

Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität und Schmelzwärme

Alexander Adam
1946255

Friedrich Jahns
1960002

Jan Lietz
1922360

29. Februar 2020

1 Ziel des Versuches

Ziel der Versuchreihe ist es wichtige Größen der Thermodynamik für bestimmte Stoffe zu bestimmen. Diese ist in 4 Teilversuche aufgeteilt. Im ersten Versuch wird der Wasserwert des Kalorimeters bestimmt der in folgenden Messungen berücksichtigt werden muss da er angibt wie viel Wärme zwischen dem Inhalt und dem Gehäuse des Dewar Gefäßes ausgetauscht werden muss. Im zweiten Teil der Versuchsreihe soll die spezifische Wärmekapazität von Blei, Kupfer und Glas ermittelt werden und im dritten Teil die von Wasser. Die spezifische Wärmekapazität gibt an wie viel Wärme ein Stoff aufnehmen bzw. abgeben kann. Im letzten Versuch wird dann die Schmelzwärme von Eis bestimmt, sie gibt an wieviel Energie nötig ist um das Eis zu schmelzen also den Aggregatzustand zu verändern.

2 Verwendete Geräte

- Waage der Marke KERN KB
- Dewar-Gefäß mit dazugehörigem elektrischem Heizzusatz und Siebzusatz
- Spannungsquelle
- 2 Strom-/Spannungsmeßgeräte
- 2 Digitalthermometer der Marke GREISINGER
- Tauchsieder
- 3 Reagenzglaser mit Klammern
- Blei-, Glas-, Kupferschrot
- Stoppuhr

Dewargefäß mit Aufsätzen



Abbildung 1: <http://www.atlas.uni-wuppertal.de/kind/apjpg/ap1t3pi.html>

Digitales Thermometer



Abbildung 2: <http://www.atlas.uni-wuppertal.de/kind/apjpg/ap1t3pi.html>

Proben

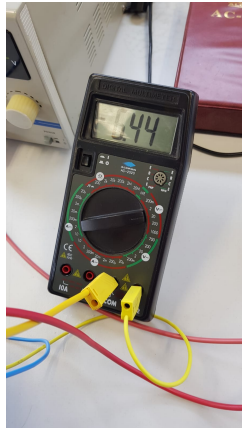


Abbildung 3: <http://www.atlas.uni-wuppertal.de/kind/apjpg/ap1t3pi.html>

Abbildung 4: Tauchsieder



Abbildung 5: Multimeter



3 Theorie

Die spezifischen Wärmekapazität eines Stoffes bestimmt man mithilfe der Mischungsmethode. Dabei werden zwei unterschiedliche Stoffe auf die verschiedenen Temperaturen T_1 und T_2 erhitzt und vermischt.

Mit der spezifischen Wärmekapazität des einen Stoffes als bekannte Größe lässt sich aus der resultierenden Gesamttemperatur T_n des Gemisches die spezifische Wärmekapazität der anderen Substanz bestimmen.

Da $T_1 \neq T_2$ sei $T_1 < T_n < T_2$

Der Stoff mit T_1 erhält eine Zunahme seiner Wärmemenge um $Q_1 = C_1(T_n - T_1)$ Der Stoff mit T_2 gibt die Wärmemenge $Q_2 = -C_2(T_2 - T_n)$ ab. Mit C_1 als bekannter spezifischer Wärmekapazität und $Q_1 = -Q_2$ ergibt sich:

$$C_2 = C_1 \frac{T_n - T_1}{T_2 - T_n} \quad (1)$$

Mit C_2 als zu ermittelnde spezifische Wärmekapazität.

Für die Versuchsdurchführung wird Wasser als Stoff verwendet, da sein spezifische Wärmekapazität sowohl bekannt als auch leicht zu ermitteln ist. Um den äußeren Einfluss auf den Mischvorgang sowie den Energieverlust nach außen zu minimieren wird ein isoliertes Dewargefäß verwendet. Um den Energieaustausch des Gefäßes selbst mit der Substanz zu ermitteln, wird im Vorfeld des Versuchs der Wasserwert des Gefäßes bestimmt.

$$C_1 = \Gamma + m_w c_w$$

m_w = Masse des Wasser im Behälter

$c_w = 4.19 \text{ J/gK}$: spezifische Wärmekapazität des Wassers

Γ Wasserwert des Kalorimeters

Deshalb wird vor jeder Versuchsreihe der Wasserwert des Kalorimeters mit der Mischungsmethode bestimmt. Zwei Mengen Wasser der Massen m_1, m_2 werden auf die Temperaturen T_1, T_2 gebracht und die resultierende Mischtemperatur T_n wird bestimmt.

Falls $T_1 < T_2$ gibt das wärmere Wasser Wärme an das kältere Wasser ab. $Q_1 = -m_1 c_w (T_1 - T_n)$ für den Behälter

$$Q_2 = -\Gamma (T_1 - T_n)$$

Das kältere Wasser nimmt Wärme auf:

$$Q_3 = m_2 c_w (T_n - T_2)$$

Mit $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$ ergibt sich für den Wasserwert:

$$\Gamma = m_2 c_w \frac{T_n - T_2}{T_1 - T_n} - m_1 c_w \quad (2)$$

Mithilfe des Wasserwertes kann die spezifische Wärmekapazität c_k eines Stoffes der Masse m_k nach Gleichung (1) bestimmt werden:

$$c_k = \frac{C_k}{m_k} = \frac{(\Gamma + m_w c_w)(T_n - T_1)}{m_k (T_2 - T_n)} \quad (3)$$

Die Schmelzwärme eines Stoffes wird ebenfalls nach der Mischungsmethode bestimmt.

Für die Schmelzwärme von Eis gilt also:

$$\lambda_s = \frac{(\Gamma + m_w c_w)(T_a - T_e)}{m_E} - c_w (T_e - T_s) \quad (4)$$

T_a, T_e ist die Anfangs-bzw.Endtemperatur des Wassers,

T_s ist die Schmelztemperatur von Eis,

m_E ist die Eismasse

Da der Temperatenausgleich bei der Mischmethode nicht unmittelbar erfolgt und da in diesem Zeitintervall weiterhin Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfindet, muss sowohl vor als auch nach dem Mischen die Temperatur abhängig von der Zeit aufgetragen werden. Anhand dieser Werte kann man auf die Idealkurve extrapolieren.

Im nächsten Versuchsabschnitt wird eine andere Messmethode verwendet um die spezifische Wärmekapazität von Wasser zu bestimmen.

Hierbei wird einer bestimmten Menge Wasser m_1 mit der Anfangstemperatur T_0 elektrische Energie zugeführt.

$$W_{el} = UI t$$

(U =Spannung, I =Stromstärke, t =Zeit)

Unter Berücksichtigung des Wasserwertes ergibt sich für die thermische Zunahme:

$$W_{th} = (\Gamma + m_w c_w)(T - T_0)$$

Nach Energieerhaltung gilt: $W_{el} = W_{th}$.

Thermumformungen liefern die Gradengleichung:

$$T(t) = \frac{UI}{\Gamma + m_w c_w} t + T_0 \quad (5)$$

Aus der Steigung der Graden lässt sich die spezifische Wärmekapazität c_w des Wassers ermitteln(10).

4 Aufbau und Durchführung

Zu jeder Messreihe wird zunächst die Masse des Inhalts der Kalorimeters durch das Wiegen des Gewichtes des Dewar Gefäßes und Wägung des vollen Kalorimeters und folgender Differenzberechnung bestimmt werden (mithilfe der Tara Funktion der Waage). Hierfür wird eine Waage der Marke KERN KB verwendet die das Gewicht auf 0.1 g genau bestimmen kann. Das Thermometer der Marke GREISINGER wird ebenfalls für alle Messreihen verwendet, Falls das Wasser zuvor umgerührt wurde wird die Temperatur auf 0,1 genau bestimmt. Bei jedem Mischversuch werden vor und nach der Mischung der Stoffe alle 30 sec Werte aufgenommen und daraus eine Vor- und Nachkurve erstellt. Diese wird dann für den Fall eines verlustfreien Ausgleichs extrapoliert.

4.1 Wasserwert des Kalorimeters

Bei diesem Versuch wird zunächst der Wasserwert der Kalorimeters bestimmt.

4.1.1 Aufbau und Materialien

Für den Versuch werden die in 4 genannte Waage und das Thermometer verwendet. Zusätzlich werden ein Transformator und zwei Multimeter, Kabel sowie das Kalorimeter mit Heizspulenaufsatz und Siebaufsatz genutzt. Diese werden wie unten abgebildet verschaltet. Hier muss das Multimeter zu Spannungsmessung parallel und das Multimeter zur Strommessung in Reihe geschaltet werden. Zudem muss beachtet werden dass die Spannung aufgrund der Spannungsabfalls auf den Zuleitungen zum Heizeinsatz, direkt an den Anschlussbuchsen des Heizeinsatzes gemessen wird.

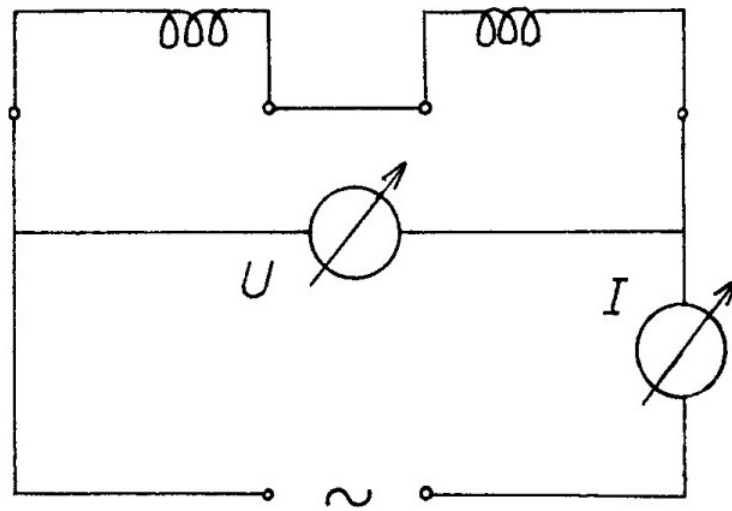


Abbildung 6: <http://www.atlas.uni-wuppertal.de/kind/T3.pdf>

4.1.2 Durchführung

Zunächst werden ca.100 g im Dewar Gefäß durch den elektrischen Heizaufsatz auf 40 erwärmt. Die Stromstärke sollte hierbei 3A nicht überschreiten. Nach Erreichen der Temperatur wird er Siebaufsatz aufgesetzt und weitere ca.100 g Wasser auf Zimmertemperatur (ca.23) nach Aufnahme der Vorkurve hinzugegeben. In der Folge wird der Deckel wieder geschlossen. Dieser Mischvorgang sollte schnell durchgeführt werden. Dann wird die Nachkurve aufgenommen. Anschließend wird der Wasserwert mit der Formel (2) bestimmt. Hier wird ein Wert von ungef. 40 J K^{-1} erwartet.

4.2 Spezifische Wärme von Festkörpern

Mit dieser Messreihe wird die spezifische Wärme von Blei, Kupfer und Glas bestimmt.

4.2.1 Aufbau und Materialien

Für diesen Versuch werden ein Tauchsieder, das Dewar Gefäß mit Siebaufsatz, ein Reagenzglas mit Trichter und Reagenzglashalterung und die Proben in diesem Fall Kupfer-, Bleischrot und Glaskügelchen, sowie die genannte Waage und das Thermometer.

4.2.2 Durchführung

Zunächst wird Wasser mithilfe des Tauchsieders zum Sieden gebracht und dann eine zuvor abgewogene Menge des Probenstoffes in einem Reagenzglas 3 Minuten in das kochende Wasser gehalten. Dann wird der Tauchsieder abgeschaltet, die Probe allerdings noch 4 Minuten im Wasser gelassen und anschließend entnommen. Dann wird die Temperatur des Wassers im Tauchsieder bestimmt. Es kann hier davon ausgegangen werden, dass die Probe die gleiche Temperatur besitzt wie Wasserbad. Die Probe wird indes auf den Siebaufsatz des Kalorimeters, in dem sich 100 g–150 g Wasser auf Zimmertemperatur befinden, gegeben und die Nachkurve bestimmt. Dann wird die spezifische Wärme nach Gleichung (3) bestimmt. Für Blei wird ein Wert von $0.13 \text{ J g}^{-1} \text{ K}$ für Kupfer $0.386 \text{ J g}^{-1} \text{ K}$ und für Glas $0.75 \text{ J g}^{-1} \text{ K}$.

4.3 Spezifische Wärme von Wasser

Bei diesem Versuch wird die spezifische Wärme von Wasser bestimmt.

4.3.1 Aufbau und Materialien

Für diesen Versuch werden das Dewar-Gefäß mit Heizaufsatz, die Schaltung aus 4.1.1, das Thermometer und die Waage verwendet.

4.3.2 Durchführung

200 g Wasser werden durch den elektrischen Heizaufsatz im Dewar-Gefäß erwärmt und 10 Minuten lang jede Minute Werte aufgenommen. Diese werden mithilfe von Python in einem Graphen aufgetragen und aus der Steigung die spezifische Wärme bestimmt. Zu erwarten wäre für Wasser ein Wert von $4.185 \text{ J g}^{-1} \text{ K}$.

4.4 Schmelzwärme von Wasser

Bei dieser Messung wird die Schmelzwärme von Eis bestimmt.

4.4.1 Aufbau und Materialien

Für diesen Versuch werden das Dewar-Gefäß mit Heiz- und Siebaufsatz, das Thermometer, die Waage, Eis und die Schaltung aus 4.1.1 verwendet.

4.4.2 Durchführung

Im dem Kalorimeter werden ca. 100 g Wasser mit dem Heizaufsatz auf ca. 40 °C erwärmt. Dann wird eine Menge Eis von ca. 20 g, die vorher abgetrocknet wurde, in das Kalorimeter gegeben und dieses mit dem Heizaufsatz abgedeckt. Nun wird 3 Minuten lang die Nachkurve aufgenommen. Die Schmelzwärme wird dann nach Gleichung (4) bestimmt. Für Eis erwartet man hier einen Wert von 333.7 J K^{-1} .

5 Fehlerrechnung

Zur Bestimmung der Fehler von der Spannung U und Stromstärke I werden die Formeln (6) (7) benutzt.

$$\Delta = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (6)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \quad (7)$$

Bei diesen Formeln bezieht sich n auf die Anzahl der Stichproben, x_i auf die individuellen Stichproben und μ auf den Mittelwert der Stichproben.

Zur Berechnung jeglicher weitere Fehler wird die *Gauß'sche Fehlerfortpflanzung* benutzt

$$\Delta = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 (\Delta y)^2 + \dots} \quad (8)$$

5.1 Spezifische Wärmekapazität von Wasser

$$T(t) = \frac{U \times I}{\Gamma + m_w c_w} t + T_0 \quad (9)$$

$$s = \frac{U \times I}{\Gamma + m_w c_w} \quad \& \quad c = \left(\frac{U \times I}{s} - \Gamma \right) \times \frac{1}{m} \quad (10)$$

$$\Delta c_w = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial U} \Delta U\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial I} \Delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial s} \Delta s\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial \Gamma} \Delta \Gamma\right)^2} \quad (11)$$

$$\Delta c_w = \sqrt{\left(\frac{I \Delta U}{m_w s}\right)^2 + \left(\frac{U \Delta I}{m_w s}\right)^2 + \left(\frac{-IU \Delta s}{m_w s^2}\right)^2 + \left(\frac{-\Delta \Gamma}{m_w}\right)^2} \quad (12)$$

5.2 Wasserwert des Kalorimeters

$$\Delta \Gamma = \frac{m_2 c_w \Delta T \sqrt{2}}{(T_1 - T_n)^2} \sqrt{((T_n - T_2)^2 + (T_1 - T_2)^2)} \quad (13)$$

5.3 Spezifische Wärmekapazität von Materialien

$$\Delta c_k = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial \Gamma} \Delta \Gamma\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial T_n} \Delta T_n\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial T_1} \Delta T_1\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial T_2} \Delta T_2\right)^2} \quad (14)$$

$$\Delta c_k = \left(\left(\frac{(T_n - T_1) \Delta \Gamma}{m_k (T_2 - T_n)} \right)^2 + \left(\frac{(T_2 - T_1)(c_w m_w + \Gamma) \Delta T_n}{m_k (T_2 - T_n)} \right)^2 + \left(\frac{(-c_w m_w + \Gamma) \Delta T_1}{m_k (T_2 - T_n)} \right)^2 + \left(\frac{(T_1 - T_n)(c_w m_w + \Gamma) \Delta T_2}{m_k (T_2 - T_n)} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (15)$$

$$\Delta c_k = \sqrt{\left(\frac{(T_n - T_1) \Delta \Gamma}{m_k (T_2 - T_n)}\right)^2 + \frac{(\Gamma + m_w c_w)^2 ((T_2 - T_n)^2 + (T_2 - T_1)^2 + (T_1 - T_n)^2)}{m_k^2 (T_2 - T_n)^4} (\Delta T)^2} \quad (16)$$

5.4 Schmelzwärme von Wasser

$$\Delta\lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial\lambda}{\partial\Gamma}\Delta\Gamma\right)^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial T_a}\Delta T_a\right)^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial T_e}\Delta T_e\right)^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial T_s}\Delta T_s\right)^2} \quad (17)$$

$$\Delta\lambda = \sqrt{\left(\frac{(T_a - T_e)\Delta\Gamma}{m_E}\right)^2 + \left(\frac{((c_w m_w) + \Gamma)\Delta T_a}{m_E}\right)^2 + \left(\frac{(c_w(m_w + m_E) + \Gamma)\Delta T_e}{m_E}\right)^2 + (c_w \Delta T_s)^2} \quad (18)$$

$$\Delta\lambda_s = \sqrt{\left(\frac{(T_a - T_e)\Delta\Gamma}{m_E}\right)^2 + \frac{(\Gamma + m_w c_w)^2 + (\Gamma + (m_w + m_E)c_w)^2}{m_E^2} (\Delta T)^2} \quad (19)$$

6 Ergebnisse

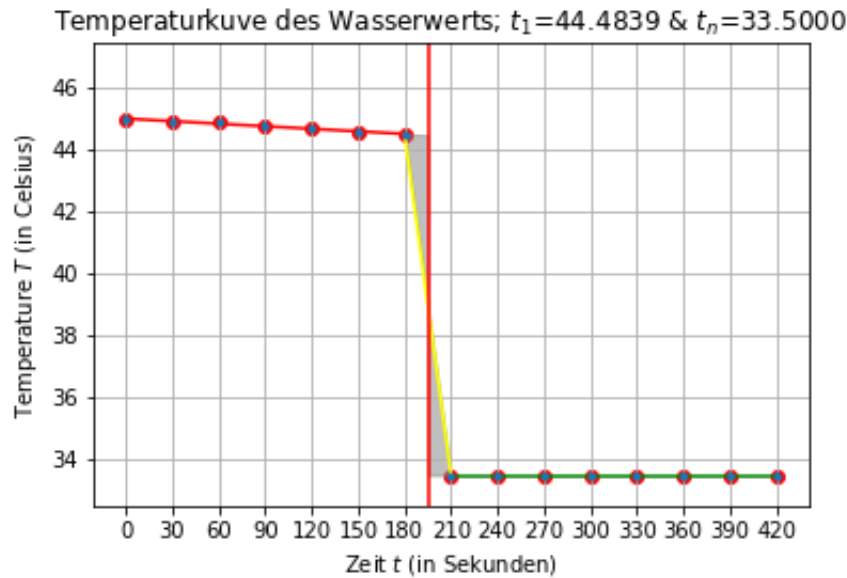
Alle Temperaturfehler werden als 0.1 °C und alle Massenfehler als 0 g angenommen.

6.1 Wasserwert des Dewar-Gefaß

Zur Berechnung des Wasserwertes wurde die Spezifische Wärmekapazität von Wasser c_w als 4.185 J/(gK) angenommen.

Masse 1 m_1	Masse 2 m_2	Temp. T_1	Temp. T_n	Temp. T_2	Wasserwert Γ
99.6 g±0 g	99.5 g±0 g	44.5 °C±0.1 °C	33.5 °C±0.1 °C	21.5 °C±0.1 °C	38.3 J K ⁻¹ ±12.6 J K ⁻¹

Tabelle 1: Wasserwertbestimmung

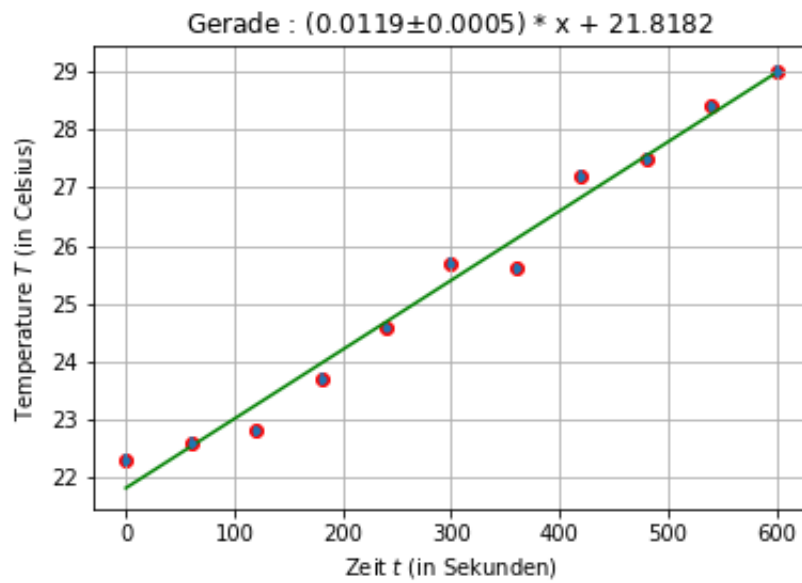


6.2 Ergebnisse der Wärmekapazitätsbestimmung von Wasser

Als Wasserwert Γ in J K^{-1} wurde der aus Tabelle 1 verwendet ($38.3 \text{ J K}^{-1} \pm 12.6 \text{ J K}^{-1}$)

Masse m in g	Spannung U in V	Stromstärke I in V	Steigung s in K s^{-1}	spez. Wärmekap. c_w
$199,8 \pm 0$	4.86 ± 0.00945	2.21 ± 0.00203	0.0119 ± 0.0005	$4.32 \text{ J}/(\text{gK}) \pm 0.02 \text{ J}/(\text{gK})$

Tabelle 2: Wärmekapazitätsbestimmung von Wasser

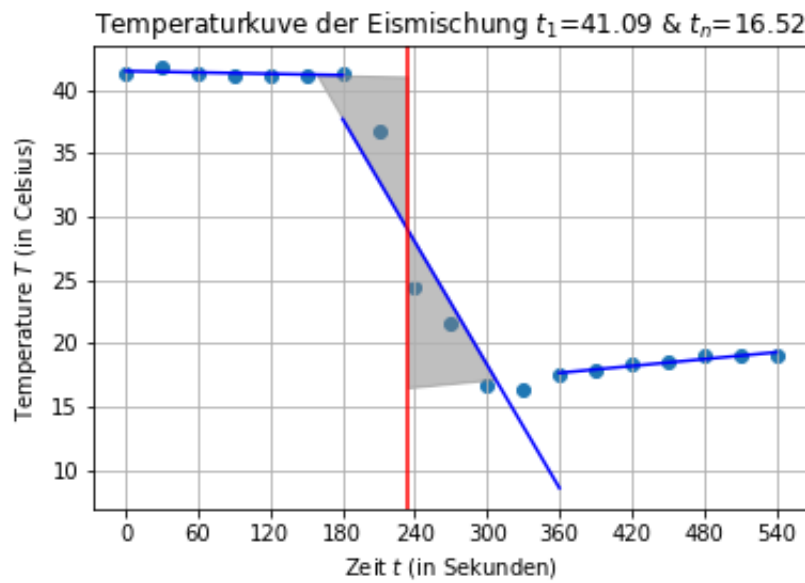


6.3 Ergebnisse der Schmelzwärme

Als Wasserwert Γ in J K^{-1} wurde der aus Tabelle 1 verwendet ($38.3 \text{ J K}^{-1} \pm 12.6 \text{ J K}^{-1}$)

Wasser m in g	Eis m in g	Temp. T_a	Temp. T_e	Temp. T_s	Schmelzwärme λ in J g^{-1}
99.7 ± 0	25.6 ± 0	$41.08^\circ\text{C} \pm 0.1^\circ\text{C}$	$16.52^\circ\text{C} \pm 0.1^\circ\text{C}$	$0^\circ\text{C} \pm 0^\circ\text{C}$	367 ± 12.1

Tabelle 3: Schmelzwärmebestimmung

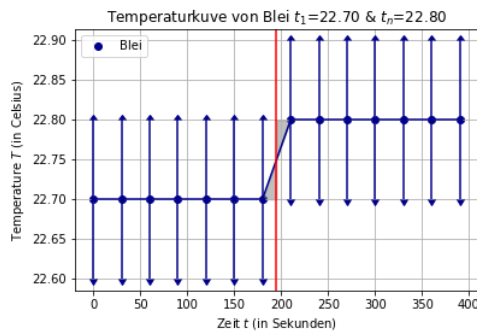


6.4 Ergebnisse der Materialien

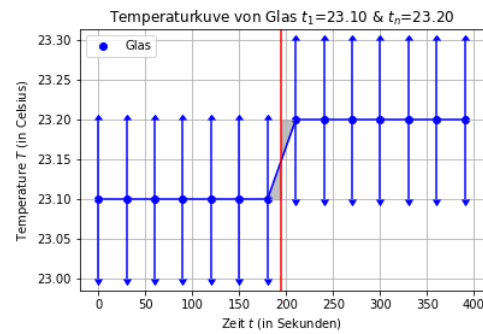
Als Wasserwert Γ in J K^{-1} wurde der aus Tabelle 1 verwendet ($38.3 \text{ J K}^{-1} \pm 12.6 \text{ J K}^{-1}$)

Stoff	Stoff m_k in g	Wasser m_w in g	T_1 in $^{\circ}\text{C}$	T_n in $^{\circ}\text{C}$	T_2 in $^{\circ}\text{C}$	spez. Wärmekap. c_k
Blei	$9,6 \pm 0$	151.9 ± 0	22.7 ± 0.1	22.8 ± 0.1	82.3 ± 0.1	$0.118 \text{ J}/(\text{gK}) \pm 0.232 \text{ J}/(\text{gK})$
Glas	2.7 ± 0	102.1 ± 0	23.1 ± 0.1	23.2 ± 0.1	79.8 ± 0.1	$0.305 \text{ J}/(\text{gK}) \pm 0.527 \text{ J}/(\text{gK})$
Kupfer	10.6 ± 0	102.1 ± 0	22.4 ± 0.1	22.9 ± 0.1	85.2 ± 0.1	$0.353 \text{ J}/(\text{gK}) \pm 0.123 \text{ J}/(\text{gK})$

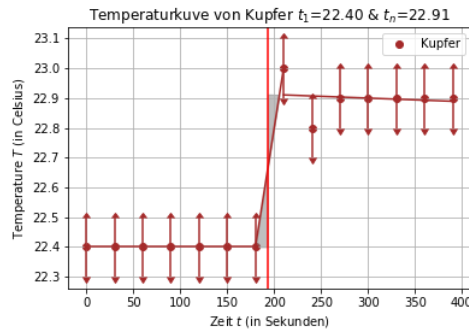
Tabelle 4: Wärmekapazitätsbestimmung von Materialien



(a)



(b)



(c)

7 Auswertung

7.1 Wasserwert des Dewar-Gefäß

Für den Wasserwert ergibt sich ein Wert von 38.3 J K^{-1} mit einem Fehler von $\pm 12.6 \text{ J K}^{-1}$, wie aus der Tabelle 1 abzulesen ist. T_1 und T_n wurden mit Hilfe einer Regressionsgeraden extrapoliert, um einen akkurateren Wert bestimmen zu können. Sowohl der bestimmte Wert, als auch der Fehler, stimmen mit den erwarteten Werten überein ($40 \text{ J K}^{-1} \pm 10 \text{ J K}^{-1}$).

7.2 Wärmekapazität von Wasser

Die selbstbestimmte Wärmekapazität von Wasser $4.32 \text{ J}/(\text{gK}) \pm 0.02 \text{ J}/(\text{gK})$, welche unter Verwendung des zuvor berechneten Wasserwertes bestimmt wurde, deckt sich ebenfalls mit dem erwarteten Wert von $4.185 \text{ J}/(\text{gK})$.

7.3 Schmelzwärme

Der ermittelte Wert der Schmelzwärme des Wassers $367 \text{ J g}^{-1} \pm 12.1 \text{ J g}^{-1}$ ist um ca. 10 % zu hoch, was gegebenenfalls auf den Fakt zurückgeführt werden kann, dass die Ursprungstemperatur des Eises vernachlässigt wird.

7.4 Materialien

Grundsätzlich ist es im Rahmen der Messgenauigkeit der Temperatur quasi nicht möglich akkurate Werte für die spezifische Wärmekapazität der unterschiedlichen Materialien zu treffen. Im Unterkapitel 6.4 wird dies deutlich. Lediglich bei der Messung von Kupfer $0.353 \text{ J}/(\text{gK}) \pm 0.123 \text{ J}/(\text{gK})$, bei der die Masse des Kupfers hoch war und die des Wassers verhältnismäßig niedrig, konnte ein brauchbarer Wert bestimmt werden.

Für Glas $0.305 \text{ J}/(\text{gK}) \pm 0.527 \text{ J}/(\text{gK})$ und Blei $0.118 \text{ J}/(\text{gK}) \pm 0.232 \text{ J}/(\text{gK})$ waren die Verhältnisse der Massen ungeeignet, so dass der Fehler der spezifischen Wärmekapazität zu hoch ist, um eine Aussage über ihren Wert treffen zu können.

8 Zusammenfassung

Abschließend lässt sich sagen, dass die in diesem Versuch verwendeten Messmethoden lediglich adäquat sind zur Bestimmung des Wasserwertes eines Dewar-Gefäßes, der Schmelzwärme von Eis und der Wärmekapazität von Wasser. Werden jedoch Messungen vollzogen in welche die Masse des zu Bestimmenden Objektes gering ist stößt das Verfahren an seine Grenzen auf Grund der Messgenauigkeit des Thermometer.