

**Matematica Discreta**  
*Quattro test di autovalutazione*

**Esercizio 1.**

Determinare tutte le soluzioni dell'equazione  $1456x + 4602y = -208$ , con  $x, y \in \mathbb{Z}$ .

**Esercizio 2.**

Risolvere in  $\mathbb{Z}$  il sistema dato da 
$$\begin{cases} x \equiv 279 \pmod{24} \\ x \equiv -355 \pmod{29} \\ 22x \equiv -11 \pmod{35} \end{cases}.$$

**Esercizio 3.** *(Solo per gli studenti del corso di 10 crediti.)*

Consideriamo la ricorrenza  $a_n = 4a_{n-1} + 5a_{n-2} + 4n + 1$ , per  $n \geq 2$ .

- a.) Dimostrare che  $a_n = -\frac{1}{2}n - 1$ ,  $n \geq 0$ , è una soluzione della ricorrenza.
- b.) Trovare tutti le soluzioni della ricorrenza.
- c.) Trovare la soluzione con  $a_0 = 2$  e  $a_1 = \frac{3}{2}$ , e calcolare  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  usando la ricorrenza e la tua risposta.

**Esercizio 4.**

- a.) Quanti  $x \in \mathbb{Z}$  con  $21212121 \leq x \leq 99999999$  e  $x$  divisibile per 2 si può fare usando le cifre del numero 74332100.
- b.) Quanti numeri  $x \in \mathbb{Z}$  con  $7560 \leq x \leq 21777$  sono divisibile per 96, 100 o 180.
- c.) Quanti soluzioni ci sono dell'equazione  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 = 4130$ , dove  $x_1, \dots, x_9 \in \mathbb{Z}$  e  $x_1, \dots, x_9 \geq 0$ , con  $x_1 \geq 7$ ,  $x_5 \geq 111$ ,  $21 \leq x_6 \leq 410$ ,  $x_1 + x_9 = 30$  e  $x_2 + x_4 + x_6 + x_8 \neq x_3 + x_5 + x_7$ .

**Esercizio 5.**

Quanti bit string di lunghezza 25 ci sono tale che

- a.) il bit string corrispondente alle prime otto posizioni contiene esattamente cinque 0.
- b.) il bit string ha almeno sedici 0 e almeno sei 1, oltre si deve avere che il bit string corrispondente alle prime undici posizioni contiene al esattamente sette 1 e il bit string corrispondente alle ultimi nove posizioni contiene almeno sei 0.
- c.) il bit string corrispondente alle prime tre posizioni ha esattamente un 0 e il bit string corrispondente alle ultime quindici posizioni contiene lo string 1101011 come sotto-string.

**Esercizio 6.**

Quanti anagrammi si possono fare dalla parola VANNISTELROOY tale che per ogni delle lettere A, E, I, O il suo posto nella parola nuova non coincida con un posto della stessa lettera nella parola originale.

**Esercizio 7.**

7.1 Il numero  $(222000111333000111000333000222000111222333000111222333)_4$  è

- (a) divisibile per 5 ma non per 13.
- (b) divisibile per 13 ma non per 5.
- (c) divisibile per 5 e per 13.
- (d) divisibile nè per 5 e nè per 13.

7.2 Il coefficiente davanti ad  $x^{51}$  in  $(\frac{3}{2}x - \frac{2}{3})^{114}$  è

- (a)  $(\frac{2}{3})^{12} \binom{114}{63}$
- (b)  $-(\frac{2}{3})^{12} \binom{114}{63}$
- (c)  $-(\frac{3}{2})^{12} \binom{114}{51}$
- (d)  $(\frac{3}{2})^{12} \binom{114}{51}$

7.3 Una soluzione dell'equazione  $7^x \equiv 9 \pmod{11}$  è

- (a)  $x = 144444440$ .
- (b)  $x = 12345678$ .
- (c)  $x = 9876543$ .
- (d) nessuna delle risposte date.

---

Per gli esercizi 1, 2, 3, 4, 5 e 6 le risposte devono essere giustificate. Per l'esercizio 7 basta solo rispondere. Ogni scorettezza durante la prova comporterà l'immediato annullamento della prova e altre sanzioni in accordo con la presidenza del corso di Laurea.