

Alexander Adam Friedrich Jahns 1946255 1960002

# Inhaltsverzeichnis

1	The	Гheorie							
	1.1	Korrektur der Gewonnenen Werte für $e$							
<b>2</b>	Auf	fbau/Durchführung							
	2.1	Millikangerät (Fig.1)							
	2.2	Netzgerät (Fig.2)							
	2.3	Bedienung							
		2.3.1 Zusammenbau des Millikangerätes							
	2.4	Einfüllen des Öls							
	2.5	Pflege und Wartung							
	2.6	Zeitmessung							
	2.7	Ermittlung des Weges							
	2.8	Versuchsprogramm							
	2.9	Nachweis der Quantisierung elektrischer Ladung							
	2.10	Messung der Elementarladung							
	2.11	Versuchsbeschreibung							
		2.11.1 Aufbau							
		2.11.2 Durchführung							
		2.11.3 Messmethode mit Doppelstoppuhr							
		2.11.4 Hinweise							
3	Feh	lerrechnung							
	3.1	Fehlerformeln							
	3.2	Menschliche Fehler							

4	Aus	swertung	11
5	Zus	ammenfassung	15
6	6 Anhang		
A	bbi	ildungsverzeichnis	
	1 2 3 4 5	Histogramm aller Ladungen kleiner 14· e mit der Bingröße 0.25	11 12 12 13 14
$\mathbf{T}$	abe	ellenverzeichnis	
	1 1	Messwerte und $Q$ für $x=2.0\pm0.1\mathrm{mm}$	16 17

# Zielsetzung des Versuchs

Die Elementarladung und die Quantelung der Ladung anhand der Bewegung elektrisch geladener Öltröpfchen im elektrischen Feld zu Bestimmen und Nachzuweisen.

# Geräte

- Millikangerät(siehe Fig.1)
- Netzgerät(siehe Fig.2)
- $\bullet$  Doppelstoppuhr

## 1 Theorie

Der Versuch beruht auf der Tatsache, dass auf ein im homogen geladenen Feld bewegliches Öltröpfehen verschiedene indirekt messbare Kräfte wirken.

Bringt man dieses Beschriebene Öltröpfchen der Masse  $m_{\ddot{O}l}$  und der Ladung Q in das Homogene Feld eines Plattenkondensators der Feldstärke E, so Wirken folgende Kräfte:

- •die Gewichtskraft mit  $m_{\ddot{O}l} \cdot g$
- •die Auftriebskraft mit  $m_L \cdot g$  ( $m_L$ = Masse der durch das Öltröpfchen verdrängten Luftmenge)
- •die elektrische Kraft mit  $Q \cdot E$
- $\bullet$ die Stokessche Reibungskraft mit  $6\pi r\eta v$

Dabei tritt die Stokessche Reibung lediglich auf, wenn sich das Tröpfchen gegenüber der Umgebenden Luft bewegt und als annähernd kugelförmig angesehen wird ( $\eta$ = Viskosität der Luft, r= Radius des Tröpfchens, v= Bewegungsgeschwindigkeit)

Unter Berücksichtigung der Auftriebskraft kann man nun zusammenfassen

 $m_{\ddot{O}l} - m_L = m$  und  $\rho_{\ddot{O}l} - \rho_L = \rho$ , wobei  $\rho_{\ddot{O}l}$  die Dichte des Öles,  $\rho_L$  die Dichte der Luft und m und  $\rho$  die entsprechenden Größen ohne den Einfluss des Auftriebs darstellen.

So folgt unter der Voraussetzung, dass eine nach unten gerichtete Kraft als positiv betrachtet wird, für ein Tröpfehen welches im feldfreien Raum mit der Geschwindigkeit  $v_1$  sinkt, der folgende Ansatz:

$$mg - 6\pi r v_1 \eta = 0$$

$$V \rho g - 6\pi r v_1 \eta = 0$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - 6\pi r v_1 \eta = 0$$

$$r = \sqrt{\frac{9\eta v_1}{2\rho g}} \tag{1}$$

Wenn die Spannung der Platten in der Millikankammer mit U, ihr Plattenabstand mit d und die Steiggeschwindigkeit eines Tröpfchens mit  $v_2$  bezeichnet wird, gilt für die Wirkung des Elektrischen Feldes  $E = \frac{U}{d}$  auf ein steigendes Tröpfchen:

$$mg - QE + 6\pi r v_2 \eta = 0$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - Q\frac{U}{d} + 6\pi r v_2 \eta = 0$$
(2)

Für ein unter der Wirkung des elektrischen Feldes konstant schwebendes Tröpfchen gilt also:

$$mg - QE = 0$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - Q\frac{U}{d} = 0$$
(3)

Die Bestimmung der Elementarladung lässt sich mithilfe von diesem Gerät nach zwei verschiedenen Messverfahren durchführen, wobei sich in dieser Theorie nur auf das von uns verwendete Verfahren bezogen wird:

Bestimmung der Elementarladung durch messen der Sinkgeschwindigkeit  $v_1$  eines Tröpfchens im Feldfreien Raum und der Steiggeschwindigkeit  $v_2$  eines Tröpfchens bei einer bestimmten zu messenden Spannung U an der Millikankammer.

Dafür werden Gleichung (1) und (3) verwendet:

$$Q\frac{U}{d} = 6\pi \eta v_2 \sqrt{\frac{9\eta v_1}{2\rho g}} + \frac{4}{3}\pi \rho g \frac{9\rho v_1}{2\rho g} \sqrt{\frac{9\eta v_1}{2\rho g}}$$
(4)

$$Q = (v_1 + v_2) \frac{\sqrt{v_1}}{U} \eta^{\frac{3}{2}} \frac{18\pi d}{\sqrt{2\rho q}}$$
 (5)

Nach einsetzen von  $\eta$ , d, g und  $\rho$ 

$$\eta = 1,18 \cdot 10^{-5} \frac{Ns}{m^2} \tag{6}$$

$$d = 6 \cdot 10^{-3} m \tag{7}$$

$$\rho = 874 \frac{kg}{m^3} \tag{8}$$

$$\rho = 874 \frac{kg}{m^3}$$

$$g = 9.81 \frac{m}{s^2}$$

$$(8)$$

kommt man zu folgender Endgleichung:

$$Q = (v_1 + v_2) \frac{\sqrt{v_1}}{U} \cdot 2 \cdot 10^{-10} As$$
 (10)

#### Korrektur der Gewonnenen Werte für e

Für ein noch genaueres Ergebnis kann eine bereits von Millikan verwendete Korrekturrechnung herangezogen werden.

Für  $Q_k$  als korrigierte Ladung und p als gemessenen Luftdruck in bar gilt folgende Gleichung:

$$Q_k = \frac{Q}{(1 + \frac{b}{rp})^{2/3}} \quad \text{oder} \quad Q^{2/3} = Q_k^{2/3} (1 + \frac{b}{rp})$$
 (11)

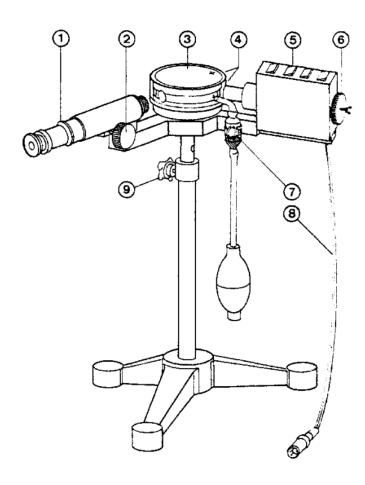
b ist eine graphisch bestimmbare Konstante. Diese Gleichung ist die Gleichung einer Graden der Form

$$y = y_0(1 + bx)$$

Stellt man  $y=Q^{2/3}$  als Funktion von  $x=\frac{1}{rp}$  graphisch dar, so ergibt sich eine Grade die bei  $y_0=Q_k^{2/3}$  die Ordinate schneidet. Dividiert man die Steigung der Graden durch  $y_0=Q_k^{2/3}$ , so erhält man die Konstante b. Um b einigermaßen exakt zu bestimmen ist allerdings eine wesentlich größere Anzahl an Messungen erforderlich.

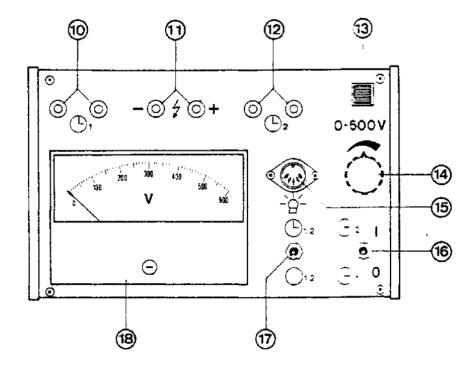
# 2 Aufbau/Durchführung

# 2.1 Millikangerät (Fig.1)



- (1) Messmikroskop mit Okularmikrometer
- (2) Rändelschraube für Mikroskopeinstellung
- (3) Millikankammer (Plattenkondensator) mit Kunstglasabdeckung
- (4) Buchsenpaar zum Anschluss der Gleichspannung für den Plattenkondensator (aus Buchsenpaar (11) entnehmbar, über Knopf (14) Einstellbar)
- (5) Beleuchtungseinrichtung
- (6) Rändelschraube für Lampenjustierung
- (7) Ölzerstäuber mit Gummiball in federnder Halterung
- (8) Anschlusskabel für Lampenspannung (aus Vielfachbuchse (15))
- (9) Schraube für Höhenverstellung (zur Anpassung des Mikroskops an die Augenhöhe des Experimentierenden)

# 2.2 Netzgerät (Fig.2)



- (10) Buchsenpaar für Stoppuhr 1 zum Messen der Fallzeit
- (11) Buchsenpaar zum Anschluss der Millikankammer
- (12) Buchsenpaar für Stoppuhr 2 zum Messen der Steigzeit
- (13) Netzkontrollampe
- (14) Drehknopf zum Einstellen der Kondensatorspannung 0 600 V
- (15) Vielfachbuchse zum Anschluss der Beleuchtungseinrichtung
- (16) Schalter zum Ein- und Ausschalten der Spannung 0 600 V bei gleichzeitiger Inbetriebnahme der Stoppuhren entsprechend der Symbolik
- (17) Schalter zum Öffnen und Schließen der Stromkreise der elektrischen Stoppuhren
- (18) Voltmeter 0 600 V zur Anzeige der mit Drehknopf (14) eingestellten Spannung für die Kondensatorplatten der Millikankammer.

  Netzschalter, Feinsicherung und Netzanschlussstecker
  Befinden sich an der Rückwand des Gerätes

### 2.3 Bedienung

#### 2.3.1 Zusammenbau des Millikangerätes

Dreifuß, Stativstab und Aufsatz mit Millikankammer, Beleuchtungseinrichtung und Messmikroskop entsprechend Fig.1 fest miteinander Verschrauben. Dabei darauf achten, dass die lose Aufsitzende Millikankammer nicht herunter fällt.

### 2.4 Einfüllen des Öls

Ölzerstäuber mit dem Vorgegebenen Öl durch die Aussprühöffnung so weit füllen, bis das unten offene Kapillarrohr ca.2 mm im Öl steht. Danach den Ölzerstäuber wieder in die federnde Halterung einsetzten und die Aussprühöffnung auf die Zwei Bohrungen in der Abdeckung der Millikankammer ausrichten.

### 2.5 Pflege und Wartung

Durch die sehr geringe Menge an eingespritztem Öl, muss das Gerät nur in großen Zeitabständen nötig. Die Kammer selbst und ihre Abdeckung können mit mit einem weichen saugfähigen Lappen gereinigt werden. Bei Verstopfung der Bohrungen eignet sich beispielsweise eine aufgebogene Büroklammer um durch durchstoßen die Blockade zu entfernen. Bei Versagen der Einspritzeinrichtung muss diese Ausgetauscht werden.

### 2.6 Zeitmessung

Die Zeitmessung erfolgt mit einer digitalen Doppelstoppuhr. Sie hat sowohl links als auch rechts jeweils zwei Buchsen und je einen Reset-Taster. Die jeweilige Uhr läuft, wenn ihre Startbuchsen miteinander Verbunden sind. Beide Uhren haben einen Schalter mit dem sich die Zeitauflösung auf 00,1s,0,1s und 1s einstellen lässt. für den vorliegenden Versuch eignet sich die Einstellung mit 0,1s gut da die 4-stelligen Anzeigen so eine Zeitmessung länger als 100s messen können. Zur Inbetriebnahme werden die Uhren an die Buchsenpaare (10) und (12) angeschlossen.

### 2.7 Ermittlung des Weges

Bewegt sich ein Öltröpfehen für dem Betrachter durch das Mikroskop einen Weg s von x centimeter-Skalenteilen $(=x\cdot 10^{-3}\text{m})$  entlang, so entspricht dies unter Berücksichtigung der 1,875fachen Objektivvergrößerung dem tatsächlich zurückgelegtem weg von:

$$s = \frac{x}{1.875} \cdot 10^{-3}$$

Die Vergrößerung kann variieren, wird aber vom oben genannten wert nicht mehr als  $\pm 1\%$  abweichen.

#### 2.8 Versuchsprogramm

#### 2.9 Nachweis der Quantisierung elektrischer Ladung

Als Vorversuch zum eigentlichen Experiment soll die Quantisierung der Ladung auf dem Öltröpfchen nachgewiesen werden. Dazu sollen etwa 10 Tröpfchen ausgemessen werden deren Ladung kleiner als  $10e=1,6\times 10^{18}C$  sein soll. Danach soll unter der Annahme das für diese mikroskopisch kleinen Partikel auch das Stokessche Gesetz gültig ist, die Ladung der Tröpfchen bestimmt und in ein Histogramm aufgetragen werden. Für die Viskosität der Luft kann hier  $\eta=1,81\times 10^5 Ns/m^2$  angenommen werden.

## 2.10 Messung der Elementarladung

Die in 2.9 beschriebenen Messungen werden weiter geführt bis etwa 30 Tröpfchen ausgemessen wurden und deren Ladung möglichst genau bestimmt. Wichtig dafür ist, die Korrektur am

Stokesschen Gesetz zu berücksichtigen, die immer dann anzuwenden ist, wenn die Größe der Öltröpfchen im Bereich der mittleren freien Weglänge der Luftmoleküle ist. Dabei wird die Viskosität  $\eta$  ersetzt durch:

$$\eta(T) = \frac{\eta_0(T)}{1 + \frac{b}{rp}}$$

Abschließend kann durch geeignete Mittelwertbildung aus allen Messwerten die Elementarladung e unter Angabe des systematischen und statistischen Fehlers Bestimmt werden.

# 2.11 Versuchsbeschreibung

#### 2.11.1 Aufbau

Doppelstoppuhr Anordnung aufbauen. Netzgerät mit der Millikankammer verbinden. Netzgerät und Uhr an der Rückseite Einschalten. Netzgerät auf die Gewünschte Spannung einstellen. Okularmikrometer Vertikal stellen und durch drehen des Okularrings scharf einstellen.

#### 2.11.2 Durchführung

Durch Kräftiges Drücken des Gummiballs Öl in die Millikankammer stäuben und gewünschte Zeit und Wegmessungen Durchführen.

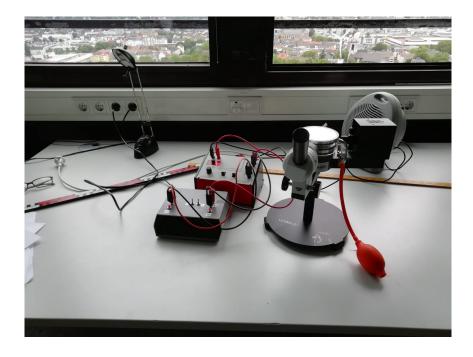
#### 2.11.3 Messmethode mit Doppelstoppuhr

Messgrößen:

- •Zeit  $t_2$  die ein Öltröpfchen benötigt um eine Strecke s', bei einer an den Kondensator anliegenden Spannung von U, zu steigen.
- •Zeit  $t_1$ die da selbe Tröpfchen nach abschalten der Spannung U braucht um s' wieder zu sinken.

#### Messverfahren:

- 1. Schalter (17) nach unten und Schalter (18) nach oben stellen. Der Steuerstromkreis der Stoppuhren ist geöffnet und die Spannungsversorgung des Kondensators ist hergestellt.
- 2. An Drehknopf (17) Spannung U zwischen 500 V und 600V einstellen, so dass die Tröpfehen im elektrischen Feld langsam steigen. Spannung U messen.
- 3. Ein langsam steigendes Tröpfchen auswählen und bei dessen Überschreitung einer gewählten Messmarke, mit Schalter (17) die Stoppuhr 2 zur Ermittlung von  $t_2$  starten.
- 4. Das gewählte Tröpfchen weiter beobachten und bei dessen Überschreitung einer zweiten gewählten Messmarke Schalter (16) in 0 Stellung bringen. Die Kondensatorspannung und die Stoppuhr 2 werden gestoppt und Stoppuhr 1 zur Ermittlung von t<sub>1</sub> wird gestartet.
- 5. Das im Feldfreien Raum nun sinkende Tröpfchen wird weiter beobachtet bis es wieder zur ersten Messmarke abgesunken ist. In diesem Moment wird Schalter (17) umgelegt und damit Stoppuhr 1 gestoppt.



#### 2.11.4 Hinweise

Um negativ geladene (Steigende) Tröpfchen im Vorfeld zu erkennen empfiehlt sich die Kondensatorspannun für einen Kurzen Zeitraum zu aktivieren um gute Kandidaten (langsam steigend) für eine Messung zu finden.

# 3 Fehlerrechnung

### 3.1 Fehlerformeln

Um aus dem, durch den Mikroskop bestimmten, abgelesenen Wert die tatsächliche Strecke zu bestimmen wird die Formel 2.7 benutzt. Ihr Fehler lautet

$$\Delta s = \sqrt{\left(\frac{10^{-3}}{1.875} \cdot \Delta x\right)^2 + \left(-\frac{x \cdot 10^{-3}}{(1.875)^2} \cdot 0.01875\right)^2}$$
 (12)

Basierend auf der bestimmten Strecke lässt sich die Geschwindigkeit der Teilchen bestimmen. Nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung ergibt sich folgender Fehler:

$$\Delta v = \sqrt{\left(\frac{1}{t}\Delta s\right)^2 + \left(-\frac{s}{t^2}\Delta t\right)^2} \tag{13}$$

Die Fehler für die Ladungen Q der Teilchen als auch ihre Korrigierten sehen wie folgt aus :

$$\Delta Q = \frac{9\pi d\eta^{3/2}}{\sqrt{g\rho}} \cdot \sqrt{\left(\frac{3v_1 + v_2}{U\sqrt{2v_1}}\Delta v_1\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2v_1}}{U}\Delta v_2\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{2v_1}(v_1 + v_2)}{U^2}\Delta U\right)^2}$$
(14)

$$\Delta Q_k = \sqrt{\left(\frac{1}{\left(1 + \frac{b}{rp}\right)^{3/2}} \cdot \Delta Q\right)^2 + \left(\frac{3bQ}{2pr^2\left(1 + \frac{b}{pr}\right)^{5/2}} \cdot \Delta r\right)^2}$$
(15)

Für den Fehler der Radien gilt:

$$\Delta r = \frac{1}{2\sqrt{\frac{9\eta v_1}{2pg}}} \cdot \frac{9\eta}{2g} \Delta v_1 \tag{16}$$

Um schlussendlich den Fehler vermuteten Vielfachen der Elementarladung zu bestimmen, wird die Standardabweichung der Ladungen geteilt durch die Wurzel der Anzahl der Ladungen in dem Bereich minus 1:

$$\Delta = \frac{\sigma_{Q_k}}{\sqrt{n-1}} = \frac{\Delta Q_k}{\sqrt{n-1}} \tag{17}$$

### 3.2 Menschliche Fehler

Es ist anzumerken dass die Zeiten als auch die Strecken durch die Reaktionszeit des Messenden verfälscht werden können. Das Resultat dieser Fälschung ist ein systematischer Fehler welcher sich zum größten Teil in den Zeiten  $t_1\&t_2$  widerspiegeln wird. Da jedoch zur Bestimmung der Elementarladung die Differenzen der vermuteten Vielfachen betrachtet wird, wird sich dieser Fehler nicht drastisch auf das Endergebnis auswirken.

# 4 Auswertung

Um nun die Elementarladung bestimmen zu können, müssen zuerst die Ladungen der einzelnen Teilchen - nach der genauen Gleichung 5 - bestimmt und dann in ein Histogramm eingetragen werden. Außerdem wird das Histogramm bis 38 Q [ $10^{-19} \mathrm{A\,s}$ ] ( $14 \cdot \mathrm{e}$ ) limitiert, da ab dort die Messwerte zu sporadisch werden.

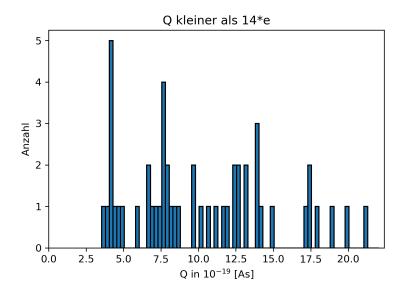


Abbildung 1: Histogramm aller Ladungen kleiner 14· e mit der Bingröße 0.25

Diese Messwerte müssen nun korrigiert werden aufgrund der Tatsache, dass die Radien der Öltröpfehen in der selben Größenordnung liegen, wie die der Luftmoleküle bzw. da das Stokesche Gesetzt nicht mehr exakt gilt.

Zur Korrektur der Ladungen wird nach Gleichung 11 vorgegangen, wodurch zuerst b zu bestimmen ist:

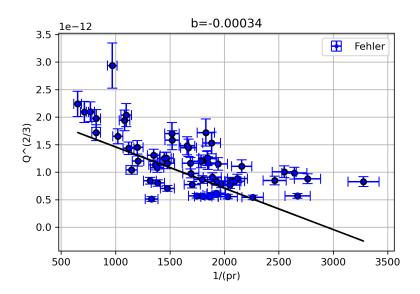


Abbildung 2: Plot zur Berechnung des Korrekturfaktor b

Da dies jedoch nicht geglückt ist, wie aus dem negativen b Wert zu erkennen ist, wird auf den, vom Versuchsleiter angegebenen, Wert von  $8.5 \cdot 10^{-5}$ mbar m zurückgegriffen.  $Q_k$  wird somit nach Gleichung 11, unter Verwendung von p=1013.25, bestimmt. Das resultierende Histogramm zeigt nun die korrigierte Verteilung der Ladungen:

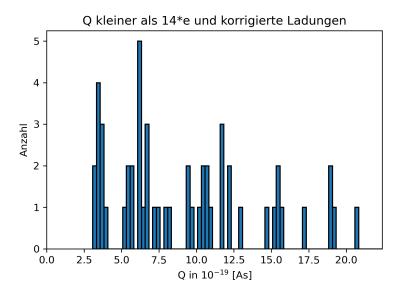


Abbildung 3: Histogramm aller korrigierten Ladungen kleiner 14 e mit der Bingröße 0.25

Aus dem korrigierten Histogramm müssen nun einzelne Punkte bestimmt werden, bei denen eine erhöhte Konzentration an Messwerten erkennbar ist. Dies ist ein Prozess, welcher nicht

automatisiert werden konnte, da eine Computeranalyse mittels eines Gaussian mixture model zu keiner passenden Annäherung der Daten kommt. Es wird somit manuell und subjektiv ein Bereich ausgewählt, in dem ein Vielfaches der Elementarladung vermutet wird und sein Durchschnitt gebildet. Das Resultat ist der folgende Plot in welchem die schwarzen, gestrichelten Linien die Grenzen des Bereiches beschreiben und der rote Strich den Mittelwert des Bereiches.

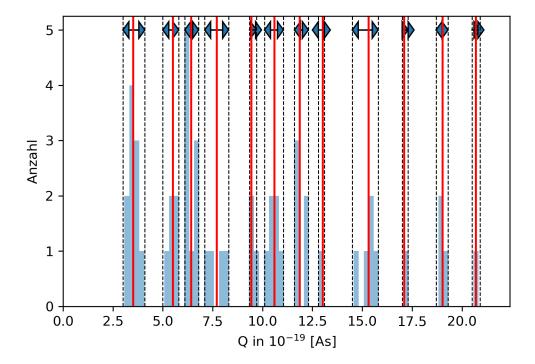


Abbildung 4: Histogramm der korrigierten Ladungen mit Einteilung in Abschnitte

Um nun final die Elementarladung zu bestimmen werden die Mittelwerte, welche die vermuteten vielfachen von der Elementarladung sind, in einem Graphen dargestellt. Die Steigung des Graphen gibt an, um wievielt die Ladung zunimmt bei Erhöhung des Ladungsträgers.

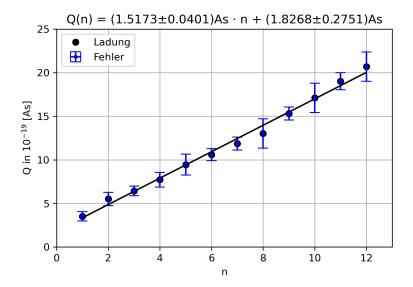


Abbildung 5: Plot der vermuteten vielfachen der Elementarladungen

Das Ergebnis ist eine Elementarladung von  $1.51\pm0.04~[10^{-19}{\rm A\,s}]$ , wobei dieser Wert noch einen kleinen, jedoch unbekannten systematischen Fehler beinhaltet. Zudem wird erkennbar durch den Y-Achsenabschnitt von  $1.82\pm0.27~[10^{-19}{\rm A\,s}]$ , dass unser erster Wert im Graphen eine Ladung von 2 Elementarladungen besitzt und in unserer Messreihe keine Öltröpfchen mit Q=1e gemessen wurden, da dieser sonst 0 und nicht  $\approx 1e$  betragen würde.

Unser Ergebnis der Elementarladung weicht somit um  $\approx 5.6\%$  von dem Literaturwert für  $e^1$  ab.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e

# 5 Zusammenfassung

Es ist experimentell bewiesen, dass die elektrische Ladung quantisierbar ist. Die, in dieser Versuchsdurchführung bestimmte, Elementarladung beträgt  $1.51\pm0.04~[10^{-19}{\rm A\,s}]$ , wobei dieser Wert um  $\approx 5.6\%$  von dem Literaturwert abweicht. Eine Geringeinschätzung der Fehler ist naheliegend. Während der Versuchsdurchführung und Auswertung sind folgende Fehlerquellen offensichtlich geworden, deren Minimierung versucht wurde:

- Systematischer Fehler, u.A. bzgl. der menschlichen Reaktionszeit, schwer einzuschätzen
- $\bullet$  Misslungene Bestimmung der Konstante b, wodurch zur Korrektur ein Literaturwert herangezogen wurde
- Bingröße des Histogrammes, da diese einen drastischen Effekt auf die Konzentrationen der Messwerte besitzt
- Manuelle Interpretation der Werte und Konzentrationspunkte

All diese Fehlerquellen wurde womöglich kompensiert, da die zu bestimmende Größe im Voraus bekannt war und somit ungewollt die Interpretation der Messwerte beeinflusste.

# 6 Anhang

Tabelle 1: Messwerte und Q für  $x=2.0\pm0.1\,\mathrm{mm}$ 

U [V]	$t_1$ [s]	$t_2$ [s]	$Q [10^{-19} \text{A s}]$	$r [10^{-7} \text{m}]$	$Q_{kor} [10^{-19} \text{A s}]$
$496\pm1.0$	$22.2 \pm 0.25$	$3.59\pm0.25$	$9.64{\pm}1.19$	$6.76 \pm 3.59$	$8.09\pm0.999$
$494{\pm}1.0$	$22.1 \pm 0.25$	$2.68 \pm 0.25$	$12.5{\pm}1.72$	$6.78 \pm 2.68$	$10.5 \pm 1.44$
$493 \pm 1.0$	$5.24 \pm 0.25$	$5.74 \pm 0.25$	$22.5{\pm}2.82$	$13.9 \pm 5.74$	$20.6\pm2.58$
$493 \pm 1.0$	$32.6 {\pm} 0.25$	$4.17 \pm 0.25$	$6.68 \pm 0.807$	$5.58 \pm 4.17$	$5.41 \pm 0.654$
$493 \pm 1.0$	$24.7 \pm 0.25$	$2.38{\pm}0.25$	$13.1 \pm 1.9$	$6.41 \pm 2.38$	$10.9 \pm 1.58$
$492 \pm 1.0$	$33.0 \pm 0.25$	$3.57{\pm}0.25$	$7.64 \pm 0.962$	$5.55 \pm 3.57$	$6.19\pm0.779$
$491 \pm 1.0$	$33.9 \pm 0.25$	$3.53{\pm}0.25$	$7.60 \pm 0.961$	$5.46 \pm 3.53$	$6.13 \pm 0.776$
$491 \pm 1.0$	$14.9 \pm 0.25$	$7.72 \pm 0.25$	$7.20 \pm 0.795$	$8.24\pm7.72$	$6.23\pm0.688$
$495 {\pm} 1.0$	$34.8 \pm 0.25$	$3.12 \pm 0.25$	$8.32{\pm}1.1$	$5.40\pm3.12$	$6.70\pm0.882$
$497 \pm 1.0$	$83.2 \pm 0.25$	$2.09 \pm 0.25$	$7.52{\pm}1.21$	$3.49\pm2.09$	$5.45\pm0.878$
$497 \pm 1.0$	$27.4 \pm 0.25$	$1.49 \pm 0.25$	$18.9 \pm 3.66$	$6.08\pm1.49$	$15.6 \pm 3.01$
$497 \pm 1.0$	$54.1 \pm 0.25$	$2.03\pm0.25$	$9.72{\pm}1.58$	$4.33\pm2.03$	$7.45\pm1.21$
$497 \pm 1.0$	$50.3 \pm 0.25$	$2.03\pm0.25$	$10.1 \pm 1.64$	$4.49\pm2.03$	$7.81\pm1.27$
$497 \pm 1.0$	$7.29 \pm 0.25$	$1.20 \pm 0.25$	$50.3 \pm 10.6$	$11.8 \pm 1.2$	$45.3 \pm 9.52$
$497 \pm 1.0$	$25.9 \pm 0.25$	$1.28 \pm 0.25$	$22.5{\pm}4.88$	$6.26 \pm 1.28$	$18.7 \pm 4.04$
$496 \pm 1.0$	$36.1 \pm 0.25$	$2.12 \pm 0.25$	$11.7 \pm 1.83$	$5.30\pm2.12$	$9.35{\pm}1.46$
$496 \pm 1.0$	$9.33{\pm}0.25$	$1.90 \pm 0.25$	$29.1 \pm 4.48$	$10.4 \pm 1.9$	$25.9 \pm 3.99$
$496 \pm 1.0$	$28.6 {\pm} 0.25$	$7.20 \pm 0.25$	$4.56 \pm 0.504$	$5.95 \pm 7.2$	$3.74\pm0.413$
$496 \pm 1.0$	$27.5 \pm 0.25$	$7.62 \pm 0.25$	$4.48 \pm 0.493$	$6.07 \pm 7.62$	$3.69\pm0.406$
$496 \pm 1.0$	$46.9 \pm 0.25$	$2.77 \pm 0.25$	$7.82 \pm 1.09$	$4.65\pm2.77$	$6.10\pm0.85$
$496 \pm 1.0$	$17.9 \pm 0.25$	$1.84 \pm 0.25$	$19.9 \pm 3.27$	$7.53\pm1.84$	$16.9 \pm 2.79$
$497 \pm 1.0$	$26.3 {\pm} 0.25$	$2.12 \pm 0.25$	$13.9 \pm 2.15$	$6.21\pm2.12$	$11.5\pm1.78$
$497 \pm 1.0$	$26.4 \pm 0.25$	$2.08 \pm 0.25$	$14.1 \pm 2.21$	$6.20\pm2.08$	$11.7 \pm 1.83$
$497 \pm 1.0$	$21.6 \pm 0.25$	$1.89 \pm 0.25$	$17.3 \pm 2.83$	$6.85\pm1.89$	$14.6 \pm 2.38$
$496 \pm 1.0$	$9.70 \pm 0.25$	$3.59 \pm 0.25$	$17.2 \pm 2.06$	$10.2 \pm 3.59$	$15.3 \pm 1.83$
$497 \pm 1.0$	$14.4 \pm 0.25$	$3.89 \pm 0.25$	$12.0 \pm 1.43$	$8.38\pm3.89$	$10.4 \pm 1.24$
$497 \pm 1.0$	$14.8 \pm 0.25$	$4.14 \pm 0.25$	$11.2 \pm 1.32$	$8.27 \pm 4.14$	$9.72 \pm 1.14$
$497 \pm 1.0$	$22.5 \pm 0.25$	$5.39 \pm 0.25$	$6.78 \pm 0.77$	$6.71 \pm 5.39$	$5.69 \pm 0.646$
$497 \pm 1.0$	$13.7 \pm 0.25$	$41.7 \pm 0.25$	$3.66 \pm 0.478$	$8.60\pm41.7$	$3.19\pm0.415$
$497 \pm 1.0$	$28.8 \pm 0.25$	$3.92 \pm 0.25$	$7.55 \pm 0.921$	$5.93\pm3.92$	$6.19\pm0.756$
$498 \pm 1.0$	$16.2 \pm 0.25$	$2.93 \pm 0.25$	$14.0 \pm 1.81$	$7.90\pm2.93$	$12.0\pm1.56$
$498 {\pm} 1.0$	$21.2 \pm 0.25$	$1.83 \pm 0.25$	$18.0 \pm 3.0$	$6.91 \pm 1.83$	$15.1 \pm 2.52$
$498 {\pm} 1.0$	$28.8 \pm 0.25$	$6.64 \pm 0.25$	$4.82 \pm 0.538$	$5.94 \pm 6.64$	$3.96 \pm 0.441$
$498 \pm 1.0$	$17.9 \pm 0.25$	$1.63 \pm 0.25$	$22.1 \pm 3.94$	$7.53\pm1.63$	$18.9 \pm 3.36$
$498 {\pm} 1.0$	$59.1 \pm 0.25$	$2.29 \pm 0.25$	$8.23{\pm}1.26$	$4.14\pm2.29$	$6.24 \pm 0.954$
$498 \pm 1.0$	$23.6 \pm 0.25$	$9.37 \pm 0.25$	$4.29 \pm 0.466$	$6.55 \pm 9.37$	$3.58\pm0.389$
$498 {\pm} 1.0$	$11.1 \pm 0.25$	$3.05\pm0.25$	$17.5 \pm 2.19$	$9.54 \pm 3.05$	$15.4\pm1.93$
$499 \pm 1.0$	$13.4 \pm 0.25$	$7.76 \pm 0.25$	$7.74 \pm 0.859$	$8.69\pm7.76$	$6.74 \pm 0.748$
$499 \pm 1.0$	$10.2 \pm 0.25$	$6.92 \pm 0.25$	$10.6 \pm 1.2$	$9.97 \pm 6.92$	$9.37{\pm}1.06$
$499 \pm 1.0$	$25.0 \pm 0.25$	$4.03 \pm 0.25$	$8.03\pm0.967$	$6.37 \pm 4.03$	$6.66 \pm 0.803$
$499 \pm 1.0$	$3.30 \pm 0.25$	$7.44 \pm 0.25$	$33.5 \pm 5.15$	$17.5\pm7.44$	$31.3 \pm 4.8$
$499 \pm 1.0$	$8.08 \pm 0.25$	$3.23 \pm 0.25$	$21.2 \pm 2.6$	$11.2 \pm 3.23$	$19.1 \pm 2.34$
$499 \pm 1.0$	$30.1 \pm 0.25$	$4.21 \pm 0.25$	$6.88 \pm 0.827$	$5.81 \pm 4.21$	$5.62 \pm 0.675$

Weiter auf der nächsten Seite

Tabelle 1: Fortsetzung Messwerte und Q für  $x=2.0\pm0.1\,\mathrm{mm}$ 

U [V]	$t_1$ [s]	$t_2$ [s]	$Q [10^{-19} \text{A s}]$	$r [10^{-7} \text{m}]$	$Q_{kor} [10^{-19} \text{A s}]$
$498\pm1.0$	$9.08 \pm 0.25$	$2.11 \pm 0.25$	$27.1 \pm 3.92$	$10.6\pm2.11$	24.1±3.5
$498 \pm 1.0$	$25.2 \pm 0.25$	$9.00 \pm 0.25$	$4.19 \pm 0.456$	$6.34 \pm 9.0$	$3.48 \pm 0.378$
$498 \pm 1.0$	$39.5 {\pm} 0.25$	$6.51 {\pm} 0.25$	$3.97 \pm 0.448$	$5.06\pm6.51$	$3.16 \pm 0.356$
$498 \pm 1.0$	$16.7 \pm 0.25$	$2.86{\pm}0.25$	$14.0 \pm 1.84$	$7.80\pm2.86$	$12.0 \pm 1.58$
$498 \pm 1.0$	$16.9 \pm 0.25$	$3.24{\pm}0.25$	$12.5{\pm}1.57$	$7.75\pm3.24$	$10.7 \pm 1.35$
$498 \pm 1.0$	$29.2 \pm 0.25$	$2.26{\pm}0.25$	$12.3 \pm 1.85$	$5.89 \pm 2.26$	$10.1 \pm 1.51$
$498 \pm 1.0$	$26.9 \pm 0.25$	$8.73 \pm 0.25$	$4.08 \pm 0.445$	$6.14 \pm 8.73$	$3.37 \pm 0.367$
$498 \pm 1.0$	$31.9 \pm 0.25$	$7.32 \pm 0.25$	$4.15 \pm 0.459$	$5.63 \pm 7.32$	$3.37 \pm 0.373$
$499 \pm 1.0$	$27.6 \pm 0.25$	$3.44{\pm}0.25$	$8.67{\pm}1.09$	$6.06\pm3.44$	$7.13\pm0.901$
$499 \pm 1.0$	$11.3 \pm 0.25$	$4.38 \pm 0.25$	$13.2 {\pm} 1.52$	$9.49 \pm 4.38$	$11.6 \pm 1.34$
$499 \pm 1.0$	$16.9 \pm 0.25$	$8.75 \pm 0.25$	$5.89 \pm 0.646$	$7.75\pm8.75$	$5.05 \pm 0.554$
$499 \pm 1.0$	$3.95{\pm}0.25$	$5.60 \pm 0.25$	$30.3 \pm 4.14$	$16.0 \pm 5.6$	$28.0 \pm 3.83$
$499 \pm 1.0$	$4.58 \pm 0.25$	$4.03 \pm 0.25$	$30.4 \pm 3.87$	$14.9 \pm 4.03$	$28.0 \pm 3.56$
$499 \pm 1.0$	$5.23 \pm 0.25$	$3.78 \pm 0.25$	$27.8 \pm 3.44$	$13.9 \pm 3.78$	$25.4 \pm 3.15$
$499 \pm 1.0$	$26.4 \pm 0.25$	$2.35{\pm}0.25$	$12.6 \pm 1.84$	$6.20\pm2.35$	$10.4 \pm 1.52$
$499 \pm 1.0$	$55.3 \pm 0.25$	$4.75 \pm 0.25$	$4.28 \pm 0.512$	$4.28 \pm 4.75$	$3.27 \pm 0.392$
$499 \pm 1.0$	$14.1 \pm 0.25$	$3.02 \pm 0.25$	$14.9 \pm 1.9$	$8.47 \pm 3.02$	$12.9 \pm 1.65$

Ende