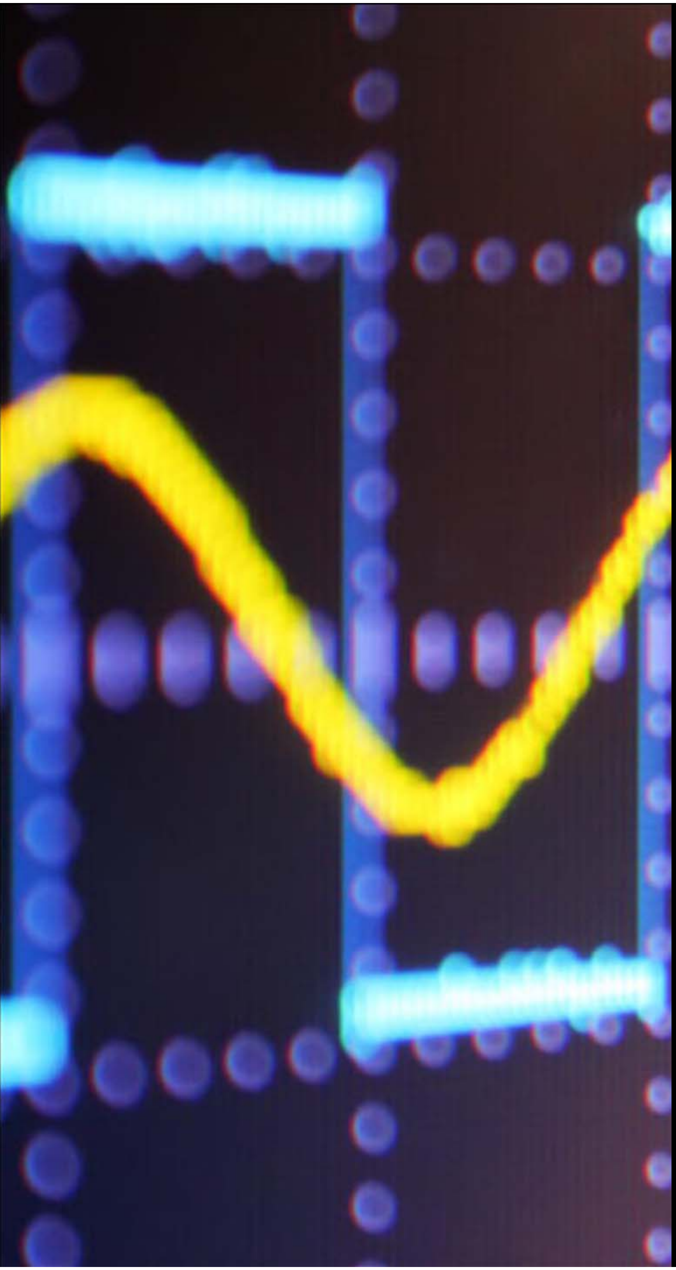


# FONDAMENTI DI MISURE

## - Introduzione e Richiami teorici -


Corso di laurea triennale in Ingegneria dell'Informazione

Prof. Andrea Cataldo

# Introduzione al corso

PROGRAMMA

MATERIALE DIDATTICO

PROVA D’ESAME

# Programma

- **Metrologia e caratterizzazione metrologica degli strumenti di misura**
    - Misure, errori ed incertezze;
    - Caratterizzazione metrologica della strumentazione di misura;
    - Errori e specifiche degli strumenti;

- **Principali metodi e strumenti (analogici e digitali) per la misura di grandezze elettriche fondamentali**
    - Metodi per la misura di resistenze;
    - Metodi di misura di impedenze;
    - Campionamento ideale;
    - Campionamento reale ed errori di campionamento;
    - Quantizzazione e conversione analogico-digitale.

- **Metodi per la misura di segnali nel dominio del tempo**
    - Oscilloscopi analogici e digitali
    - Utilizzo pratico dell'oscilloscopio.

- **Metodi per la misura di segnali nel dominio della frequenza**
    - Richiami di analisi spettrale e analizzatori di spettro analogici;
    - Analisi di segnali nel dominio della frequenza, DFT, FFT ed analizzatori di spettro digitali;

- **Esercitazioni di laboratorio**
    - Misure di resistenza ed impedenza con vari metodi;
    - Misure di base con oscilloscopio;
    - Misure su componenti e circuiti tramite oscilloscopio
    - Utilizzo di software per l’analisi dei segnali nel dominio della frequenza

# Materiale didattico

- **<u>Slides fornite dal docente e appunti del corso</u>**

- G. Colella: Manuale di Metrologia e Strumentazione Elettronica, Hoepli
- R.Giometti, F.Frascari: Guida al Laboratorio di Misure Elettroniche, Ed. Calderini

# Prova d’esame

L’esame consiste nell’accertamento delle conoscenze relative alla parte teorica (attraverso colloquio orale) ed alla parte relativa alle esperienze di laboratorio (attraverso una verifica pratica e una relazione di gruppo).

# Richiami teorici

# Outline

- QUANTITA' ELETTRICHE
  - Corrente
  - Tensione
  - Resistenza
  - Potenza

- SEGNALI - Classificazione
  - Continui e discreti
  - Periodici ed aperiodici
  - Deterministici ed aleatori

- SEGNALE SINUSOIDALE
  - Tensione continua e alternata
  - Ampiezza, pulsazione e fase
  - Tensione di picco e di picco-picco
  - Tensione efficace

- ANALISI DEI SEGNALI NEL DOMINIO DELLA FREQUENZA
  - Analisi di Fourier
  - Scomposizione in sinusoidi

- RUMORE

# Quantità elettriche

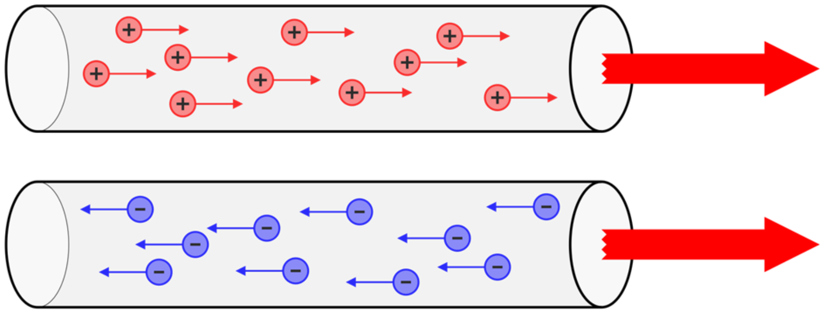
# Corrente

La **corrente** si misura in **ampere** (A) e rappresenta il flusso di cariche elettriche (**elettroni**) che passano per un dato punto nel tempo di un secondo. Da qui consegue che un ampere è pari ad un coulomb per secondo:

$$1\ (A) = 1\ \left(\frac{C}{s}\right)$$

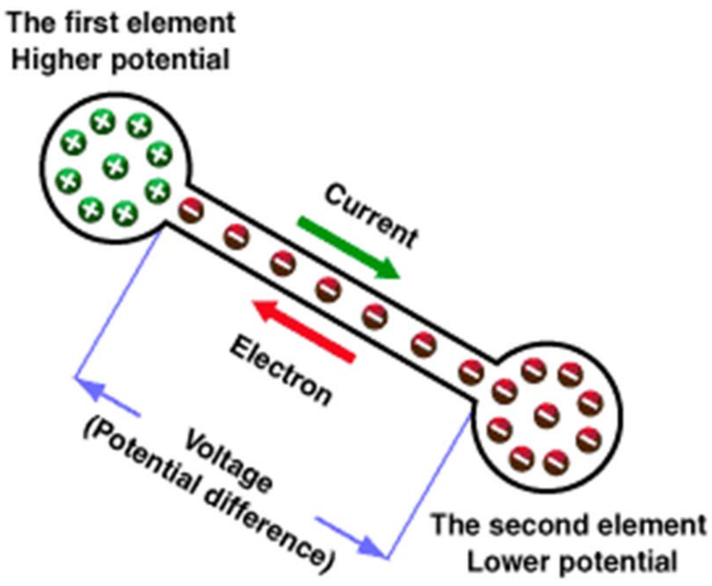
Più è intenso questo flusso e più è alta la corrente

Per convenzione si considera verso positivo del flusso di corrente quello opposto al flusso degli elettroni:



# Tensione

La tensione si misura in Volt (V) e spesso si fa riferimento ad essa come ad una *differenza di potenziale*: infatti, essa è la forza elettrica che causa il movimento delle cariche e quindi il fluire della corrente.

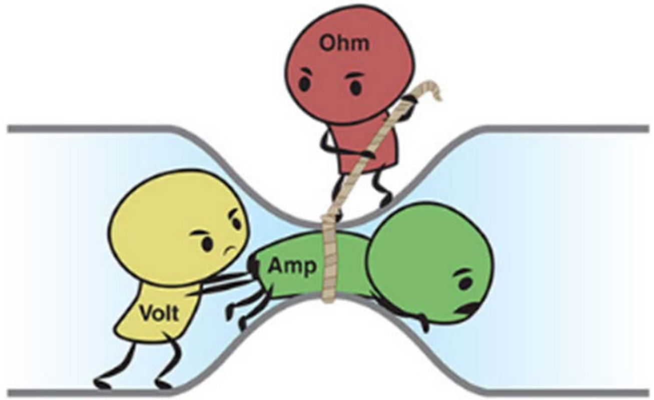



Voltage and Current

Si comprende perciò come la tensione sia un concetto abbastanza relativo: infatti, la tensione in un determinato punto deve sempre essere riferita ad un altro punto; spesso, si prende come riferimento quello cosiddetto di **terra**, nel senso che si attribuisce valore convenzionale di potenziale nullo al potenziale di terra e si misurano tutte le tensioni rispetto a tale riferimento.

# Resistenza

La **resistenza** elettrica è una grandezza fisica scalare che misura la tendenza di un corpo ad opporsi al passaggio di una corrente elettrica, quando sottoposto ad una tensione elettrica. Questa opposizione dipende dal materiale con cui è realizzato, dalle sue dimensioni e dalla sua temperatura.




La **resistenza** di un conduttore al passaggio di corrente si misura in **Ohm** (Ω).
Un **resistore** è un dispositivo elettrico che obbedisce alla **legge di Ohm: V=RI**.

- La differenza di potenziale V è direttamente proporzionale sia alla corrente I, sia alla resistenza R.
- La resistenza R e la corrente I sono inversamente proporzionali tra di loro.

# Potenza

La **potenza** si misura in Watt (W) e rappresenta la quantità di l'energia che fluisce da un circuito ad un altro nell'unità di tempo.

Tipicamente, si considera una porta del circuito o dispositivo in esame, la si alimenta tramite un generatore e si valuta la potenza assorbita: in corrente continua (DC), la potenza risulta essere data dal prodotto tra la tensione e la corrente alla suddetta porta, ossia:

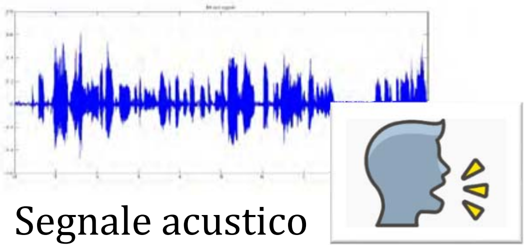
$$P = V \cdot I$$

# Segnali elettrici

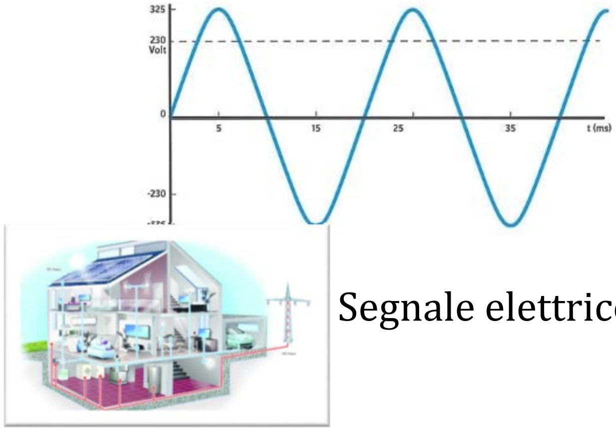
- Classificazione -

# Cos'è un segnale?

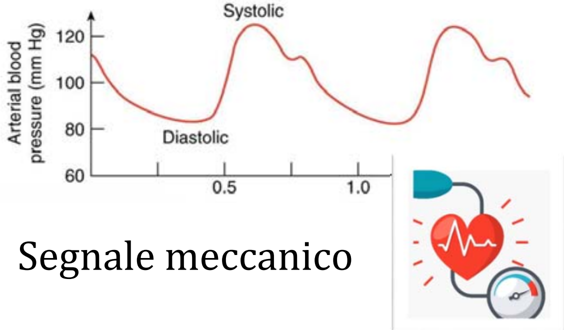
*Un segnale descrive il modo di variare, in un dominio (ad esempio del tempo), di una grandezza fisica misurabile (acustica, elettrica, meccanica, ottica, etc.),* ***a cui è assegnata un'informazione***



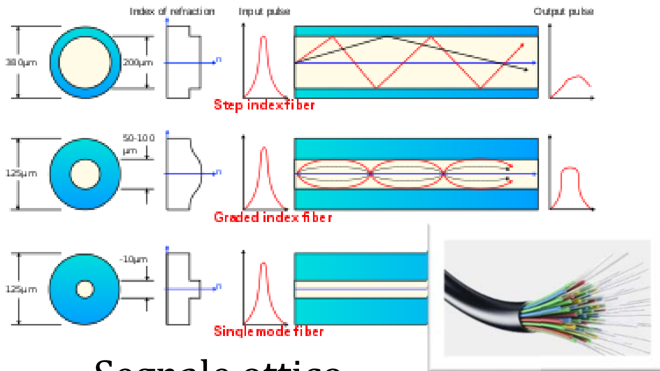
Segnale acustico




Segnale elettrico




Segnale meccanico

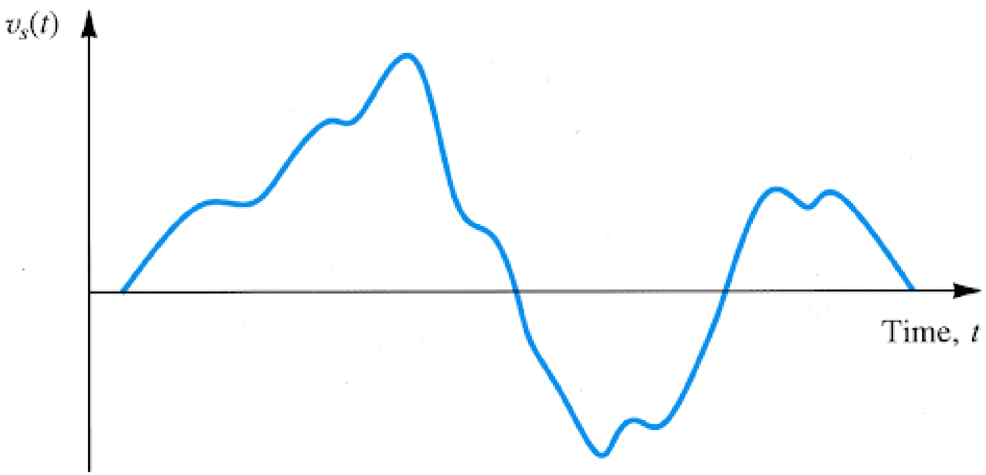



Segnale ottico

# Segnali elettrici

Si definisce **segnale elettrico** una grandezza elettrica (tensione o corrente) che varia in funzione del tempo. Rappresentabile graficamente su un piano cartesiano:

- Asse delle ascisse: tempo ($t$)
- Asse delle ordinate: valore della grandezza elettrica (solitamente la tensione ($v$))




**Un segnale elettrico può trasportare informazione**

# Classificazione dei segnali

I segnali possono essere classificati come:

**Segnali**

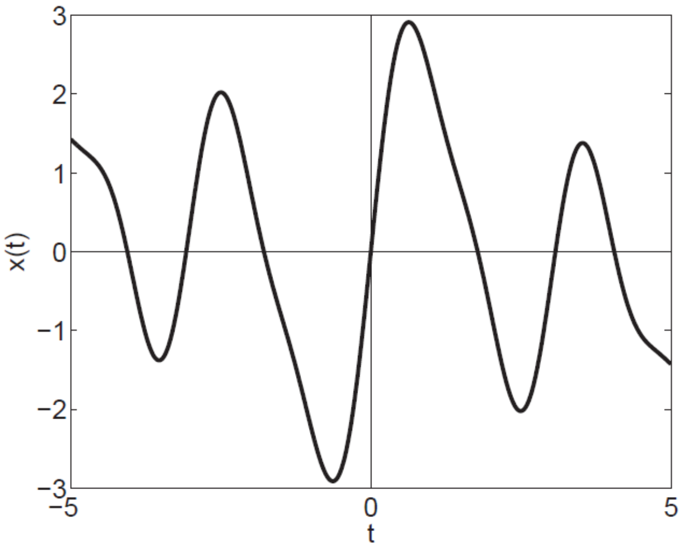
- Analogici (continui) o digitali (discreti)
- Periodici o Aperiodici
- Deterministici o aleatori

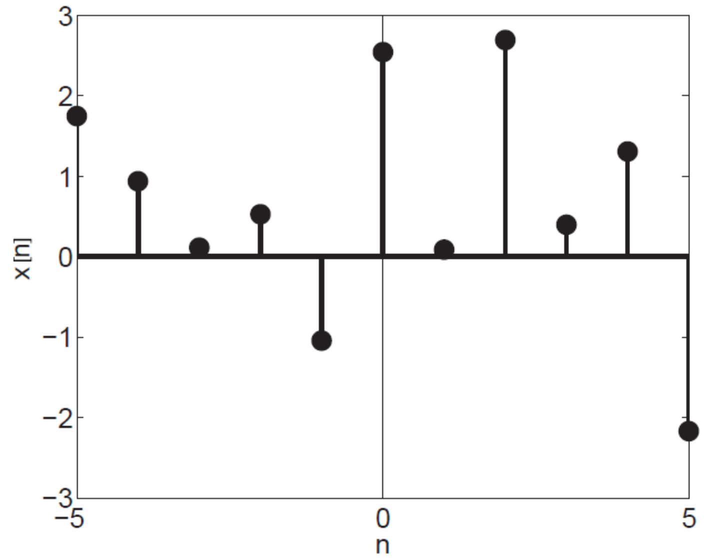
*Un segnale è sempre variabile nel tempo poiché se fosse costante non porterebbe con sé alcuna informazione*

# Segnali a tempo continuo e discreto

***Segnale a tempo continuo/discreto***

- Un segnale si dice a *tempo continuo* (TC), o “forma d’onda”, se la variabile indipendente (tempo) varia in un insieme *continuo*.
- Un segnale si dice a *tempo discreto* (TD), o “sequenza”, se la variabile indipendente (tempo) varia in un insieme *discreto*.



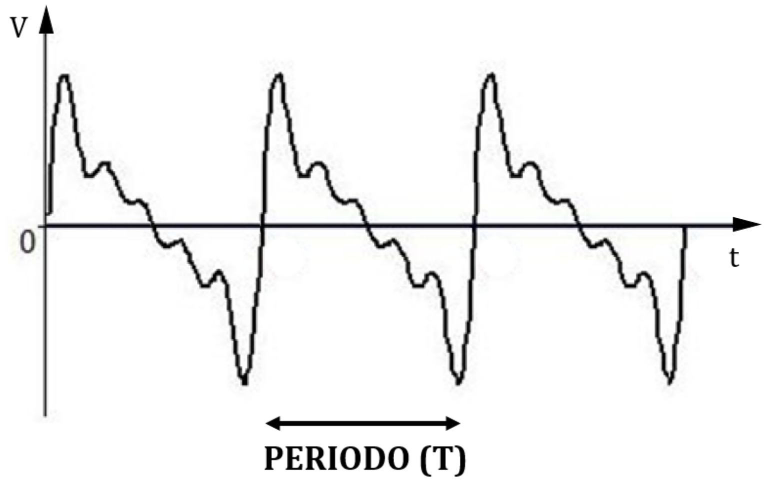



# Segnali periodici e aperiodici

## *Segnale periodico*

Un segnale è periodico se dopo un determinato intervallo di tempo T (periodo) si ripete identico a se stesso

$$s(t) = s(t + T)$$




***Periodo***:

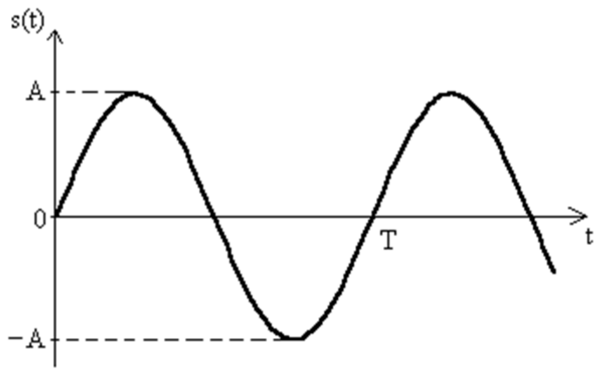
- Intervallo di tempo necessario affinché il segnale si ripeta
- Unità di misura: secondi (s)

Il reciproco del periodo si chiama **frequenza**, si misura in Hertz (Hz) e indica il numero di volte che il segnale si ripete in un secondo:

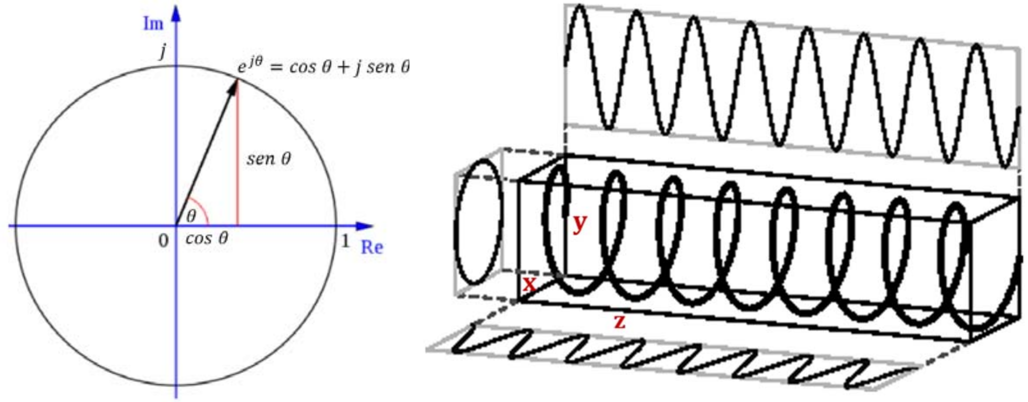
$$f = \frac{1}{T}$$

# Segnali periodici e aperiodici

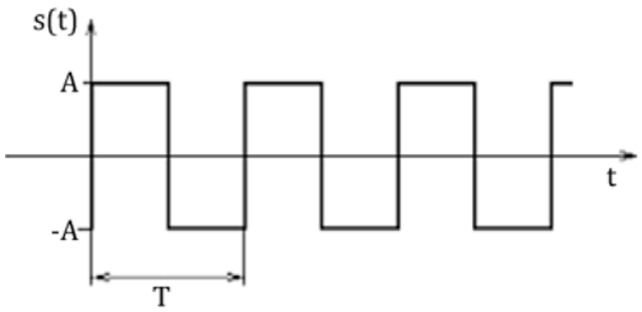
## *Segnali periodici fondamentali*



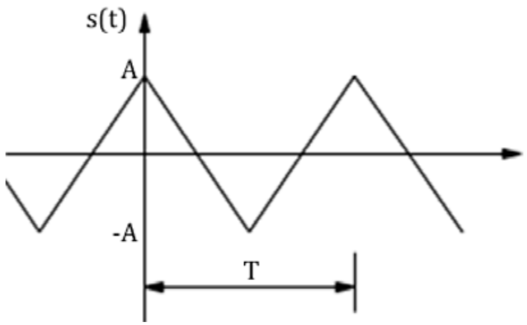

Onda sinusoidale



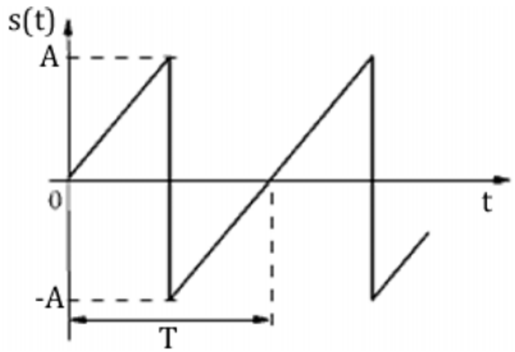

Esponenziale complesso




Onda quadra




Onda triangolare




Onda a dente di sega

# Multipli e sottomultipli del secondo e dell'Hertz

- Spesso il periodo di un segnale è molto breve e per esprimerlo si utilizzano i *sottomultipli* del secondo:

| Simbolo | Nome | Valore |
|---|---|---|
| *s* | Secondo | $1\ s$ |
| *ms* | Millisecondo | $10^{-3}\ s$ |
| *μs* | Microsecondo | $10^{-6}\ s$ |
| *ns* | Nanosecondo | $10^{-9}\ s$ |
| *ps* | Picosecondo | $10^{-12}\ s$ |

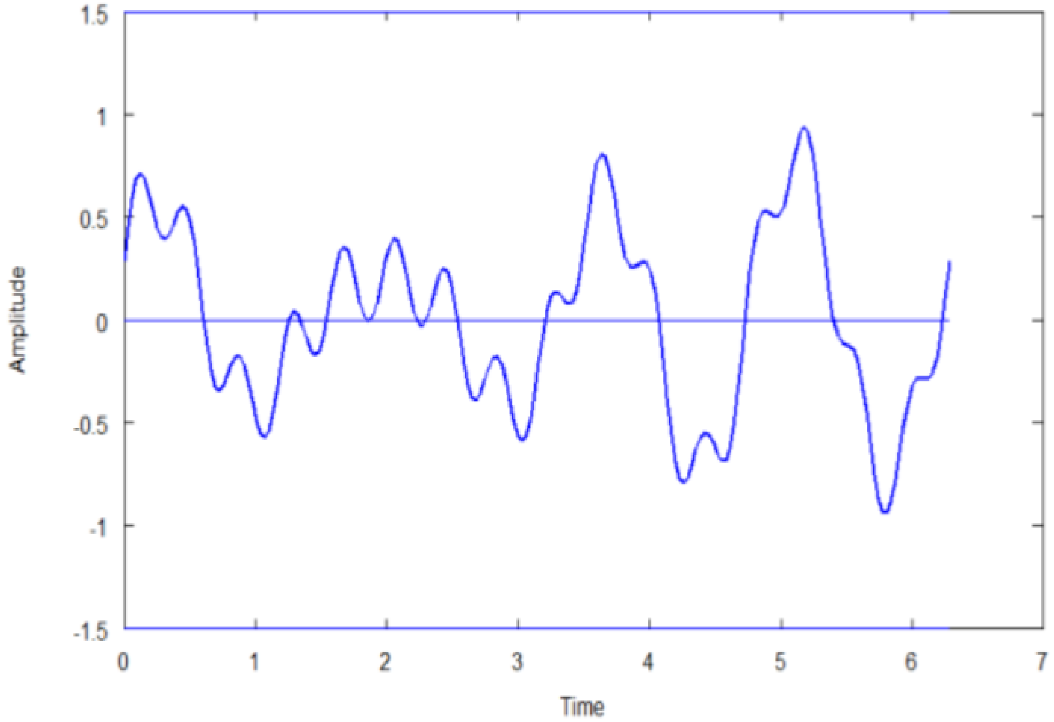
- Riguardo la frequenza di un segnale periodico, spesso si utilizzano i *multipli* dell'Hertz:

| Simbolo | Nome | Valore |
|---|---|---|
| *Hz* | Hertz | $1\ Hz$ |
| *kHz* | Kilohertz | $10^{3}\ Hz$ |
| *MHz* | Megahertz | $10^{6}\ Hz$ |
| *GHz* | Gigahertz | $10^{9}\ Hz$ |
| *THz* | Terahertz | $10^{12}\ Hz$ |

# Segnali periodici e aperiodici

***Segnale aperiodico***

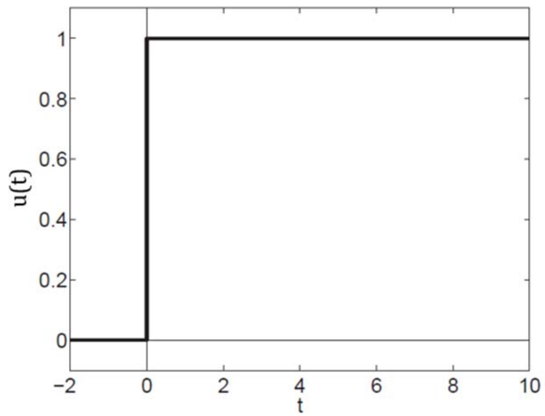
I segnali aperiodici non si ripetono nel tempo



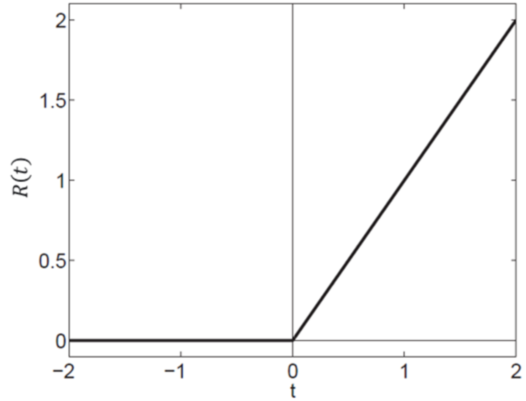

Non è possibile individuare un periodo T in cui il segnale si ripete uguale a se stesso

# Segnali periodici e aperiodici

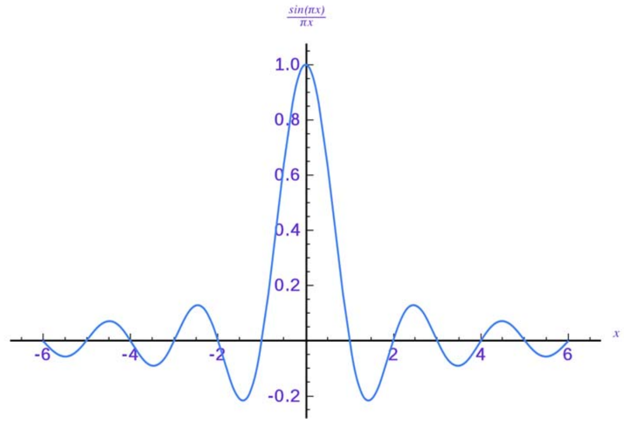
***Segnali aperiodici fondamentali***



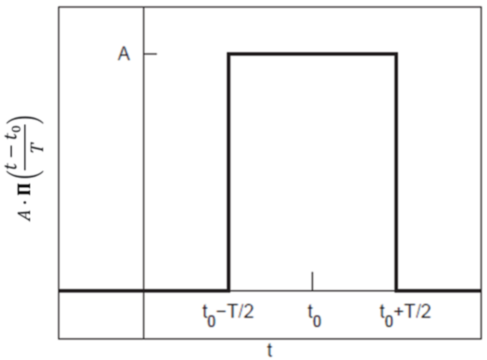

Gradino di Heaviside (o unitario)



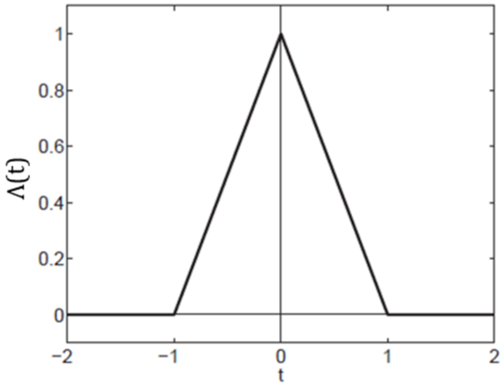

Funzione rampa



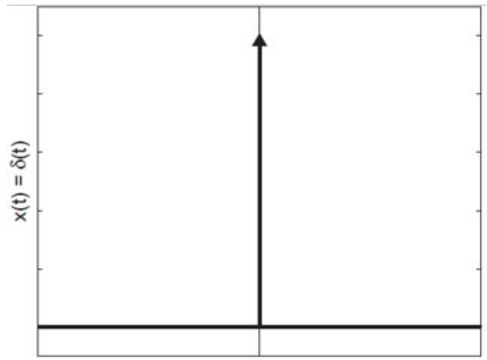

Seno cardinale (sinc)




Finestra rettangolare




Finestra triangolare




Impulso ideale (di Dirac)

# Segnali deterministici ed aleatori

***Segnali deterministici e aleatori***

- Un segnale si dice deterministico (o determinato) se è perfettamente descritto da una funzione o una successione (espressa analiticamente, in forma tabellare, o in forma grafica)

- Un segnale si dice aleatorio (o casuale) se non permette di predire con un'equazione matematica il suo comportamento. Nella sua definizione è contenuto un certo grado di incertezza

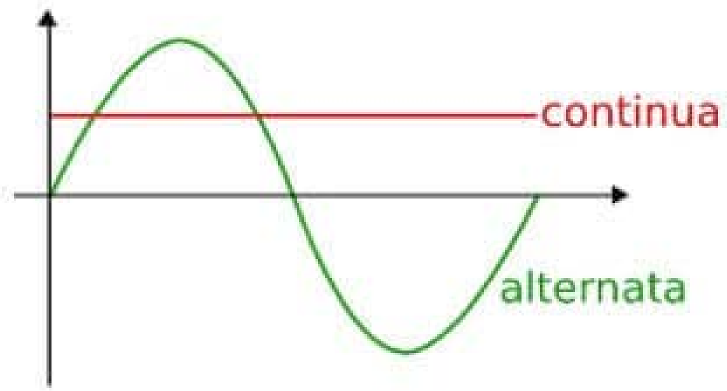
# Segnali deterministici ed aleatori

***Segnali deterministici e aleatori***

- La maggior parte dei segnali in natura non è deterministica, ma è di tipo aleatorio
- Un segnale aleatorio, non essendo perfettamente noto a priori, non può essere descritto da una semplice funzione.
- Sono necessari strumenti più sofisticati, quali la ***teoria della probabilità***

# Segnale sinusoidale

# Tensione continua e alternata




- Una tensione continua è una differenza di potenziale costante nel tempo, cioè una tensione che assume sempre lo stesso valore, come quella che esiste in un circuito in cui è presente una pila.

- Una tensione alternata è invece una differenza di potenziale che varia nel tempo secondo una **curva sinusoidale** come quella prodotta da un alternatore.

# Segnale sinusoidale

Uno dei segnali periodici e deterministici fondamentali è l'onda sinusoidale, che ritroviamo nei circuiti che lavorano in regime alternato (AC), in cui il flusso di corrente e/o la tensione variano al variare del tempo:

$$\boxed{s(t) = A \cdot sin(\omega t + \varphi)}$$

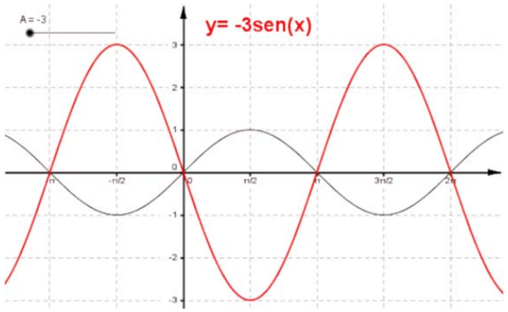
Le variabili che definiscono una funzione sinusoidale sono:

- A si dice *ampiezza* ed è un numero reale diverso da zero;
- $\omega$ si dice *pulsazione* (o *velocità angolare*) e si misura in radianti al secondo (rad/s)

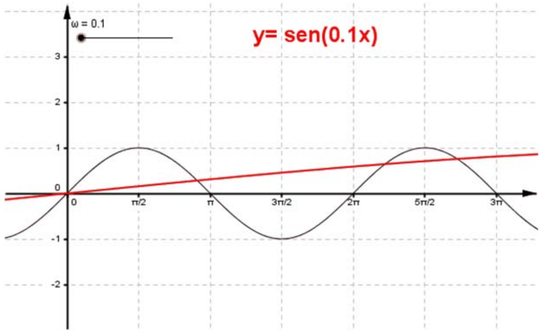
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

- $\varphi$ si dice *fase iniziale* ed è espressa in radianti (rad)

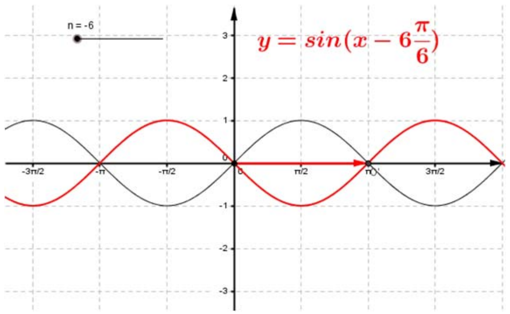
# Segnale sinusoidale




- A indica l'ampiezza massima dell'onda
- La sua variazione comporta una *compressione* lungo l’asse y



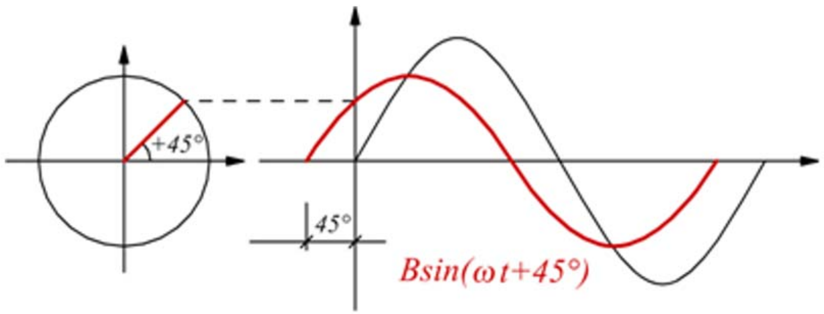

- $\omega$ indica quanti periodi ci sono in un intervallo di $2\pi$
- La sua variazione comporta una *dilatazione* lungo l'asse x



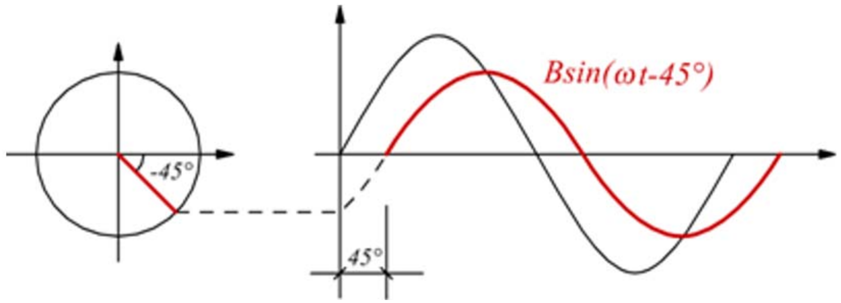

- La variazione di $\varphi$ comporta una *traslazione* orizzontale del grafico della funzione sinusoidale (rispetto all’istante 0): verso sinistra se $\varphi$>0 (anticipo) e verso destra se $\varphi$ <0 (ritardo)

# Segnale sinusoidale

La fase $\varphi$ viene utilizzata per rappresentare la traslazione di una sinusoide rispetto a un'altra




Esempio di sinusoide in anticipo di fase di 45° rispetto alla sinusoide originaria di fase nulla

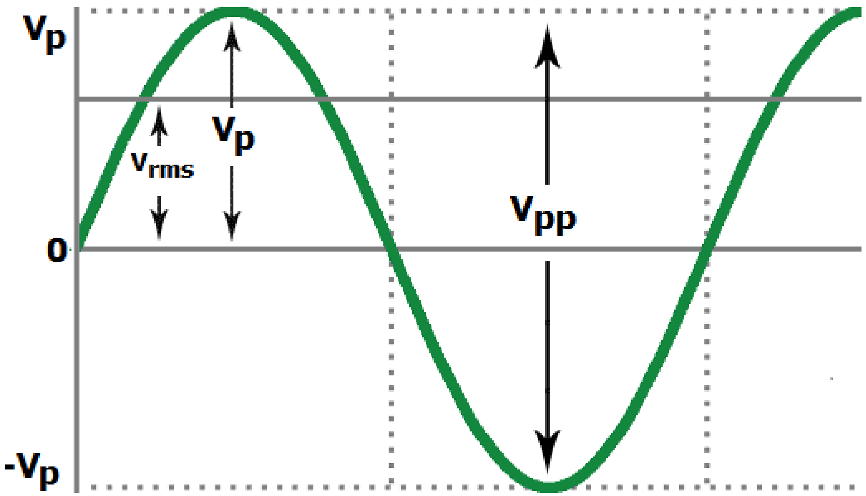



Esempio di sinusoide in ritardo di fase di 45° rispetto alla sinusoide originaria di fase nulla

Legame radianti-gradi: $\boxed{\varphi^{\circ} : \varphi_{rad} = 360^{\circ} : 2\pi}$

# Segnale sinusoidale

Per riferirsi in modo adeguato ad una forma d'onda sinusoidale, si faccia riferimento alla figura seguente, che mostra tre modi diversi di riferirsi ad una tensione AC




- $V_p$ è la tensione di picco e coincide con l'ampiezza A precedentemente introdotta
- $V_{pp}$ è la tensione di picco-picco
- $V_{rms}$ è il valore efficace della tensione

# Segnale sinusoidale

Più nel dettaglio si dice *valore efficace* di un segnale $s$(t):

$$v_{rms} = \sqrt{\mathcal{P}_s} = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{1}{T_0}\displaystyle\int |s(t)|^2 dt}, & segnali\ TC \\ \sqrt{\dfrac{1}{N_0}\displaystyle\sum_{N_0}^{N_0-1} |s[n]|^2}, & segnali\ TD \end{cases}$$

Dove $\mathcal{P}_s$ rappresenta la potenza del segnale.

**Il valore efficace si può interpretare come il valore che deve assumere un segnale costante per avere la stessa potenza del segnale dato.**

# Segnale sinusoidale

**<u>Solo nel caso di segnale sinusoidale</u>**:

$$\boxed{v_{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot V_p = 0.707 \cdot V_p}$$

Oppure in maniera equivalente:

$$\boxed{v_{rms} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot V_{pp} = 0.353 \cdot V_{pp}}$$

# Segnale sinusoidale

- La componente continua (DC) di un segnale s(t) coincide con la sua media temporale:

$$s_{dc} \triangleq \langle s(t) \rangle = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} s(t)dt$$

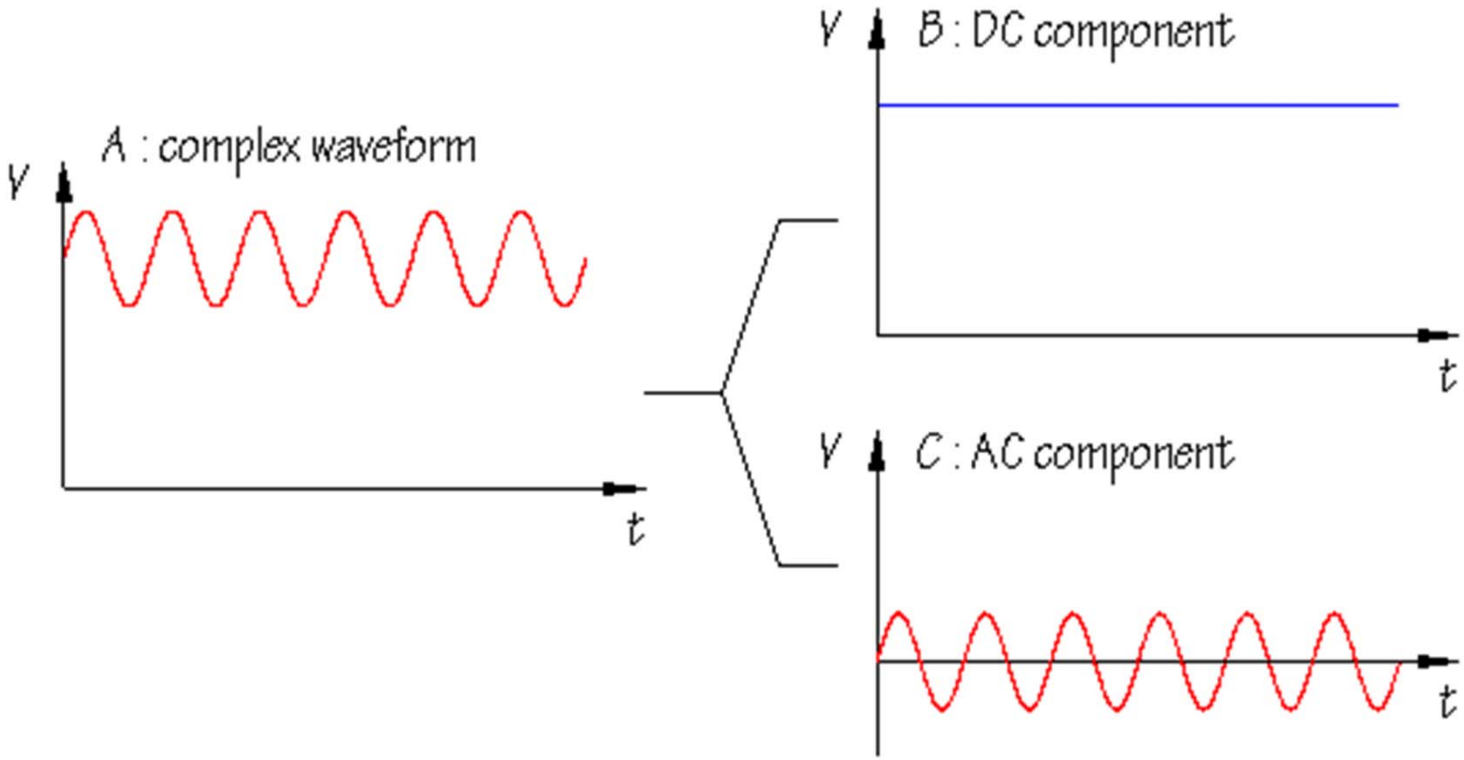
- La componente alternata (AC) di un segnale s(t) si ottiene sottraendo al segnale la sua componente continua:

$$s_{ac}(t) \triangleq s(t) - s_{dc}$$

Mentre la componente continua rappresenta il valor medio del segnale, e quindi, in un certo senso, la parte "costante" del segnale, la componente alternata ne rappresenta la parte effettivamente "variabile". Qualunque segnale si può scrivere sempre come la somma della sua componente continua e della sua componente alternata:

$$s(t) = s_{dc} + s_{ac}(t)$$

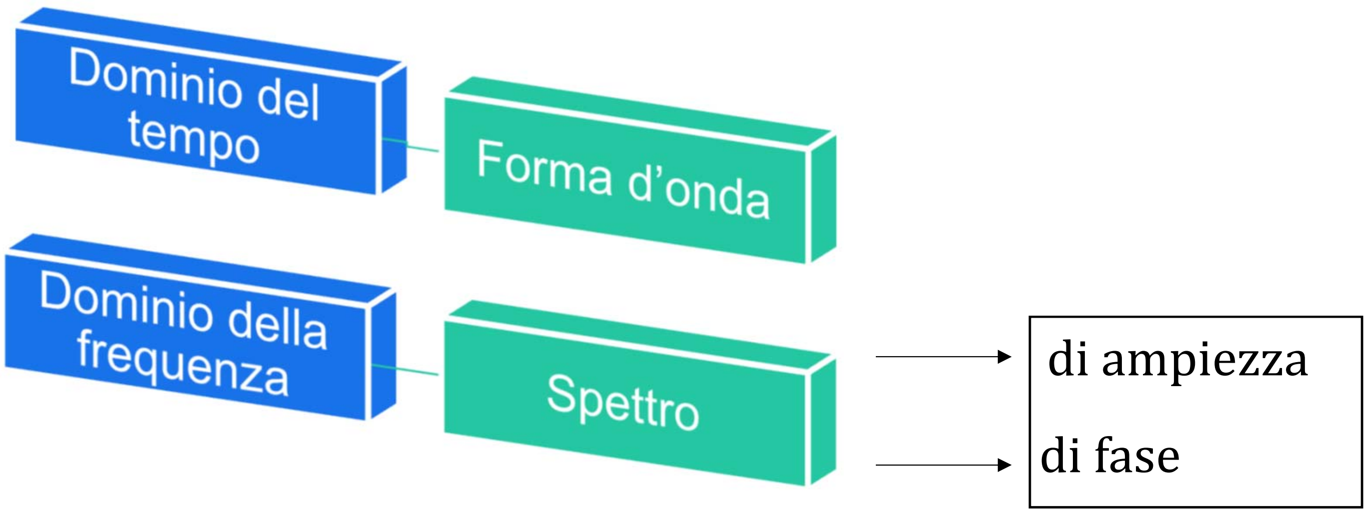
# Segnale sinusoidale



# Analisi dei segnali nel dominio della frequenza

# Dominio della frequenza

E’ possibile passare da una dipendenza dal tempo ad una dipendenza dalla frequenza, che permette di mettere in risalto determinate caratteristiche del segnale, fornendo informazioni utili non ottenibili direttamente nel dominio del tempo.




In generale, una data funzione o segnale può essere convertito tra i domini del tempo e della frequenza attraverso alcune trasformazioni matematiche. Fondamentale in tal senso è **l’analisi di Fourier**

# Dominio della frequenza

L'analisi di Fourier, o analisi armonica, ha preso avvio dalle ricerche di Jean Baptiste Joseph Fourier che, nei primi anni dell'Ottocento, riuscì a dimostrare come:

> Una qualunque funzione periodica può essere scomposta in una somma di infinite "opportune" funzioni o componenti sinusoidali (seno e coseno) dette armoniche.

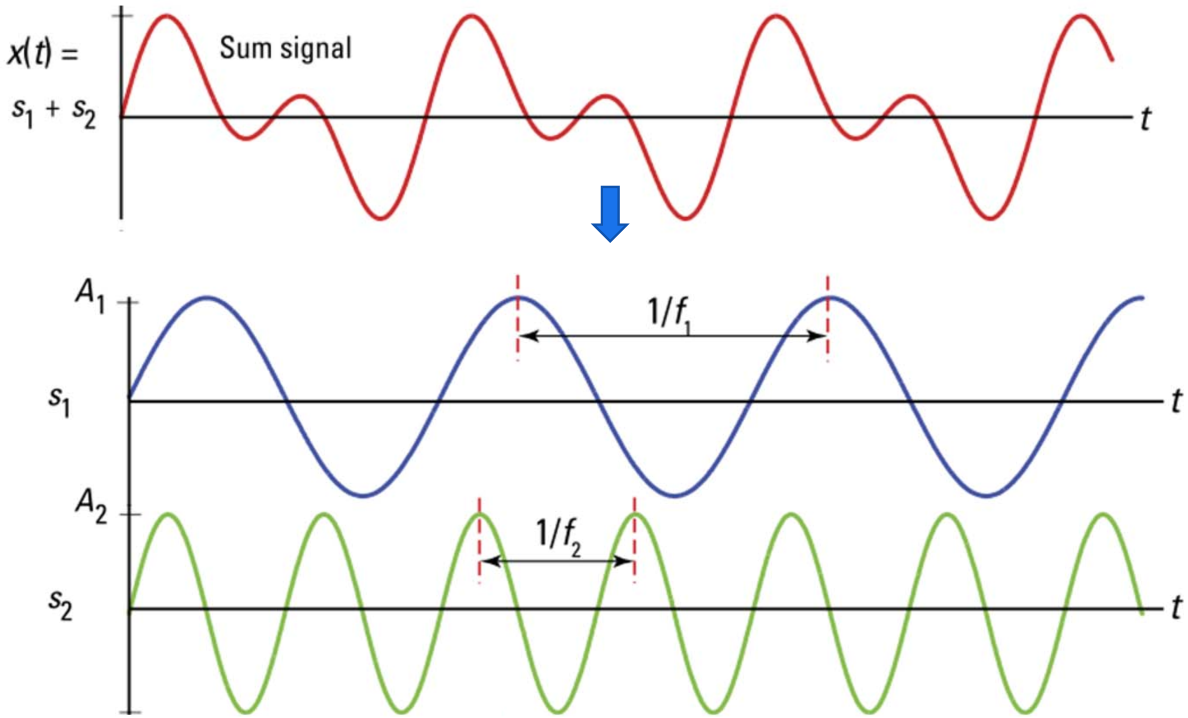
- Da tale constatazione nasce dunque l'idea di scomporre funzioni complicate in una serie (quindi discreta) di funzioni, nota come serie di Fourier, rendendone l'analisi più semplice e vantaggiosa.

- Dal concetto matematico di serie di Fourier discende anche la nozione di trasformata di Fourier per la rappresentazione più generale di un segnale, non necessariamente periodico, come sovrapposizione *continua* (ovvero definita mediante un integrale) di sinusoidi

# Scomposizione in sinusoidi

# Dominio della frequenza

Come accennato, alla base della Serie di Fourier vi è la decomposizione della funzione periodica tramite una combinazione lineare di funzioni sinusoidali

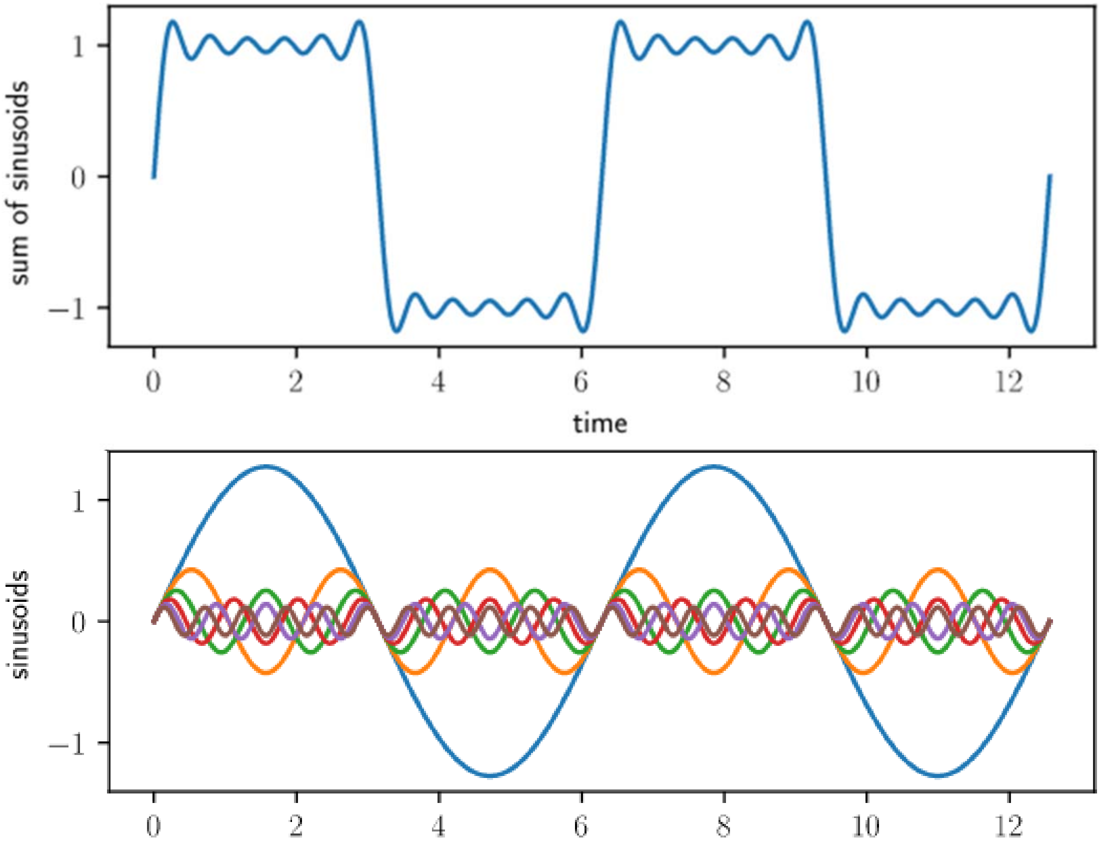



Nell'esempio, l'onda periodica riportata in rosso è formata da due onde sinusoidali di periodo $T_1 = {}^{1}/_{f_1}$ e $T_2 = {}^{1}/_{f_2}$

L'onda risultante è periodica di $T_1$

# Dominio della frequenza

Un esempio significativo è quello dell'*onda quadra*



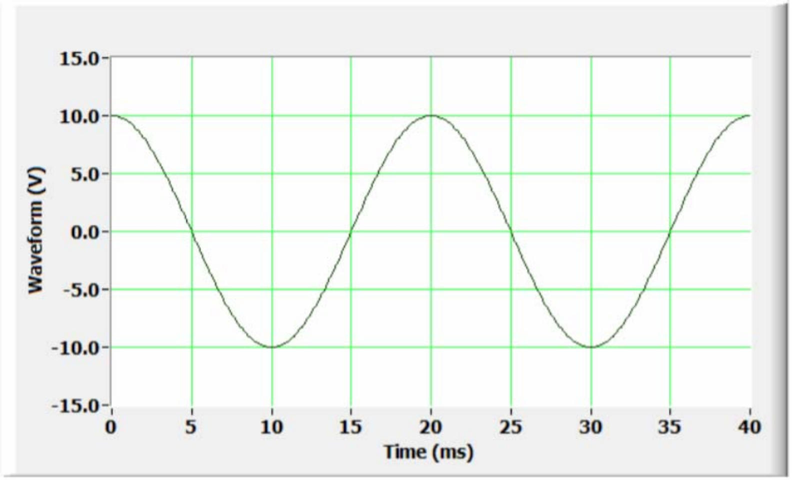

Essa è formata da infinite componenti sinusoidali di cui:

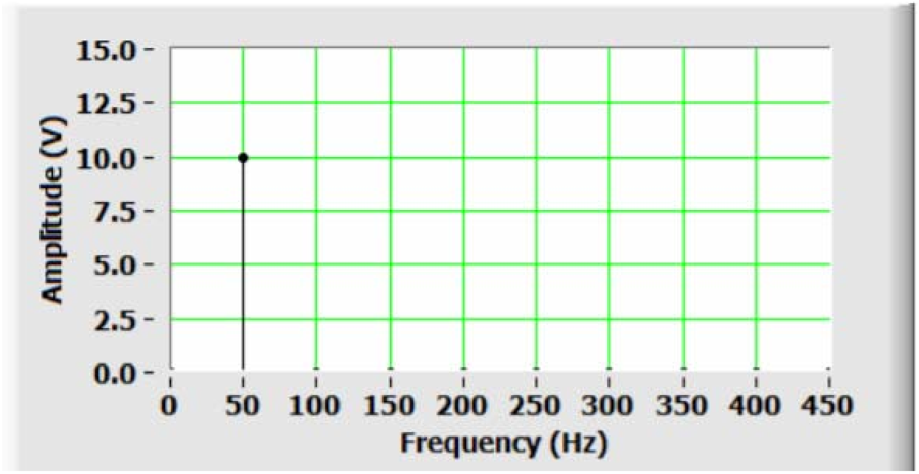
- la prima oscilla a una certa frequenza $f_0$ (uguale a quella dell'onda quadra che vogliamo ottenere)

- Le altre oscillano alle frequenze multiple dispari di $f_0$: $(3f_0, 5f_0, 7f_0 \dots \infty)$

# Dominio della frequenza

Lo spettro (*di ampiezza*) di un segnale sinusoidale è il più semplice ed è costituito da una sola riga in corrispondenza della frequenza a cui oscilla la sinusoide (spettro monolatero per segnali reali) e altezza pari al valore di picco dell'onda




f = 50 Hz, (T=0.02s) e ampiezza picco $V_p$= 10 V

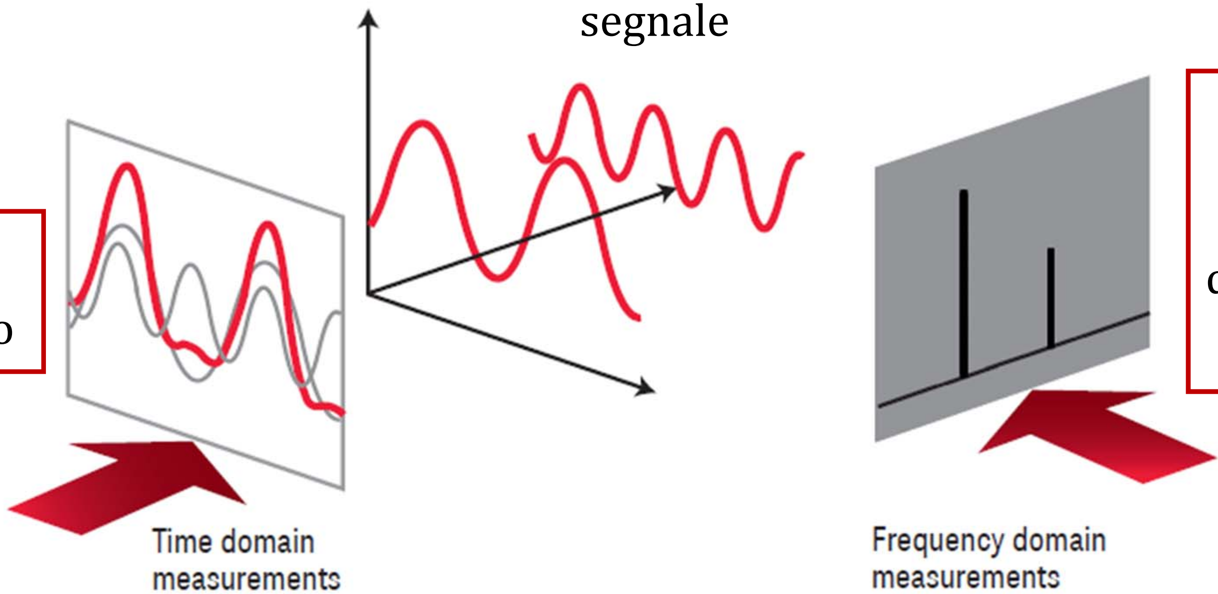
Singola riga in corrispondenza di 50 Hz e ampiezza pari a 10

# Dominio della frequenza

Come affermato dal Teorema di Fourier, una segnale periodico, di periodo T, può essere rappresentato come somma di una infinità di funzioni sinusoidali, corrispondenti a una riga nel dominio della frequenza

Sinusoidi che formano il segnale

Forma d’onda nel dominio del tempo




Spettro del segnale nel dominio della frequenza (composto dalle due righe spettrali delle due sinusoidi)

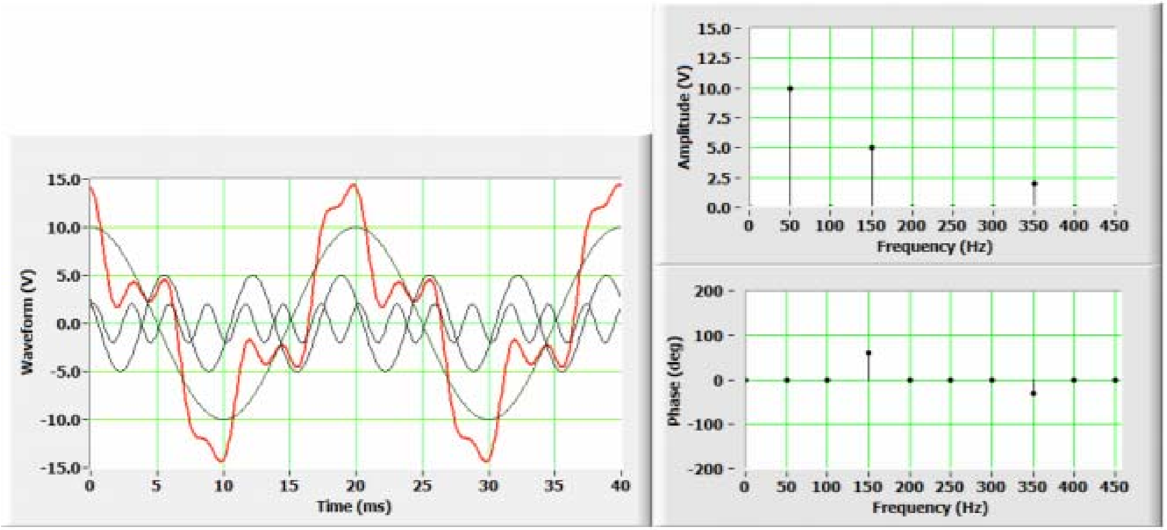
# Dominio della frequenza

- Come abbiamo visto, lo spettro più semplice è quello di un segnale sinusoidale, costituito da una sola riga in corrispondenza della frequenza del segnale.

- Un segnale periodico può essere visto come somma infinita di termini sinusoidali o fasori

↓

Lo spettro di un segnale periodico è costituito da righe, per cui viene nominato «spettro a righe»



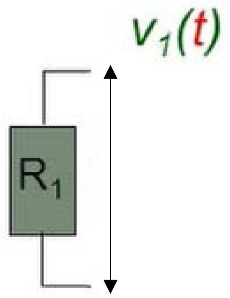

*Esempio di un segnale periodico e delle sue sinusoidi componenti:*
*Fondamentale: frequenza $f$ = 50 Hz, ampiezza $A$ = 10 V, fase $\varphi = 0°$*
*+ 3ª Armonica: frequenza $f$ = 150 Hz, ampiezza $A$ = 5 V, fase $\varphi = 60°$*
*+ 7ª Armonica: frequenza $f$ = 350 Hz, ampiezza $A$ = 2 V, fase $\varphi = -30°$*
*Segnale risultante (in rosso).*

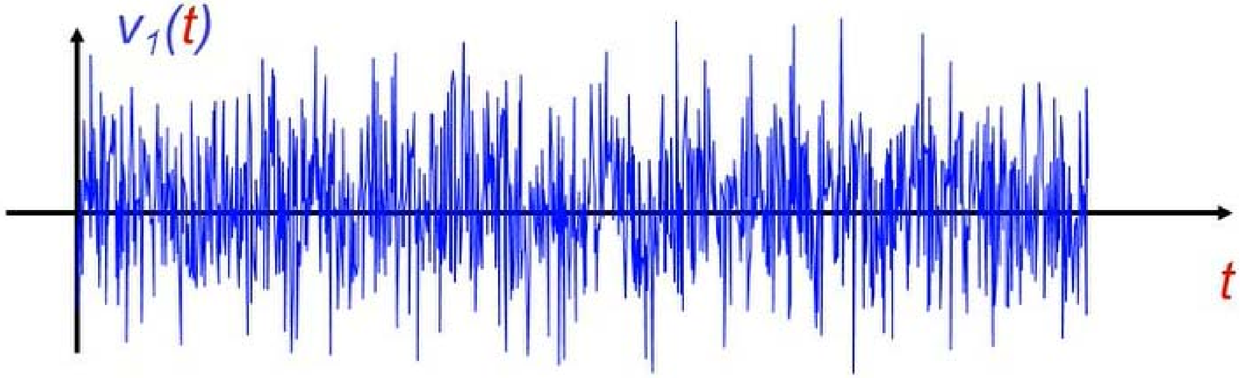
# Rumore

# Rumore

- La sorgente di rumore più comune negli apparati e dispositivi elettronici è il rumore termico.

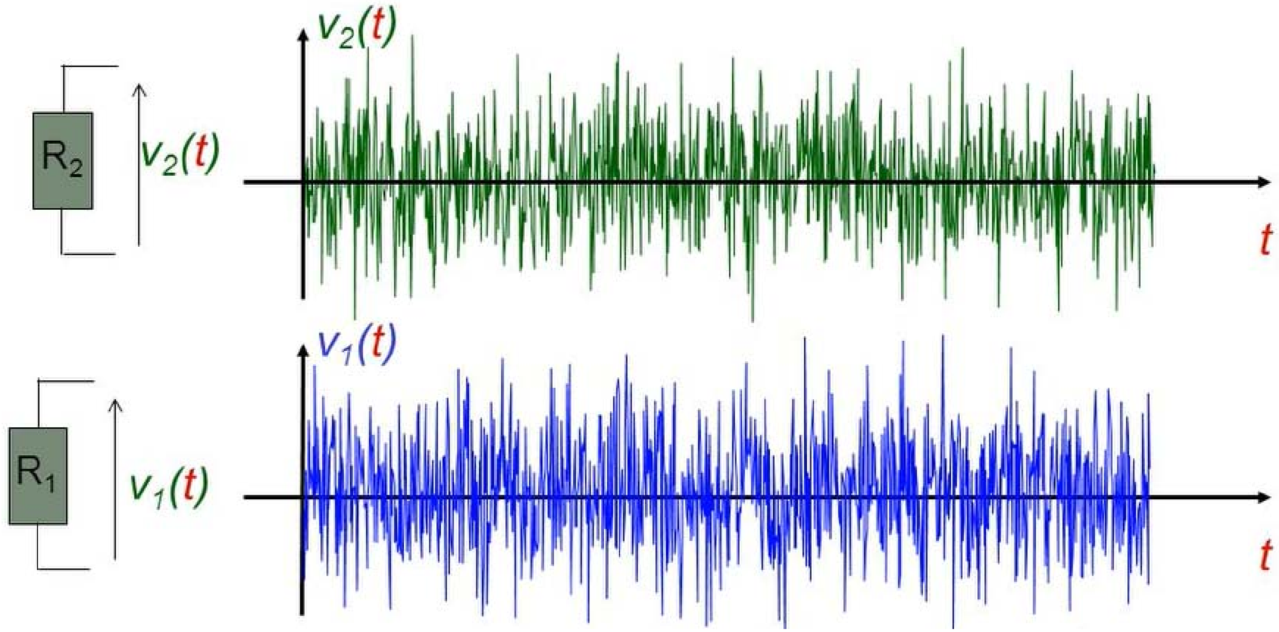
Consideriamo la tensione elettrica esistente ai capi di un resistore. Questa tensione, variabile nel tempo, è causata dal movimento caotico degli elettroni dovuto ad una temperatura del materiale superiore allo zero assoluto.



# Rumore

Se si prende un secondo resistore identico al primo e posto alla stessa temperatura e si esegue la misura della tensione elettrica ai suoi capi, si otterrà di nuovo un segnale deterministico $V_2(t)$, con caratteristiche simili ma diverso dal precedente dato che gli elettroni si muovono in modi diversi ed indipendenti fra loro.




$$V_1(t) \neq V_2(t) \neq \cdots \neq V_\infty(t)$$

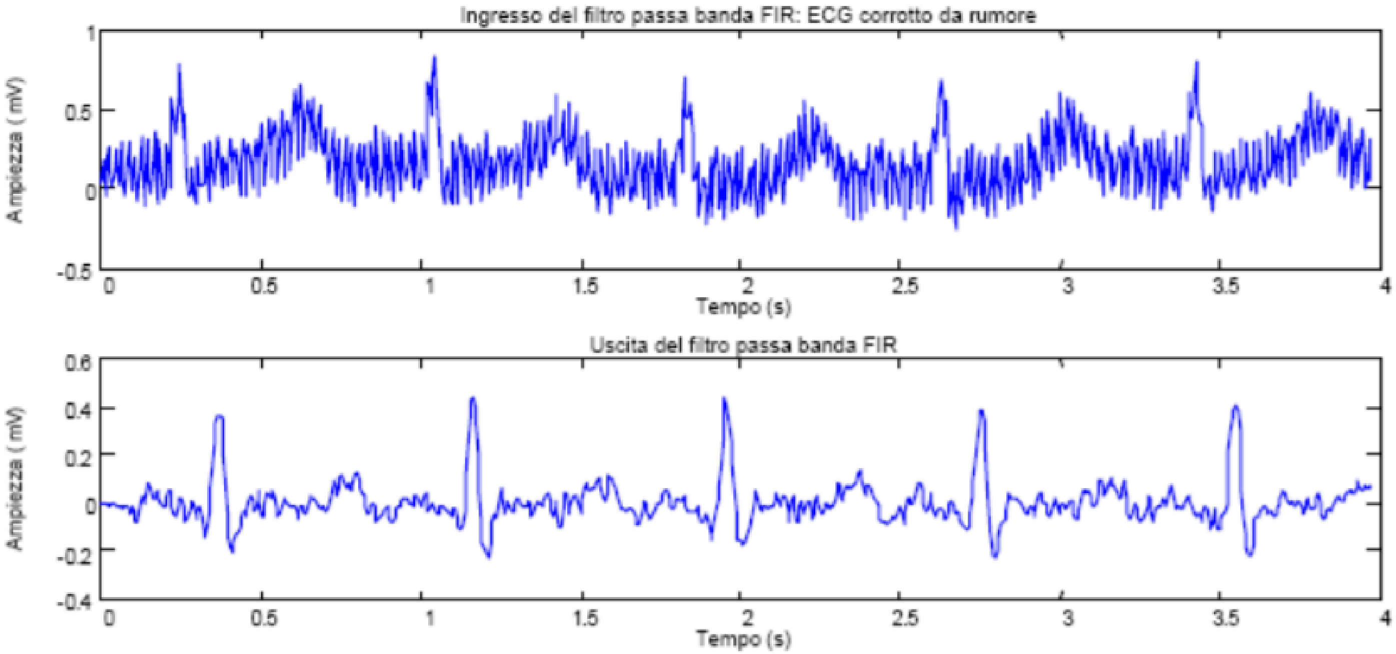
*Il rumore termico è un processo stocastico*

# Rumore

Considerando l'uscita di un sistema di misura (per esempio un elettrocardiografo in ambito biomedico), essa si può esprimere come somma di due termini:

$$\boxed{V(t)=s(t)+n(t)}$$

- s(t) è il segnale utile
- n(t) è il rumore

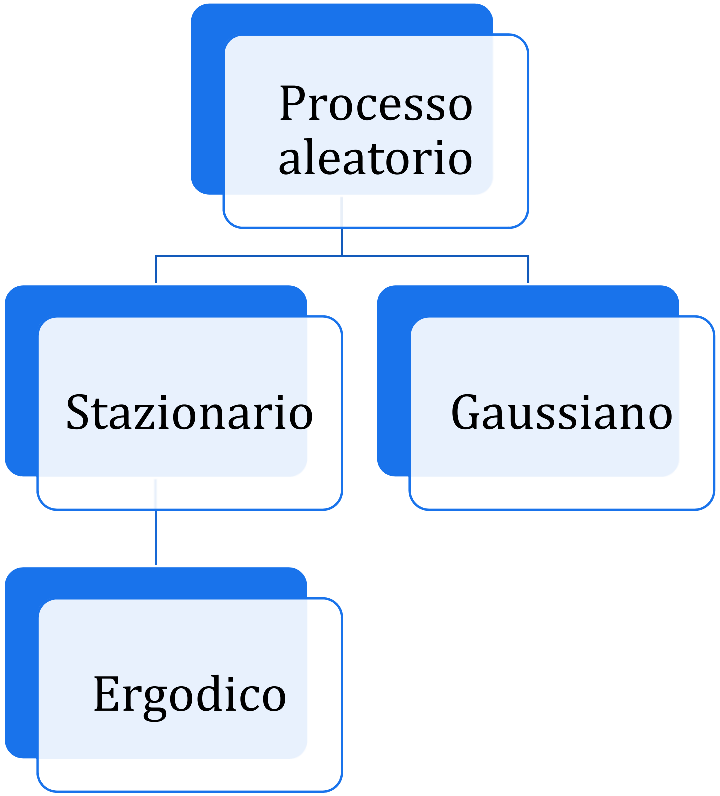



Segnale ECG contaminato da rumore s(t)+n(t)

Segnale ECG ripulito da rumore s(t)

# Rumore

*Come possiamo definire il rumore quindi?*

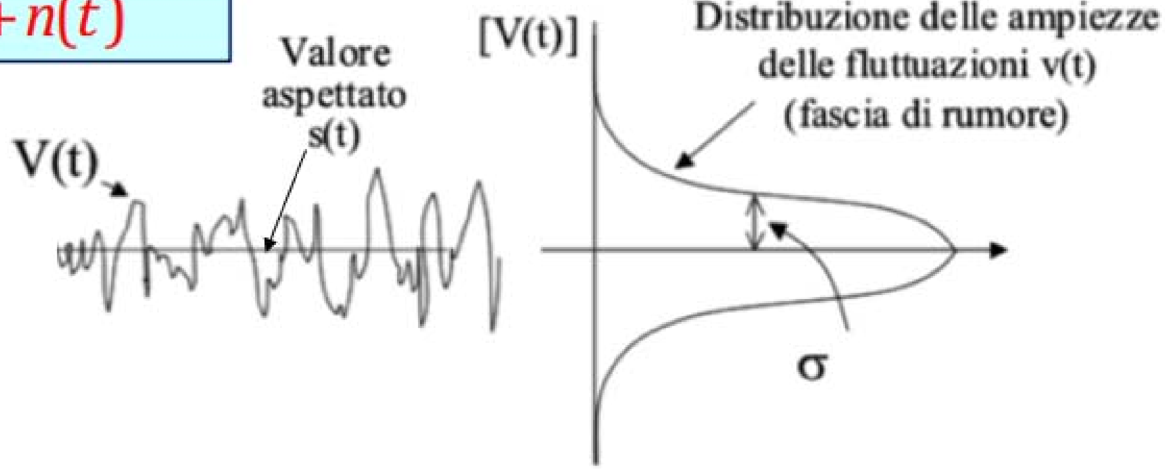



- Stazionario: proprietà statistiche invarianti rispetto alle traslazioni temporali
- Ergodico: tutte le proprietà del processo sono estraibili dall'osservazione di una singola realizzazione
- Gaussiano: ha come funzione densità di probabilità una distribuzione normale

# Rumore

Nella maggior parte dei casi, la distribuzione delle fluttuazioni (rumore) ha una forma ben approssimabile ad una **Gaussiana** centrata proprio sul livello del segnale idealmente presente in quel punto se non ci fosse rumore. Questo equivale a dire che il **valor medio del rumore è nullo**

$$V(t) = s(t) + n(t)$$




$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

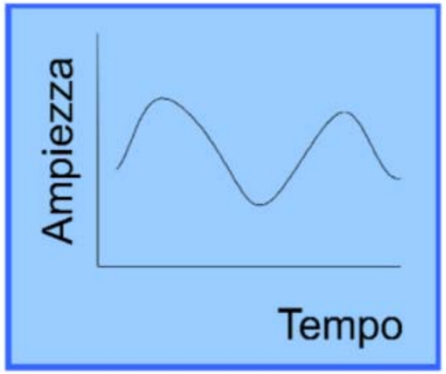
# Rumore

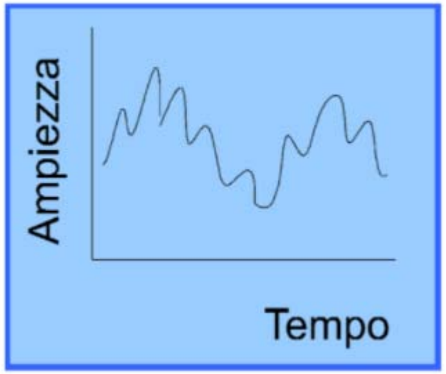
- L'entità delle fluttuazioni viene caratterizzata dalla deviazione standard $\sigma$ della distribuzione, che può essere approssimata dalla radice quadrata del valore quadratico medio (rms)

- Il valore quadratico medio del rumore $\langle n^2(t) \rangle$ è un'indicazione della potenza trasportata dal rumore stesso

# Rumore

- Il rumore quindi si sovrappone al segnale utile e si ha un limite al di sotto del quale il segnale utile non è rilevabile in maniera soddisfacente.




Il rapporto segnale/rumore, spesso abbreviato con la sigla inglese **SNR** (Signal to Noise Ratio), è una grandezza numerica che mette in relazione la potenza del segnale utile rispetto a quella del rumore. È espresso dalla relazione:

$$SNR = \frac{P_{segnale}}{P_{rumore}}$$

$$con\ 0 \leq SNR < \infty$$