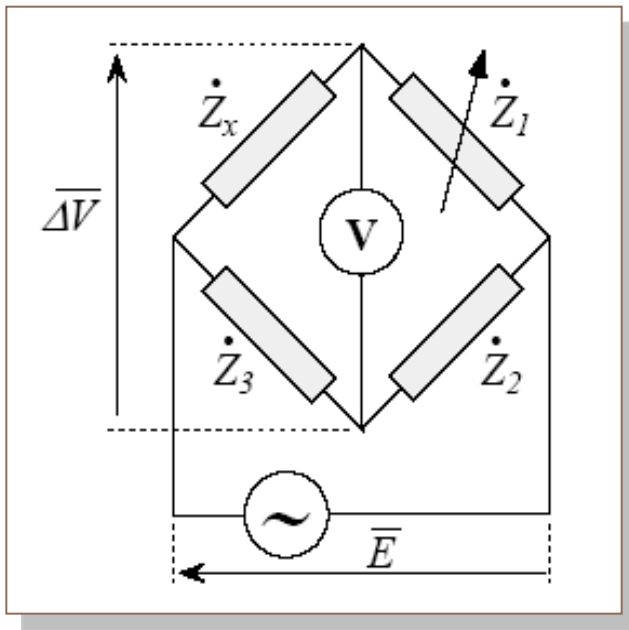
Il parametro fondamentale per definire la qualità del componente è :

$$Q = \frac{\omega L}{R_s}$$

- Oppure, con lo schema parallelo: l'induttanza ideale in parallelo una resistenza:

$$\dot{Y}_L = \frac{1}{R_p} - j\frac{1}{\omega L} \qquad Q = \frac{R_p}{\omega L}$$

# Misure d'impedenza con i ponti in corrente alternata



All'equilibrio ( $\Delta V=0$ ) si ha:

$$\dot{Z}_x \dot{Z}_2 = \dot{Z}_1 \dot{Z}_3 \Rightarrow \begin{cases} Z_x Z_2 = Z_1 Z_3 \\ \varphi_x + \varphi_2 = \varphi_1 + \varphi_3 \end{cases}$$

Da cui:

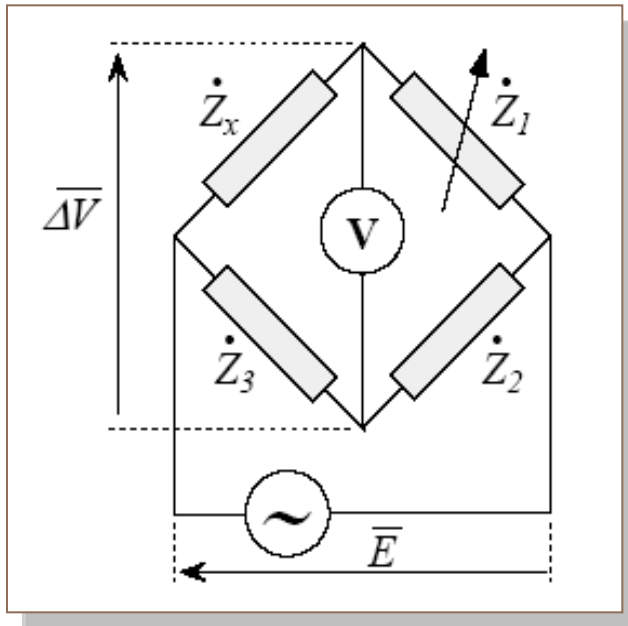
$$\dot{Z}_x \Rightarrow \begin{cases} Z_x = \frac{Z_1 Z_3}{Z_2} \\ \varphi_x = \varphi_1 + \varphi_3 - \varphi_2 \end{cases}$$

Rispetto al Ponte di Wheatstone, da cui derivano i ponti in c.a., l'equilibrio è più difficile da raggiungere, in quanto ora devono essere verificate due relazioni scalari.

Pertanto bisogna regolare due (non più *uno*) elementi (la parte resistiva e la parte reattiva dell'impedenza  $\dot{Z}_1$ , che deve quindi essere costituita da un resistore variabile e per esempio un condensatore variabile).

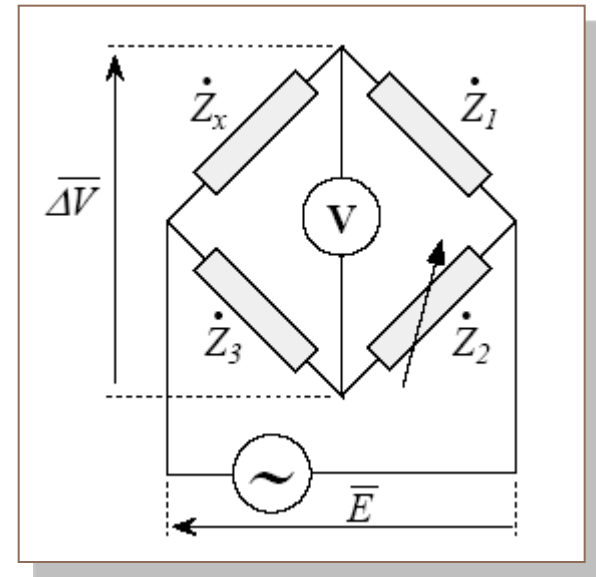
# Classificazione dei ponti in corrente alternata

Ponti a rapporto:



$$\dot{Z}_x = \frac{\dot{Z}_3}{\dot{Z}_2} \dot{Z}_1 = k_r \dot{Z}_1$$

Ponti a prodotto:



$$\dot{Z}_x = \frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_3}{\dot{Z}_2} = \dot{Z}_1 \dot{Z}_3 \dot{Y}_2 = k_p \dot{Y}_2$$

## ESEMPIO DI PONTE IN ALTERNATA A PRODOTTO IMMAGINARIO PER MISURE DI CAPACITA' ED ANGOLO DI PERDITA

### 4.3.2 - Ponte di Schering.

Il ponte di Schering trova applicazione per le misure di capacità (nello schema equivalente serie) e si presta anche a misure a frequenze elevate.

Lo schema di questo tipo di ponte è riportato in figura 4.10.

Per determinare i parametri del condensatore incognito, posto sul lato 4 del ponte, si applica la condizione di equilibrio (4.3):

$$\bar{Z}_1 \bar{Z}_4 = \bar{Z}_2 \bar{Z}_3$$

Facendo riferimento alla figura 4.10, si ha:

$$\bar{Z}_1 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + j\omega C_1}; \quad \bar{Z}_2 = -j \frac{1}{\omega C_2}$$

$$\bar{Z}_3 = R_3; \quad \bar{Z}_4 = R_x - j \frac{1}{\omega C_x}$$

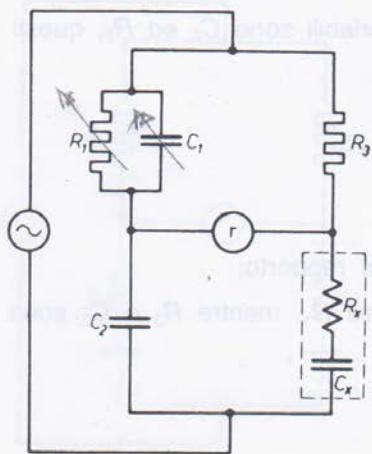


Fig. 4.10 - Ponte di Schering per misure di capacità (ma serie).



da cui:

$$\frac{1}{\frac{1}{R_1} + j\omega C_1} \left( R_x - j\frac{1}{\omega C_x} \right) = -j\frac{R_3}{\omega C_2}.$$

Sviluppando:

$$R_x - j\frac{1}{\omega C_x} = -j\frac{R_3}{\omega C_2} \left( \frac{1}{R_1} + j\omega C_1 \right)$$

$$R_x - j\frac{1}{\omega C_x} = -j\frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{1}{\omega C_2} + R_3 \frac{C_1}{C_2}.$$

Eguagliando tra loro separatamente le parti reali e i coefficienti dell'immaginario:

$$\begin{cases} R_x = R_3 \frac{C_1}{C_2} \\ \frac{1}{\omega C_x} = \frac{R_3}{R_1} \frac{1}{\omega C_2} \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{cases} R_x = R_3 \frac{C_1}{C_2} \\ C_x = C_2 \frac{R_1}{R_3} \end{cases}$$

Infine si ricava la tangente dell'angolo di perdita:

$$\operatorname{tg} \delta = \omega C_x R_x = \omega R_3 \frac{C_1}{C_2} \frac{R_1}{R_3} C_2 = \omega C_1 R_1.$$

Come nel caso precedente, è possibile determinare direttamente il valore di due dei parametri, dalla lettura delle indicazioni degli elementi variabili del ponte, indi si calcola il terzo per via matematica, dalle formule sopra riportate. In particolare:

— se gli elementi variabili del ponte sono  $R_1$  e  $C_1$ , mentre  $C_2$  ed  $R_3$  sono fissi, la manopola che consente di variare  $C_1$  può essere tarata direttamente in valori di  $R_x$ , grazie alla relazione:

$$R_x = C_1 \frac{R_3}{C_2};$$