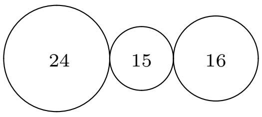
Matematica Discreta
Compito 8

1.) Trovare la fattorizazione in numeri primi di $2^{11} - 1$ e $2^{24} - 1$.

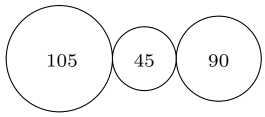
2.) Trovare la fattorizazzione in numeri primi di 569, 106381, 254609 e 223092870.

3.) Deteriminare il $mcd(a, b)$ e $mcm(a, b)$ dove
a.) $a = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^5$ e $b = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$
b.) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ e $b = 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
c.) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ e $b = 2^{11} \cdot 3^9 \cdot 11 \cdot 17^{14}$
d.) $a = 0$ e $b = 5$.

4.) Consideriamo tre ruote dentati con 24, 15 e 16 denti, posizionato come sotto. Quale è il minimo numero di giri che devo compiere la routa a sinistra per far tornare nella posizione iniziale
a.) quella di destra?
b.) tutte le tre ruote?



5.) Consideriamo tre ruote dentati con 105, 45 e 90 denti, posizionato come sotto.
Quale è il minimo numero di giri che devo compiere la routa
a.) di sinistra per far tornare nella posizione iniziale quella di destra?
b.) di destra per far tornare nella posizione iniziale quella di sinistra?
c.) in mezzo per far tornare nella posizione iniziale quella di sinistra?
d.) in mezzo per far tornare nella posizione iniziale tutte le ruote?



6.) Trovare tutti i numeri primi p tale che $13p + 1$ è un quadrato di un numero intero.

7.) Trovare l'intero più piccolo possibile che è ≥ 60060 e che non è divisible per un numero primo < 20.

8.) Sia n intero positivo, con $\phi(n)$ viene denotato il numero di interi tra 1 e n che sono relativamente primi con n. Cioè $\phi(n) = |\{a \in \mathbb{Z} \mid mcd(a, n) = 1,\ 1 \leq a \leq n\}|$.
La funzione ϕ si chiama *la funzione ϕ di Eulero.*
a.) Calcolare $\phi(4)$, $\phi(7)$ e $\phi(14)$.
b.) Dimostrare: n è primo se e solo se $\phi(n) = n - 1$.
c.) Dimostrare: $\phi(p^k) = p^{k-1}(p - 1)$, dove p è un numero primo e k è un intero positivo.

9.) Trovare il numero x, con $0 \leq x < m$, congruo a a modulo m, dove
a.) $a = 13$ e $m = 3$ b.) $a = 155$ e $m = 19$ c.) $a = -97$ e $m = 11$ d.) $a = -221$ e $m = 23$

10.) Consideriamo i numeri ISBN (International Standard Book Number).
a.) Calcolare il numero di controllo del libro $0 - 07 - 053965$
b.) Trovare il numero Q mancante nel numero ISBN del libro $0 - 201 - 57Q89 - 1$

11.) Scrivere i numeri in base 10.
a.) $(1011)_2$ b.) $(100101)_2$ c.) $(101010101)_2$ d.) $(123)_8$ e.) $(100101)_8$ f.) $(ABC)_{16}$

12.) Scrivere i numeri in base 2, 8 e 16.
a.) 321 b.) 4532 c.) 97644

13.) Consideriamo i numeri in base 2.
a.) Sommare $(10111)_2$ e $(11010)_2$ b.) Multiplicare $(1110)_2$ con $(1010)_2$
c.) Multiplicare $(1001)_2$ con $(1110)_2$ d.) Multiplicare $(11111)_2$ con $(11111111)_2$

14.) Stabilire se il numero $(111222000000333444555555444333000000222111)_8$ è divisibile per
a.) 3 b.) 7 c.) 16 d.) 19

Buon divertimento!