

Matematica Discreta

Compito 12

- 1.) Rispondere alla domanda.
 - a.) Quale è il coefficiente davanti x^7 in $(x+1)^{11}$?
 - b.) Quale è il coefficiente davanti x^6 in $(x-2)^{13}$?
 - c.) Quale è il coefficiente davanti x^8y^9 in $(x+2y)^{17}$?
 - d.) Quale è il coefficiente davanti x^7y^6 in $(3x+2y)^{13}$?
 - e.) Quale è il coefficiente davanti x^5 , e quale davanti x^{32} , in $(x+\frac{1}{x})^{100}$?
- 2.) Sia $n \in \mathbb{Z}$, $n \geq 1$. Dimostrare che $C(2n, 2) = 2C(n, 2) + n^2$ usando
 - a.) un argomento combinatorio.
 - b.) manipolazione algebriche.
- 3.) Quanti soluzioni ci sono dell'equazione $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 29$, dove $x_1, \dots, x_6 \in \mathbb{Z}$ con $x_1, \dots, x_6 \geq 0$ tale che
 - a.) $x_i > 1$ per $i = 1, \dots, 6$.
 - b.) $x_1 \geq 1, x_2 \geq 2, x_3 \geq 3, x_4 \geq 4, x_5 > 5$ e $x_6 \geq 6$.
 - c.) $x_3 \leq 5$.
 - d.) $x_1 \leq 7$ e $x_5 \geq 7$.
 - e.) $x_1 \leq 3, x_2 \geq 7$ e $3 \leq x_3 \leq 7$.
 - f.) $x_1 = 4, x_2 \geq 2$ e $4 \leq x_3 \leq 5$.
 - g.) $2 \leq x_1 \leq 5, x_2 + x_4 = 5$ e $6 \leq x_3 \leq 11$.
 - h.) $5 \leq x_1 \leq 10, 3 \leq x_2 \leq 11$ e $x_1 + x_3 + x_5 = 15$.
- 4.) Quanti soluzioni ha la disuguaglianza $x_1 + x_2 + x_3 \leq 11$, dove $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}$ con $x_1, x_2, x_3 \geq 0$?
- 5.) Quanti anagrammi diversi ci sono della parola
 - a.) OTTENTOTTO.
 - b.) OVVIO.
 - c.) RACCOMANDAZIONE che contengono la parola ZIO.
- 6.) Quanti numeri di 10 cifre si può fare usando le cifre di 1233211540, tale che il numero
 - a.) è dispari.
 - b.) è divisibile per 5.
 - c.) contiene 111 come sotto-string.(Attenzione: un numero non può cominciare con lo 0!)
- 7.) Su un esame di Matematica Discreta ci sono 3 esercizi.
 - a.) In quanti modi si può assegnare i 30 punti.
 - b.) In quanti modi si può assegnare i 30 punti, se il primo esercizio deve avere almeno 6 punti, il secondo esercizio almeno 4 e l'ultimo esercizio al massimo 9 punti.
- 8.) Trovare il numero di $x \in \mathbb{Z}$ con $1 \leq x \leq 1000$ che
 - a.) non sono divisibile per 3, 7 o 13.
 - b.) sono divisibile per 3 o 13 ma non per 27.
- 9.) Trovare il numero di $x \in \mathbb{Z}$ con $86420 \leq x \leq 226688$ che sono divisibile per 80, 225 o 324.
- 10.) Trovare il numero di $x \in \mathbb{Z}$ con $1350 \leq x \leq 43210$ che sono divisibile per 4, 18, 150 o 270.
- 11.) Quante soluzioni ci sono dell'equazione $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 29$, dove $x_1, \dots, x_5 \in \mathbb{Z}$, con $0 \leq x_1 \leq 7, 0 \leq x_2 \leq 8, 0 \leq x_3 \leq 9, 0 \leq x_4 \leq 10$, e $0 \leq x_5 \leq 11$?
- 12.) Devi dare sette monete di valore distinte a quattro bambini di età diversi in modo tale che ogni bambino ha almeno una moneta.
 - a.) In quanti modi puoi farlo?
 - b.) In quanti modi puoi farlo se la moneta con valore più alto è per il bambino più giovane?
- 13.) Quanti bit string di lunghezza 12 ci sono che contengono
 - a.) lo string 10010 come sotto-string?
 - b.) lo string 10 come sotto-string?
- 14.) Quanti bit string di lunghezza 20 ci sono con esattamente nove 1 e che contengono
 - a.) lo string 1000100 come sotto-string?
 - b.) lo string 11011 come sotto-string?

Buon divertimento!