## Matematica Discreta

## Compito 7

- 1.) Si considera la riflessione R in  $\mathbb{R}^3$  con piano di riflessione  $\pi$ . Trovare la matrice  $[R]_e^e$ , dove e è la base naturale.
  - a.)  $\pi$  è il piano dato dal equazione x 2z = 0.
  - b.)  $\pi$  è il il piano passante tra 0 con normale il vettore  $\begin{pmatrix} -1\\1\\1 \end{pmatrix}$ .
- 2.) Siano  $F: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$  un'applicazione lineare, e la base naturale di  $\mathbb{R}^3$  e  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \in \mathbb{R}^3$ , dove F è dato dalla matrice  $[F]_e^e = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 7 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$ 
  - a.) Dimostrare che  $b = (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3)$  è una base di  $\mathbb{R}^3$
- 3.) Trovare il determinante degli seguente matrici

- 4.) Per quale  $t \in \mathbb{R}$  è la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & t & 1 \\ 1 & 1 & t \\ t & t & t \end{pmatrix}$  invertibile?
- 5.) Sia X una matrice  $m \times n$ . La trasposta di X, che viene denotato come  ${}^TX$ , è la matrice  $n \times m$  che ha come righe le colone di X. Siano A, B matrici  $n \times n$ . Dimostrare:
  - a.)  $^{T}(AB) = (^{T}B)(^{T}A)$ .
  - b.) se A è invertibile, allora  $(^{T}A)^{-1} = ^{T}(A^{-1})$ ;
- 6.) Deteriminare il mcd(a, b)
  - a.) a = 1776 e b = 1492

d.) a = 17017 e b = 18900

b.) a = 5621 e b = 219

e.) a = 112345 e b = 112354

c.) a = 89 e b = 144

- f.) a = 983675 e b = 105120
- 7.) Deteriminare il mcd(a, b) e scriverlo come combinazione lineare di  $a \in b$ .
  - a.) a = 267 e b = 112

b.) a = 242 e b = 1870

c.) a = 500 e b = 3000

d.) a = 11213 e b = 1001

e.) a = 105 e b = -273

- f.) a = -255 e b = 2091
- 8.) Dato due righe uno di 21 cm e una di 15 cm.
  - a.) Misurare, se è possibile, 3 cm.
  - b.) Misurare, se è possibile, 18 cm.
  - c.) Misurare, se è possibile, 13 cm.
- 9.) Risolvere in **Z** l'equazione
  - a.) 12x + 39y = 15

e.) 365x + 72y = 5

b.) 5x - 73y = 1

f.) 966x + 686y = 70

c.) 112x + 6y = 4

g.) 622x + 414y = 3

d.) 112x + 6y = -2

h.) 622x - 414y = -6