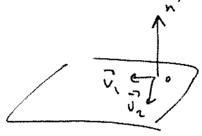
① a)  $\vec{n}=\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix}$, $\vec{v}_1=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$, $\vec{v}_2=\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}$

$\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{n}$ sono linearmente indipendenti $\quad c_1\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+c_2\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}+c_3\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}0&2&1&0\\1&0&0&0\\0&1&-2&0\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&0\\0&2&1&0\\0&1&-2&0\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&0\\0&1&-2&0\\0&2&1&0\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&0\\0&1&-2&0\\0&0&5&0\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&0\\0&1&-2&0\\0&0&1&0\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{array}\right)\to\begin{cases}c_1=0\\c_2=0\\c_3=0.\end{cases}$$

3 vettori linearmente indipendenti in uno spazio di dimensione 3 generano lo spazio. Quindi $b=(\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{n})$ è una base di $\mathbb{R}^3$.

$$[R]^b_b=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}\qquad [I]^b_e=\begin{pmatrix}0&2&1\\1&0&0\\0&1&-2\end{pmatrix}\qquad [I]^e_b=\left([I]^b_e\right)^{-1}=\begin{pmatrix}0&1&0\\2/5&0&1/5\\1/5&0&-2/5\end{pmatrix}$$

$$[R]^e_e=[I]^b_e\,[R]^b_b\,[I]^e_b=\begin{pmatrix}3/5&0&4/5\\0&1&0\\4/5&0&-3/5\end{pmatrix}.$$

b) $\vec{n}=\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$ $\quad\vec{v}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ $\quad\vec{v}_2=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$. $\vec{n}, \vec{v}_1, \vec{v}_2$ sono linearmente indipendenti

$$c_1\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}+c_2\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}+c_3\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\quad \left(\begin{array}{ccc|c}-1&1&1&0\\1&0&1&0\\1&1&0&0\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&-1&-1&0\\0&1&2&0\\0&2&1&0\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&-1&-1&0\\0&1&2&0\\0&0&-3&0\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&-1&-1&0\\0&1&2&0\\0&0&1&0\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&-1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{array}\right)\to$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{array}\right)\to\begin{cases}c_1=0\\c_2=0\\c_3=0\end{cases}$$

3 vettori linearmente indipendenti in uno spazio di dimensione 3 generano lo spazio. Quindi $b=(\vec{n},\vec{v}_1,\vec{v}_2)$ è una base di $\mathbb{R}^3$

$$[R]^b_b=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\qquad [I]^b_e=\begin{pmatrix}-1&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}\qquad [I]^e_b=\left([I]^b_e\right)^{-1}=\begin{pmatrix}-1/3&1/3&1/3\\1/3&-1/3&2/3\\1/3&2/3&-1/3\end{pmatrix}$$

$$[R]^e_e=[I]^b_e\,[R]^b_b\,[I]^e_b=\begin{pmatrix}1/3&2/3&2/3\\2/3&1/3&-2/3\\2/3&-2/3&1/3\end{pmatrix}$$

② a) $c_1\begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}+c_2\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+c_3\begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}0&1&2&0\\2&1&3&0\\1&0&1&0\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&1&0\\0&1&2&0\\2&1&3&0\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&1&0\\0&1&2&0\\0&0&1&0\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{array}\right)\to\begin{cases}c_1=0\\c_2=0\\c_3=0\end{cases}$$

i vettori sono linearmente indipendenti. 3 vettori linearmente indipendenti in uno spazio di dimensione 3 generano lo spazio, Quindi è una base.

b) $[I]^b_e=\begin{pmatrix}0&1&2\\2&1&3\\1&0&1\end{pmatrix}$ $\qquad [I]^e_b=\left([I]^b_e\right)^{-1}=\begin{pmatrix}-1&1&-1\\-1&2&-4\\1&-1&2\end{pmatrix}$

$$[F]^b_b=[I]^e_b\,[F]^e_e\,[I]^b_e=\begin{pmatrix}0&-1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$$

c) $\left([F]^b_b\right)^{666666666666666666664}=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&-1\\-1&0&0\end{pmatrix}$ $\qquad [\vec{v}_1-\vec{v}_2]_b=\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$

Allora $\left[F^{666666666666666666664}(\vec{v})\right]_b=\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$ $\qquad$ Quindi $\quad \vec{v}=\begin{pmatrix}3\\4\\1\end{pmatrix}$

③ a) $\begin{vmatrix}2&3\\-1&4\end{vmatrix}=8+3=11$

b) $\begin{vmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&2&3\\0&-3&-6\\0&-6&-12\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&2&3\\0&-3&-6\\0&0&0\end{vmatrix}=0.$

c) $$\begin{vmatrix}4&-1&3&2&5\\-1&0&2&1&1\\2&3&-3&2&0\\0&1&4&3&2\\1&2&3&4&5\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0&-9&-9&-14&-15\\0&2&5&5&6\\0&-1&-9&-6&-10\\0&1&4&3&2\\1&2&3&4&5\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-9&-9&-14&-15\\2&5&5&6\\-1&-9&-6&-10\\1&4&3&2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0&27&13&3\\0&-3&-1&2\\0&-5&-3&-8\\1&4&3&2\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}27&13&3\\-3&-1&2\\-5&-3&-8\end{vmatrix}=$$

$$-\begin{vmatrix}-12&0&29\\-3&-1&2\\4&0&-14\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-12&29\\4&-14\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0&-13\\4&0\end{vmatrix}=52$$

d) $\begin{vmatrix} 1&1&1&1&1\\ 1&2&2&2&2\\ 1&1&3&3&3\\ 1&1&1&4&4\\ 1&1&1&1&5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1&1&1&1&1\\ 0&1&1&1&1\\ 0&0&2&2&2\\ 0&0&0&3&3\\ 0&0&0&0&4 \end{vmatrix} = 1.1.2.3.4 = 24.$

c) $\begin{vmatrix} 3&-1&3&2&5\\ 0&0&2&1&1\\ 0&0&0&2&-1\\ 0&0&0&0&2\\ 0&7&3&4&5 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} 0&2&1&1\\ 0&0&2&-1\\ 0&0&0&2\\ 7&3&4&5 \end{vmatrix} = 3.(-7)\begin{vmatrix} 2&1&1\\ 0&2&-1\\ 0&0&2 \end{vmatrix} = 3.(-7).8 = -168.$

4) $\begin{vmatrix} 1&t&1\\ 1&1&t\\ t&t&t \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1&t&1\\ 0&1-t&t-1\\ 0&t-t^2&0 \end{vmatrix} = -(t-t^2)\begin{vmatrix} 1&1\\ 0&t-1 \end{vmatrix} = -t(1-t)(t-1)$

Quindi il determinante è diverso da 0 se e solo se $t \notin \{0,1\}$

Quindi la matrice è invertibile se e solo se $t \notin \{0,1\}$.

5) a) $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ $\quad {}^TA = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{n1} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ $\quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & & \\ b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{pmatrix}$ $\quad B^T = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{n1} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{1n} & \cdots & b_{nn} \end{pmatrix}$

sul posto r,s di AB : $\sum_{t=1}^{n} a_{rt} b_{ts}$

sul posto s,r di ${}^T(AB)$: $\sum_{t=1}^{n} a_{rt} b_{ts}$

sul posto s,r di ${}^TB\,{}^TA$: $\sum_{t=1}^{n} b_{ts} a_{rt}$

uguali, quindi ${}^T(AB) = {}^TB\,{}^TA$

b) ${}^TA \cdot {}^T(A^{-1}) = {}^T(A^{-1}A) = {}^T(I_n) = I_n$ quindi ${}^TA$ è invertibile e $({}^TA)^{-1} = {}^T(A^{-1})$.

6) a)
$1776 = 1492 \cdot 1 + 284$
$1492 = 284 \cdot 5 + 72$
$284 = 72 \cdot 3 + 68$
$72 = 68 \cdot 1 + 4$
$68 = 4 \cdot 17 + 0$
$\mathrm{mcd}(1776, 1492) = 4$

b)
$5621 = 219 \cdot 25 + 146$
$219 = 146 \cdot 1 + 73$
$146 = 73 \cdot 2 + 0$
$\mathrm{mcd}(5671, 219) = 73$

c)
$144 = 89 \cdot 1 + 55$
$89 = 55 \cdot 1 + 34$
$55 = 34 \cdot 1 + 21$
$34 = 21 \cdot 1 + 13$
$21 = 13 \cdot 1 + 8$
$13 = 8 \cdot 1 + 5$
$8 = 5 \cdot 1 + 3$
$5 = 3 \cdot 1 + 2$
$3 = 2 \cdot 1 + 1$
$2 = 1 \cdot 1 + 0$
$\mathrm{mcd}(144, 89) = 1$

d)
$18900 = 17017 \cdot 1 + 1883$
$17017 = 1883 \cdot 9 + 70$
$1883 = 70 \cdot 26 + 63$
$70 = 63 \cdot 1 + 7$
$63 = 7 \cdot 9 + 0$
$\mathrm{mcd}(18900, 17017) = 7$

e)
$112354 = 112345 \cdot 1 + 9$
$112345 = 9 \cdot 12482 + 7$
$9 = 7 \cdot 1 + 2$
$7 = 2 \cdot 3 + 1$
$2 = 1 \cdot 2 + 0$
$\mathrm{mcd}(112354, 112345) = 1.$

f)
$983675 = 105120 \cdot 9 + 37595$
$105120 = 37595 \cdot 2 + 29930$
$37595 = 29930 \cdot 1 + 7665$
$29930 = 7665 \cdot 3 + 6935$
$7665 = 6935 \cdot 1 + 730$
$6935 = 730 \cdot 9 + 365$
$730 = 365 \cdot 2 + 0$
$\mathrm{mcd}(983675, 105120) = 365.$

7) a)

$267 = 112 \cdot 2 + 43$
$112 = 43 \cdot 2 + 26$
$43 = 26 \cdot 1 + 17$
$26 = 17 \cdot 1 + 9$
$17 = 9 \cdot 1 + 8$
$9 = 8 \cdot 1 + 1$
$8 = 1 \cdot 8 + 0$

$\text{mcd}(267, 112) = 1$

$1 = 9 - 8 \cdot 1$
$= 9 \cdot 1 - (17 - 9 \cdot 1) \cdot 1 = 9 \cdot 2 - 17 \cdot 1$
$= (26 - 17 \cdot 1) \cdot 2 - 17 \cdot 1 = 26 \cdot 2 - 17 \cdot 3$
$= 26 \cdot 2 - (43 - 26 \cdot 1) = 26 \cdot 5 - 43 \cdot 3$
$= (112 - 43 \cdot 2) \cdot 5 - 43 \cdot 3 = 112 \cdot 5 - 43 \cdot 13$
$= 112 \cdot 5 - (267 - 112 \cdot 2) \cdot 13 = 112 \cdot 31 - 267 \cdot 13$

Quindi $1 = 112(31) + 267(-13)$

(controllo: $112 \cdot 31 + 267 \cdot (-13) = 3472 - 3471 = 1$ ok!)

b)

$1870 = 242 \cdot 7 + 176$
$242 = 176 \cdot 1 + 66$
$176 = 66 \cdot 2 + 44$
$66 = 44 \cdot 1 + 22$
$44 = 22 \cdot 2 + 0$

$\text{mcd}(1870, 242) = 22$

$22 = 66 - 44 \cdot 1$
$= 66 \cdot 1 - (176 - 66 \cdot 2) \cdot 1 = 66 \cdot 3 - 176 \cdot 1$
$= (242 - 176 \cdot 1) \cdot 3 - 176 \cdot 1 = 242 \cdot 3 - 176 \cdot 4$
$= 242 \cdot 3 - (1870 - 242 \cdot 7) \cdot 4 = 242 \cdot 31 - 1870 \cdot 4$

Quindi $22 = 1870(-4) + 242 \cdot (31)$

(controllo: $-7480 + 7502 = 22$ ok!)

c)

$3000 = 500 \cdot 6 + 0$

$\text{mcd}(3000, 500) = 500$

$500 = 500 \cdot (1) + 3000(0)$.

d)

$11213 = 1001 \cdot 11 + 202$
$1001 = 202 \cdot 4 + 193$
$202 = 193 \cdot 1 + 9$
$193 = 9 \cdot 21 + 4$
$9 = 4 \cdot 2 + 1$
$4 = 1 \cdot 4 + 0$

$\text{mcd}(11213, 1001) = 1$

$1 = 9 - 4 \cdot 2$
$= 9 \cdot 1 - (193 - 9 \cdot 21) \cdot 2 = 9 \cdot 43 - 193 \cdot 2$
$= (202 - 193 \cdot 1) \cdot 43 - 193 \cdot 2 = 202 \cdot 43 - 193 \cdot 45$
$= 202 \cdot 43 - (1001 - 202 \cdot 4) \cdot 45 = 202 \cdot 223 - 1001 \cdot 45$
$= (11213 - 1001 \cdot 11) 223 - 1001 \cdot 45 = 11213 \cdot 223 - 1001 \cdot 2498$

Quindi $1 = 11213(223) + 1001(-2498)$

(controllo: $2500499 - 2500498 = 1$ ok!)

e) prima $\text{mcd}(105, 273)$

$273 = 105 \cdot 2 + 63$
$105 = 63 \cdot 1 + 42$
$63 = 42 \cdot 1 + 21$
$42 = 21 \cdot 2 + 0$

$\text{mcd}(105, 273) = 21$
$\text{mcd}(105, -273) = 21$

$21 = 63 - 42 \cdot 1$
$= 63 \cdot 1 - (105 - 63 \cdot 1) \cdot 1 = 63 \cdot 2 - 105 \cdot 1$
$= (273 - 105 \cdot 2) \cdot 2 - 105 \cdot 1 = 273 \cdot 2 - 105 \cdot 5$

Quindi $21 = 273 \cdot (2) + 105 \cdot (-5)$
$21 = -273(-2) + 105 \cdot (-5)$

(controllo: $546 - 525 = 21$ ok!).

f) prima $\text{mcd}(255, 2091)$

$2091 = 255 \cdot 8 + 51$
$255 = 51 \cdot 5 + 0$

$\text{mcd}(255, 2091) = 51$
$\text{mcd}(-255, 2091) = 51$

$51 = 2091 - 255 \cdot 8$

Quindi $51 = 2091 \cdot (1) + 255(-8)$
$51 = 2091 \cdot (1) - 255(8)$

(contollo: $2091 - 2040 = 51$ ok!)

8)

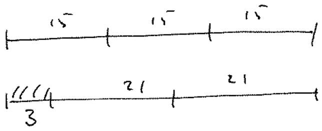
$21 = 15 \cdot 1 + 6$
$15 = 6 \cdot 2 + 3$
$6 = 3 \cdot 2 + 0$

$\text{mcd}(21, 15) = 3$

$3 = 15 \cdot 1 - 6 \cdot 2$
$= 15 \cdot 1 - (21 - 15 \cdot 1) 2 = 15 \cdot 3 - 21 \cdot 2$

Quindi $3 = 15 \cdot 3 + 21(-2)$

(controllo $45 - 42 = 3$ ok!)

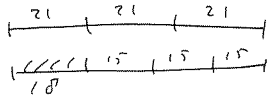
a) 

$3 = 15 \cdot 3 + 21 \cdot (-2)$

b) $18 = 3 \cdot 6$ quindi $18 = 6(15 \cdot 3 + 21(-2)) = 15(18) + 21(-12)$

Quindi 18 volte 15 e poi 12 volte 21 nella direzione opposta.

più economico $18 = 63 - 45 = 21 \cdot 3 - 15 \cdot 3$



c) se $13 = 21x + 15y$ con $x, y \in \mathbb{Z}$ allora

$3 \mid 13$ che non è così. Quindi non è possibile.

9 a) $12x + 39y = 15$

$39 = 12 \cdot 3 + 3$
$12 = 3 \cdot 4 + 0$
$\mathrm{mcd}(12, 39) = 3$
$3 \mid 15$ quindi ci sono soluzioni

omogeneo: $12x + 39y = 0$
$4x + 13y = 0$ sol. omo $\begin{cases} \hat{x} = -13n \\ \hat{y} = 4n \end{cases}$ $n \in \mathbb{Z}$.

sol. particolare: $3 = 39 - 12 \cdot 3$
$3 = 12 \cdot (-3) + 39 \cdot 1$
$15 = 12 \cdot (-15) + 39 \cdot 5$ ~ sol. part. $\begin{cases} x_0 = -15 \\ y_0 = 5 \end{cases}$

soluzioni: $\begin{cases} x = -15 - 13n \\ y = 5 + 4n \end{cases}$ $n \in \mathbb{Z}$

b) $5x - 73y = 1$

$73 = 5 \cdot 14 + 3$
$5 = 3 \cdot 1 + 2$
$3 = 2 \cdot 1 + 1$
$2 = 1 \cdot 2 + 0$
$\mathrm{mcd}(5, -73) = \mathrm{mcd}(5, 73) = 1$
$1 \mid 1$ quindi ci sono soluzioni

omogeneo $5x - 73y = 0$ sol. omo. $\begin{cases} \hat{x} = 73n \\ \hat{y} = 5n \end{cases}$ $n \in \mathbb{Z}$.

sol. particolare: $1 = 3 - 2 \cdot 1$
$= 3 - (5 - 3 \cdot 1) \cdot 1 = 3 \cdot 2 - 5 \cdot 1$
$= (73 - 5 \cdot 14) \cdot 2 - 5 \cdot 1 = 73 \cdot 2 - 5 \cdot 29$
$1 = 5(-29) + 73(2)$
$1 = 5(-29) - 73(-2)$ un sol. particolare $\begin{cases} x_0 = -29 \\ y_0 = -2 \end{cases}$

Soluzioni $\begin{cases} x = -29 + 73n \\ y = -2 + 5n \end{cases}$ $n \in \mathbb{Z}$.

c) $112x + 6y = 4$

$112 = 6 \cdot 18 + 4$
$6 = 4 \cdot 1 + 2$
$4 = 2 \cdot 2 + 0$
$\mathrm{mcd}(112, 6) = 2$
$2 \mid 4$ quindi ci sono soluzioni

omogeneo: $112x + 6y = 0$
$56x + 3y = 0$ sol. omo. $\begin{cases} \hat{x} = -3n \\ \hat{y} = 56n \end{cases}$ $n \in \mathbb{Z}$.

sol. particolare: $2 = 6 - 4 \cdot 1$
$= 6 - (112 - 6 \cdot 18) \cdot 1 = 6 \cdot 19 - 112 \cdot 1$
quindi $2 = 112(-1) + 6 \cdot (19)$
$4 = 112(-2) + 6(38)$ un sol. particolare $\begin{cases} x_0 = -2 \\ y_0 = 38 \end{cases}$

Soluzioni $\begin{cases} x = -2 - 3n \\ y = 38 + 56n \end{cases}$ $n \in \mathbb{Z}$.

d) $112x + 6y = -2$

$\mathrm{mcd}(112, 6) = 2$ (vedi parte c)
$2 \mid -2$ quindi ci sono soluzioni

omogeneo $112x + 6y = 0$
$56x + 3y = 0$ sol. omo $\begin{cases} \hat{x} = -3n \\ \hat{y} = 56n \end{cases}$ $n \in \mathbb{Z}$.

sol. particolare: da parte c abbiamo visto che
$2 = 112(-1) + 6 \cdot (19)$ quindi
$-2 = 112(1) + 6(-19)$ un sol. particolare $\begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = -19 \end{cases}$

soluzioni $\begin{cases} x = 1 - 3n \\ y = -19 + 56n \end{cases}$ $n \in \mathbb{Z}$.

e) $365x + 72y = 5$

$365 = 72 \cdot 5 + 5$
$72 = 5 \cdot 14 + 2$
$5 = 2 \cdot 2 + 1$
$2 = 1 \cdot 2 + 0$

$mcd(365, 72) = 1$

$1 \mid 5$ quindi ci sono soluzioni

omogeneo: $365x + 72y = 0$ sol. omo $\begin{cases} \hat{x} = -72n \\ \hat{y} = 365n \end{cases} n \in \mathbb{Z}$.

sol. particolare. $1 = 5 - 2 \cdot 2$
$= 5 - (72 - 5 \cdot 14) \cdot 2 = 5 \cdot 29 - 72 \cdot 2$
$= (365 - 72 \cdot 5) \cdot 29 - 72 \cdot 2 = 365 \cdot 29 - 72 \cdot 147$

quindi $1 = 365(29) + 72(-147)$
$5 = 365(145) + 72(-735)$ una sol. partic. $\begin{cases} x_0 = 145 \\ y_0 = -735 \end{cases}$

sol. $\begin{cases} x = 145 - 72n \\ y = -735 + 365n \end{cases} n \in \mathbb{Z}$.

f) $966x + 686y = 70$

$966 = 686 \cdot 1 + 280$
$686 = 280 \cdot 2 + 126$
$280 = 126 \cdot 2 + 28$
$126 = 28 \cdot 4 + 14$
$28 = 14 \cdot 2 + 0$

$mcd(966, 686) = 14$

$14 \mid 70$ quindi ci sono sol.

omogeneo $966x + 686y = 0$
$69x + 49y = 0$ sol. omo. $\begin{cases} \hat{x} = -49n \\ \hat{y} = 69n \end{cases} n \in \mathbb{Z}$.

sol. particolare: $14 = 126 - 28 \cdot 4$
$= 126 - (280 - 126 \cdot 2) \cdot 4 = 126 \cdot 9 - 280 \cdot 4$
$= (686 - 280 \cdot 2) \cdot 9 - 280 \cdot 4 = 686 \cdot 9 - 280 \cdot 22$
$= 686 \cdot 9 - (966 - 686 \cdot 1) \cdot 22 = 686 \cdot 31 - 966 \cdot 22$

quindi $14 = 966(-22) + 686(31)$
$70 = 966(-110) + 686(155)$

una sol. particolare $\begin{cases} x_0 = -110 \\ y_0 = 155 \end{cases}$.

sol. $\begin{cases} x = -110 - 49n \\ y = 155 + 69n \end{cases} n \in \mathbb{Z}$.

g) $622x + 414y = 3$

$622 = 414 \cdot 1 + 208$
$414 = 208 \cdot 1 + 206$
$208 = 206 \cdot 1 + 2$
$206 = 2 \cdot 103 + 0$

$mcd(622, 414) = 2$

$2 \nmid 3$ non ci sono soluzioni.

h) $622x - 414y = -6$

da parte g: $mcd(622, -414) = mcd(622, 414) = 2$ $\quad 2 \mid -6$ ci sono soluzioni

omogeneo: $622x - 414y = 0$
$311x - 207y = 0$ sol. omo $\begin{cases} \hat{x} = 207n \\ \hat{y} = 311n \end{cases} n \in \mathbb{Z}$.

sol. particolare $2 = 208 - 206 \cdot 1$
$= 208 - (414 - 208 \cdot 1) \cdot 1 = 208 \cdot 2 - 414 \cdot 1$
$= (622 - 414 \cdot 1) \cdot 2 - 414 \cdot 1 = 622 \cdot 2 - 414 \cdot 3$

quindi $2 = 622 \cdot (2) - 414(3)$
$-6 = 622(-6) - 414(-9)$ un sol. particolare $\begin{cases} x_0 = -6 \\ y_0 = -9 \end{cases}$

sol. $\begin{cases} x = -6 + 207n \\ y = -9 + 311n \end{cases} n \in \mathbb{Z}$.