



Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Ablenkung eines Elektrons im transversalen homogenen elektrostatischen Feld . .	4
1.2	Ablenkung eines Elektrons im transversalen homogenen Magnetfeld	6
2	Durchführung	8
2.1	Ablenkung im transversalen elektrischen Feld	9
2.2	Ablenkung im Transversalen Magnetfeld	9
2.3	Beugung von Elektronenstrahlen, Verifikation der DeBroglie-Beziehung	9
3	Fehlerrechnung	11
3.1	E-Feld	11
3.2	B-Feld	11
3.3	Gitter	11
4	Auswertung	12
4.1	E-Feld	12
4.2	B-Feld	13
4.3	Gitter	14
5	Zusammenfassung	16
6	Anhang	17

Tabellenverzeichnis

1	Auswertung der Messungen im transversalen elektrischen Feld	12
2	Auswertung der Messungen im transversalen magnetischen Feld	14
3	Gitterabstände	15
4	Theoretisch erwartete Durchmesser/ $U_{mess}=10\text{kV}$	15
5	E-Feld Messreihe 1 $U_B = 912.5 \pm 25$ [V]	17
6	E-Feld Messreihe 2 $U_B = 700 \pm 25$	17
7	E-Feld Messreihe 3 $U_B = 500 \pm 25$	17
8	B-Feld Messreihe 1 $U_B = 900 \pm 25$	17
9	B-Feld Messreihe 2 $U_B = 700 \pm 25$	18
10	B-Feld Messreihe 3 $U_B = 500 \pm 25$	18
11	Gitter Messreihe	18

Zielsetzung des Versuchs

Nachweisen des Teilchenwellendualismus. Zum nachweisen der Teilcheneigenschaft wird in einer Oszillographenröhre der Effekt von E- und B-Feldern auf Elektronen untersucht. Für die bestätigung der Wellennatur wird die Beugung von Elektronen an einer kristallinen Schicht aus Kohlenstoffatomen untersucht. Ein Resultierendes Interferenzmuster bestätigt die Wellennatur wobei die Messung ebenfalls die DeBroglie-Beziehung nachweisen kann.

Geräte

- Hochspannungsnetzteil 0 bis 10kV
- Hochspannungsmessgerät
- Regelbares Niederspannungsnetzteile
- Multimeter
- Funktionsgenerator
- Kathodenstrahlrohr und Steuerkasten
- Elektronenbeugröhre mit $10\text{M}\Omega$ Widerstand

1 Theorie

In einem konstanten elektromagnetischen Feld wird die auf ein Elektron einwirkende Kraft als Lorentzkraft beschrieben.

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = -e\vec{E} - e(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (1)$$

- e :Elementarladung
- \vec{E} :elektrisches Feld
- \vec{v} :Geschwindigkeit der Elektronen
- \vec{B} :magnetische Flussdichte

Dabei stellt auf der Rechten Seite $-e\vec{E}$ die vom elektrischen Feld und $-e(\vec{v} \times \vec{B})$ die vom Magnetischen Feld bewirkte Kraft da. Dabei ist letztere proportional zur Geschwindigkeit des Elektrons und zur magnetischen Flussdichte im vorgegebenen Punkt. Zur Bestimmung der Energieabhängigkeit des Elektrons im elektromagnetischen Feld wird eine Skalarmultiplikation zwischen der der Gleichung (1) und dem Vektor \vec{v} durchgeführt :

$$\vec{v} \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}mv^2) = -e(\vec{E}\vec{v}) - e(\vec{v}(\vec{v} \times \vec{B})) \quad (2)$$

Da der zweite Term Null ist, folgt daraus

$$\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}mv^2) = -e(\vec{E}\vec{v}) \quad (3)$$

Das bedeutet, das die kinetische Energie des Elektrons nur durch ein elektrisches Feld geändert werden kann, da die wirkende Kraft des Magnetfeldes immer senkrecht zu \vec{v} steht. Folglich beeinflusst das Magnetfeld die Kinetische Energie nicht, dafür aber die Bewegungsrichtung des Elektrons. Aus Gleichung (3) ergibt sich durch Integration direkt die Energieerhaltung:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= +eU + \text{const.} \quad U=\text{Spannung} \\ E_k + E_p &= \text{const.} \end{aligned} \quad (4)$$

Anmerkung: mit $E = -\text{grad}U = -(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z})$ folgt:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}mv^2) &= -e(E_x v_x + E_y v_y + E_z v_z) \\ &= +e(\frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{dz}{dt}) = e \frac{dU}{dt}. \end{aligned}$$

Die Integrationskonstante aus Gleichung (4) ist aus den Anfangsbedingungen zu bestimmen. Für einen Bewegungsablauf folgt für zwei Zeitpunkte folgende Energiebilanz:

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - eU_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 - eU_1 \quad \text{oder} \quad \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = e(U_2 - U_1).$$

Wird ein Elektron von einem Punkt mit dem Potential U_1 in einen Punkt mit dem Potential U_2 überführt und ist $U_2 - U_1 = U$ gilt also:

$$\frac{mv^2}{2} = eU \quad \text{wobei} \quad \vec{v}_1 = 0 \quad \text{und} \quad \vec{v}_2 = \vec{v} \quad \text{ist.}$$

Die Energie einzelner Teilchen wird dabei in Elektronenvolt angegeben. Ein eV ist dabei die Energie, die ein mit der Elementarladung behaftetes Teilchen gewinnt bzw. verliert wenn es die Strecke zwischen zwei Punkten im Elektrischen Feld, deren Potentialdifferenz 1V beträgt, zurücklegt.

$$1\text{eV} = 1,602 \times 10^{-19}\text{C} \times 1\text{V} = 1,602 \times 10^{-19}\text{Ws}$$

1.1 Ablenkung eines Elektrons im transversalen homogenen elektrostatischen Feld

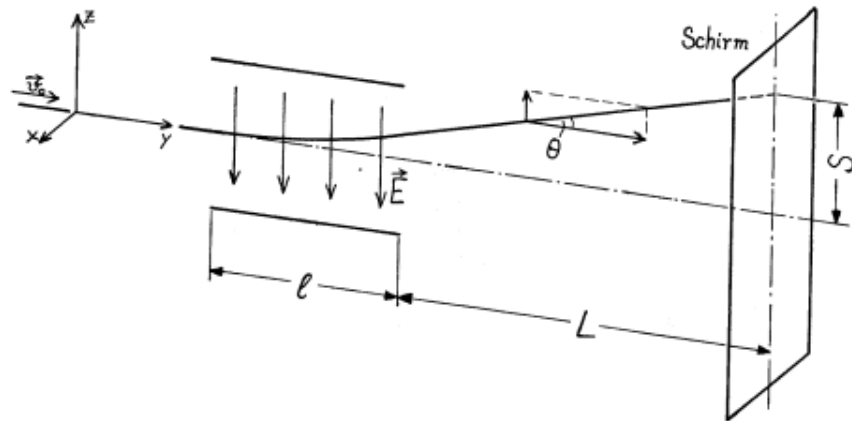


Abbildung 1: Schematische Zeichnung einer Oszillographenröhre mit Koordinatensystem

- \vec{v}_0 :Anfangsgeschwindigkeit
- \vec{E} :elektrisches Feld
- θ :Ablenkwinkel
- l :Länge der Ablenkplatten
- L :Abstand zwischen den Ablenkplatten
- S :abgelenkte Strecke

Mit $\vec{B} = 0$ und bei geeigneter Wahl des Koordinatensystems (siehe Abbildung 1) gilt: $E_x = E_y = 0$. In Abb.1 hat das Feld die Richtung der Negativen z-Achse. Durchläuft nun ein Elektron die Beschleunigungsspannung so erhält es eine Anfangsgeschwindigkeit \vec{v}_0 . Ab dem Augenblick des Eintritts in den Ablenkkondensator liegt dieser Geschwindigkeitsvektor in der y-z-Ebene. Die Gleichung für die Elektronenbewegung kann jetzt in folgender Form geschrieben werden:

$$\begin{aligned} m\ddot{z} &= eE_z, \\ m\ddot{y} &= 0. \end{aligned}$$

Durch zweifache Integration ergibt sich die allgemeine Lösung dieses Systems für $t = 0$ im Koordinatenursprung:

$$y = c_{y1}t + c_{y2},$$

$$z = \frac{1}{2} \frac{e}{m} E_z t^2 + c_{z1}t + c_{z2}$$

Die Integrationskonstanten ergeben sich aus den Anfangsbedingungen:

$$\begin{aligned} y(0) &= 0 & \Rightarrow c_{y2} &= 0, \\ \dot{y}(0) &= v_0 \cos \phi_0 & \Rightarrow c_{y1} &= v_0 \cos \phi_0, \\ z(0) &= 0 & \Rightarrow c_{z2} &= 0, \\ \dot{z}(0) &= v_0 \sin \phi_0 & \Rightarrow c_{z1} &= v_0 \sin \phi_0. \end{aligned}$$

Damit erhält man Lösungen der Form:

$$y = v_0 t \cos \phi_0,$$

$$z = \frac{1}{2} \frac{e}{m} E_z t^2 + v_0 t \sin \phi_0.$$

Zusätzlich kann angenommen werden, dass \vec{v}_0 senkrecht zu \vec{E} steht woraus folgt, dass $\vec{v}_0 = |v_0| \frac{\vec{y}}{|\vec{y}|}$ und $\phi_0 = 0$, wobei $\frac{\vec{y}}{|\vec{y}|}$ = Einheitsvektor in y-Richtung. Dies führt zu:

$$y = v_0 t \quad \text{und} \quad z = \frac{1}{2} \frac{e}{m} E_z t^2.$$

Durch Elimination von t erhält man eine Parabelbahn:

$$z = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \frac{E_z}{v_0^2} y^2.$$

Nach verlassen des Ablenkcondensators sind die Elektronen bezüglich der z-Achse um den Winkel Θ verschoben, welcher aus der Steigung ermittelt werden kann (siehe Abbildung 1):

$$\tan \Theta = \left(\frac{dz}{dy} \right)_{y=l} \simeq \frac{S}{L} \quad \text{für} \quad L \gg S,$$

$$\tan \Theta = \frac{e}{m} \frac{E_z}{v_0^2} l.$$

Das Transversale elektrische Feld zwischen den Ablenkplatten ist:

$$E_z = \frac{1}{d} U_0 \tag{5}$$

d :Plattenabstand

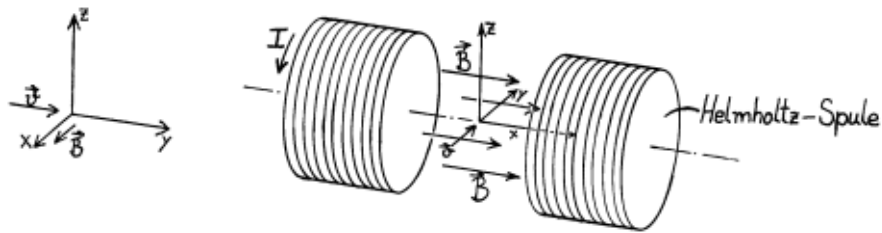
U_0 :anliegende Spannung

Und mit Hilfe des Energiesatzes $\frac{1}{2}mv^2 = eU_B$ folgt:

$$\tan \Theta = \frac{1}{2U_B} \frac{U_0}{d} l.$$

$$d = \frac{L \cdot l}{2 \cdot m} \quad (6)$$

Wir betrachten nun die Ablenkung eines parallelen Elektronenstrahlbündels im transversalen Magnetfeld.



\vec{B} : magnetische Flussdichte
 I : Strom
 \vec{v} : Geschwindigkeit

The diagram illustrates a particle's path in a magnetic field. A coordinate system is shown with axes x , y , and z . The magnetic field vector \vec{B} is along the z -axis, and the force vector \vec{F} is perpendicular to it. The particle's trajectory is a curve in the xy -plane, starting at point O and ending at point A . The distance from O to A is l . A vertical line segment PC is drawn from point P on the trajectory to point C on a vertical screen. The distance from O to C is L . The screen is labeled "Schirm". The distance from the screen to the z -axis is D . The angle between the trajectory and the vertical line PC is θ . The angle between the trajectory and the horizontal line OA is α . The angle between the trajectory and the vertical line PC is θ . The angle between the trajectory and the horizontal line OA is α .

6

\vec{v} : Anfangsgeschwindigkeit
 R : Radius der Kreisbahn
 θ : Rotationswinkel
 \vec{B} : magnetische Flussdichte
 l : Abstand in dem das Feld wirkt
 L : Abstand zum Schirm
 a : Abstand zur x-Achse
 D : Abgelenkte Strecke

Das Feld wirke auf l , was der Strecke OA entspricht. Im Abstand $l + L$ was der Strecke OC entspricht ist ein Flourenzschirm angebracht, auf dem D gemessen wird. Da die Lorentzkraft immer Senkrecht zur Bewegungsrichtung ist, verändert sich lediglich die Richtung von \vec{v} nicht aber ihr Betrag $|\vec{v}|$. Durch gleichsetzen von Lorentzkraft und Zentrifugalkraft erhält man den Radius der Kreisbahn des Elektrons der es innerhalb des Feldes folgt:

$$e|\vec{v}|B = \frac{1}{R}mv^2 \quad m = \text{Masse des Elektrons} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{mv}{e} \frac{1}{B}.$$

Nach Abb.3 bewegt sich das Elektron nach verlassen des Feldes unter dem Winkel Θ zur y-Achse gradlinig weiter. Daraus folgt:

$$\sin\Theta = \frac{l}{R} = \frac{leB}{mv}$$

Der Abstand a lässt sich berechnen durch:

$$a = R - R\cos\Theta = R(1 - \cos\Theta) = \frac{mv}{Be}(1 - \cos\Theta)$$

Die Elektronen treffen auf den Schirm im Abstand D vom ursprünglich unabgelenkten Strahl:

$$D = L\tan\Theta + a = L\Theta + R\left(\frac{1}{2}\Theta^2\right)$$

Unter der Annahme, dass Θ sehr klein ist gilt:

$$\begin{aligned} \sin\Theta &= \tan\Theta = \Theta \\ \cos\Theta &= 1 - \frac{\Theta^2}{2}. \end{aligned}$$

Mit Hilfe von:

$$\Theta = \frac{l}{R} = \frac{leB}{mv},$$

und der Energiebilanz

$$\frac{m}{2}v^2 = eU_b,$$

folgt für die Ablenkung D:

$$D = \frac{leB}{\sqrt{2emU_B}}\left(L + \frac{1}{2}l\right) \quad U_B = \text{Beschleunigungsspannung}$$

2 Durchführung

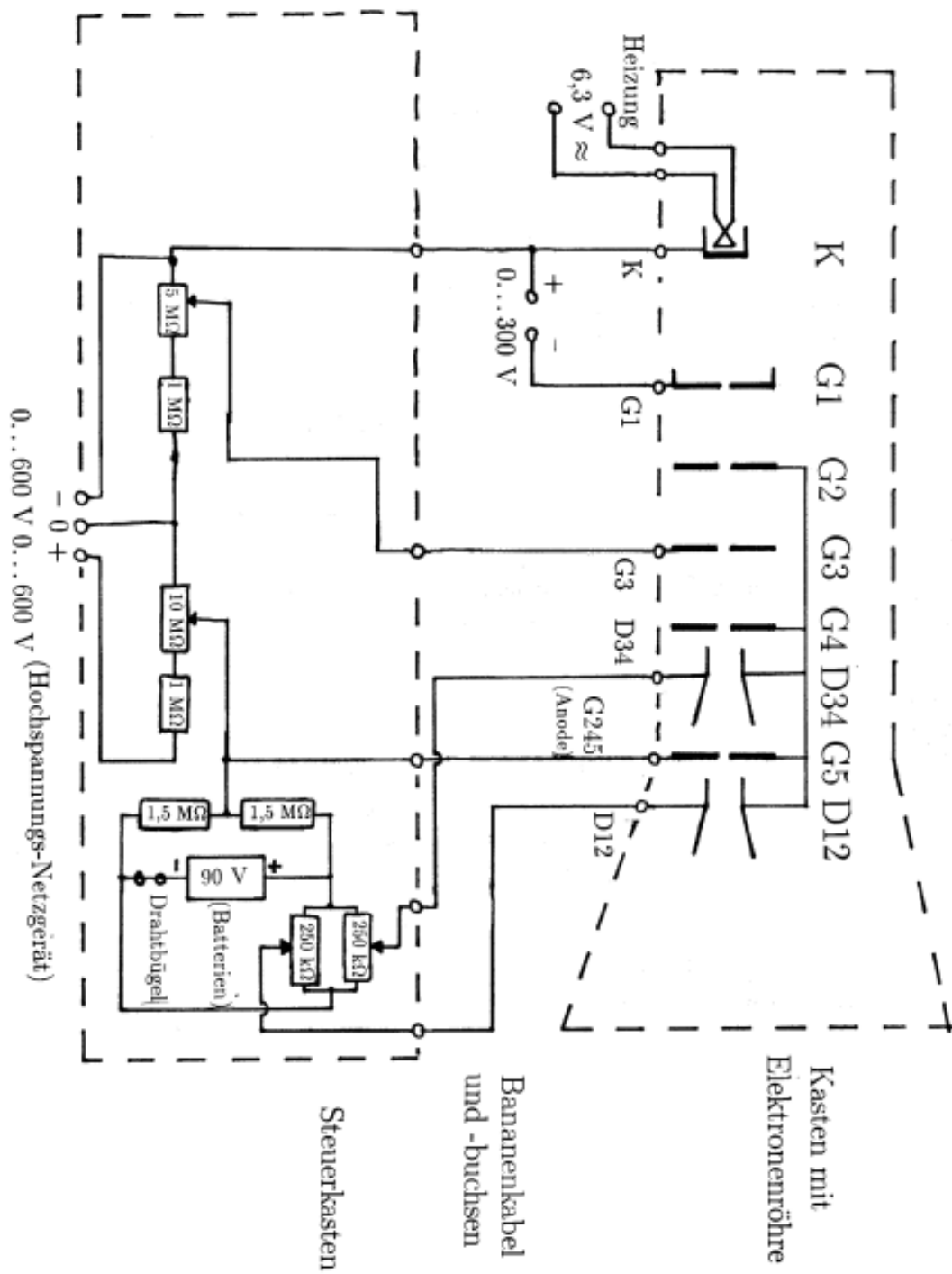


Abbildung 4: Schaltplan für die Oszillographenröhre

2.1 Ablenkung im transversalen elektrischen Feld

Die Oszillographenröhre wird Dem Schaltplan entsprechend verkabelt und in betrieb gesetzt. Der resultierende Leuchtfleck wird scharf gestellt $\Leftrightarrow U_{D12} = U_{D34} = 0$, d.h. die Anschlüsse D12 und D34 werden mit G245 verbunden, wobei D34 über den gesamten versuch mit G245 verbunden bleibt.

Für eine konstante Beschleunigungsspannung U_B wird die Ablenkung S_{12} als Funktion der Ablenkspannung U_{D12} gemessen und in einem Diagramm aufgetragen.

Diese Messungen werden für insgesamt drei verschiedene Beschleunigungsspannungen U_B durchgeführt.

Als graphische Darstellung dieser Messreihen werden Ursprungsgraden erwartet ($S_{12} = k_{12} \cdot U_{D12}$) aus welchen die Steigungen k_{12} der Graden und das Produkt $k_{12} \cdot U_B$ der Steigungen mit der Jeweiligen Beschleunigungsspannung ermittelt werden kann. Dabei sollten letztere Produkte bei allen Graden etwa übereinstimmen.

Aus dem zu bestimmenden Mittelwert der drei Produkte lässt sich mit den Abständen $L_{12} = (75 \pm 2)\text{mm}$ und $l_{12} = (35 \pm 2)\text{mm}$ nach Formel (6) der Plattenabstand d_{12} bestimmen.

2.2 Ablenkung im Transversalen Magnetfeld

Die Röhre wird wie in 2.1 betrieben. Die Ablenkplatten werden jedoch nicht benutzt und werden daher an die Anode G245 angeschlossen um eine statische Aufladung zu verhindern, die eine ungewollte Ablenkung zur folge haben könnte. Da im weiteren Versuch die Spannungen U_{12} und U_{34} nicht mehr benötigt werden kann der 90-V-Batterieblock durch Entfernung des Drahtbügels deaktiviert werden.

Da die beiden Spulen in Reihe geschaltet sind addieren sich ihre Magnetfelder. Gemessen wird die an den Spulen anliegende Spannung U_S , die proportional zum Strom der durch die Spulen fließt und so auch proportional zum Magnetfeld ist.

Für eine konstante Beschleunigungsspannung U_B wird die Strahlablenkung S_S als Funktion der Spulenspannung U_S gemessen und graphisch dargestellt.

Diese Messung wird zwei mal für unterschiedliche Beschleunigungsspannungen durchgeführt.

Als graphische Darstellung dieser Messreihen werden Ursprungsgraden erwartet ($S_S = k_S \cdot U_S$) aus welchen die Steigungen k_S der Graden und das Produkt $k_S \cdot \sqrt{U_B}$ ermittelt werden kann.

2.3 Beugung von Elektronenstrahlen, Verifikation der DeBroglie-Beziehung

Für diesen Versuchsteil wird eine Elektronenbeugungsröhre verwendet, bei der ein Elektronenstrahl durch eine Graphitfolie tritt. Eine detaillierte Bedienungsanleitung zur Beugungsröhre ist auf der Praktikums homepage zu finden:

<http://www.atlas.uni-wuppertal.de/kind/APPRAK.HTML>

Da mit Hochspannung gearbeitet wird sind entsprechende Schutzmaßnahmen vor Inbetriebnahme der Gerätschaften zu treffen.

Da die Kohlenstoffkristalle eine Hexagonale Geometrie aufweisen, existieren zwei relevante Gitterkonstanten (Literaturwerte $d_1 = 0,123$ und $d_2 = 0,213$)d die im Verhältnis $1 : \sqrt{3}$ zueinander

stehen.

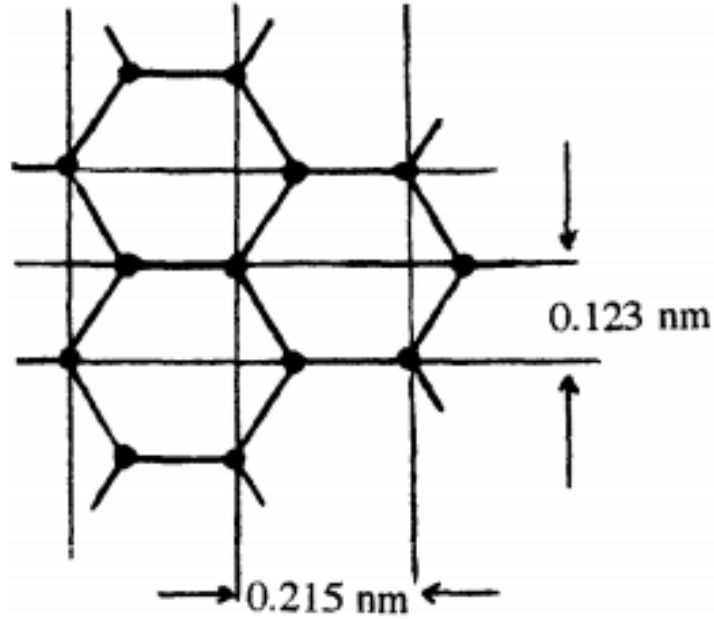


Abbildung 5: Symmetrie der Kohlenstoffkristalle

Nun können die entstehenden Beugungsringe beobachtet und deren Durchmesser als Funktion der Beschleunigungsspannung gemessen werden. Für die De-Broglie Wellenlänge λ und den Impuls der Elektronen p gilt:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (7)$$

$$E = eU_a = \frac{p^2}{2m_e} \quad (8)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e U_a}} = \sqrt{\frac{h^2}{2m_e U_a}} \quad (9)$$

Die beiden erkennbaren Ringe genügen der Bragg-Bedingung.

$$2d_{1,2} \sin \vartheta_{1,2} = \lambda = \sqrt{\frac{1500kV}{U_a}} pm$$

Wobei $\vartheta_{1,2}$ die von der Anodenspannung abhängigen Beugungswinkel des Elektronenstrahls darstellen. Die Beugungswinkel können nach der Bestimmungsgleichung

$$\vartheta = \frac{1}{4} \arcsin \frac{2r}{D}$$

aus den jeweiligen Durchmessern D_i bzw. den jeweiligen Radien r_i der Beugungsringe ermittelt werden. D ist der Glaskolbendurchmesser. Deswegen sollte sich bei Gültigkeit der DeBroglie-Beziehung $\lambda = h/p$ ein linearer Zusammenhang zwischen $U_a^{-1/2}$ und dem Durchmesser D_i des

i-ten Beugungsrings ergeben. Mithilfe eines entsprechenden Diagramms kann dies Verifiziert werden. Aus den entsprechenden Graden können nun ebenfalls die jeweiligen Gitterkonstanten der Kohlenstoffkristalle ermittelt werden mit der Steigung $b=2r \cdot U_a$

$$U_a = U_{mess} - I \cdot R \quad (10)$$

$$d_{12} = \frac{2hD}{b\sqrt{2m_e e}} \quad (11)$$

3 Fehlerrechnung

Für den Fehler der Hochspannung ergibt sich sowohl beim E-Feld als auch beim B-Feld folgender Fehler, wobei Δx den Fehler des abgelesenen Wert beschreibt

$$\Delta U_B = \frac{\Delta x \cdot 1500V}{30} \quad (12)$$

3.1 E-Feld

Der Fehler des Produktes aus $U_B \cdot k_{12}$ wird nach Gauss folgender maßen bestimmt:

$$\Delta(U_B \cdot k_{12}) = \sqrt{(U_B \cdot \Delta k_{12})^2 + (k_{12} \cdot \Delta U_B)^2} \quad (13)$$

Die Formel für den Plattenabstandsfehler lautet:

$$\Delta d = \sqrt{\left(\frac{\Delta L l}{2m}\right)^2 + \left(\frac{L \Delta l}{2m}\right)^2 + \left(\frac{L l \Delta m}{2m^2}\right)^2} \quad (14)$$

mit m als den gewichteten Mittelwert.

$$\Delta m = \frac{1}{\sqrt{\sum \frac{1}{\sigma_i^2}}} \quad (15)$$

3.2 B-Feld

Der Fehler des Produktes aus $U_B \cdot k_{12}$ wird beim B-Feld ebenfalls nach Gauss bestimmt:

$$\Delta(\sqrt{U_B} \cdot k_{12}) = \sqrt{\left(\frac{k_{12} \Delta U_B}{2\sqrt{U_B}}\right)^2 + \left(\sqrt{U_B} \cdot \Delta k_{12}\right)^2} \quad (16)$$

3.3 Gitter

$$\Delta d_{12} = \frac{2hD\Delta b}{b^2\sqrt{2m_e e}} \quad (17)$$

Bei allen werten müssen zudem die Unvermeidbaren Störfelder wie zb. das Erdmagnetfeld oder die Transformatoren Felder beachtet werden.

4 Auswertung

4.1 E-Feld

Um den Einfluss des E-Feldes auf Elektronen zu überprüfen, werden diese mit einer festen aber beliebigen Beschleunigungsspannung U_B beschleunigt. Die Ablenkspannung U_{12} wird dann gegen die entsprechende, auf dem Millimeterpapier abgelesene Ablenkung S_{12} aufgetragen. Es ist anzumerken, dass die maximale negative Spannung und ihre entsprechende Ablenkung als Nullpunkt gewählt worden ist.

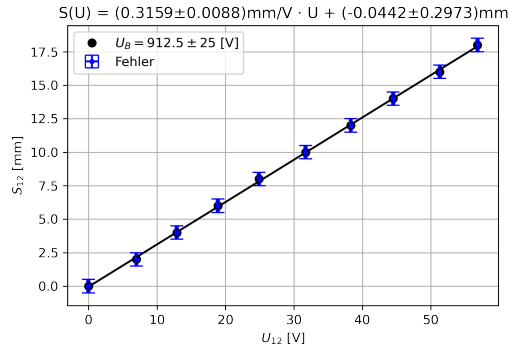


Abbildung 6: Messreihe 1

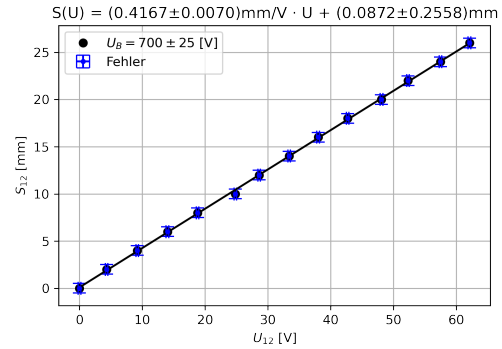


Abbildung 7: Messreihe 2

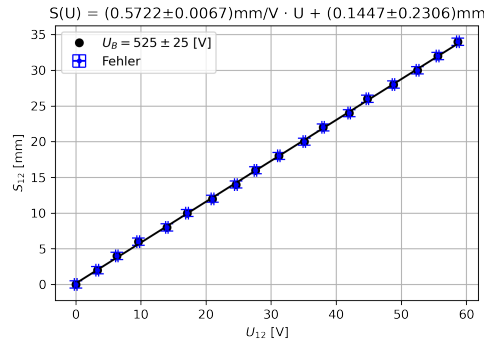


Abbildung 8: Messreihe 3

Eine Ursprungsgerade ist deutlich, in allen drei Fällen, zu erkennen. Der lineare Zusammenhang ist das Resultat der Kleinwinkelnäherung von Tangens in Gleichung 1.1. Die Abweichung des Y-Achsenabschnitts von 0 kann somit durch die Näherung erklärt werden.

Um den Zusammenhang zur Beschleunigungsspannung zu ermitteln und die Ergebnisse zu überprüfen, wird U_B mit der Steigung k_{12} multipliziert:

Tabelle 1: Auswertung der Messungen im transversalen elektrischen Feld

U_B [V]	912.5±25.0	700±25.0	525±25.0	gew. Mittelwert
k_{12} [mm/V]	0.3159 ± 0.0088	0.4167 ± 0.0070	0.5722 ± 0.0067	
$U_B \cdot k_{12}$ [mm]	288.3 ± 11.2	291.7 ± 11.5	300.4 ± 14.7	292.3 ± 7.1

Das Ergebnis zeigt eine reziproke Proportionalität zwischen U_B und k_{12} . Dies ist zu erwarten, da die Elektronen durch eine höhere Beschleunigungsspannung sich schneller durch den Kondensator bewegen und somit für eine geringere Zeit der ablenkenden Kraft ausgesetzt sind. Eine geringere Steigung bzw. Antiproportionalität ist das Resultat.

Unter Verwendung des Produktes und der Werte für L, l aus dem Skript, kann ebenfalls die Distanz zwischen den Kondensatorplatten des ablenkenden Kondensators bestimmt werden. Es ergibt sich ein Abstand von $d=4.48\pm0.30$ mm. Dieser Wert ist zwar in Relation zum Angegebenen, von 3.5 ± 0.5 mm[1], um 28% zu groß, jedoch stimmt dieser, innerhalb seiner Fehler, mit den berechneten Werten aller anderen Gruppen überein.

4.2 B-Feld

Der Einfluss eines B-Feldes auf bewegende Elektronen wird ebenfalls überprüft. Eine Korrelation, wie bei dem zuvor vermessen E-Feld wird erneut vermutet, da unter Verwendung mehrerer Kleinwinkelnäherungen die Gleichung 1.2 einen linearen Zusammenhang zwischen der Ablenkung und dem B-Feld (somit ebenfalls der Spannung fürs B-Feld) voraussagt.

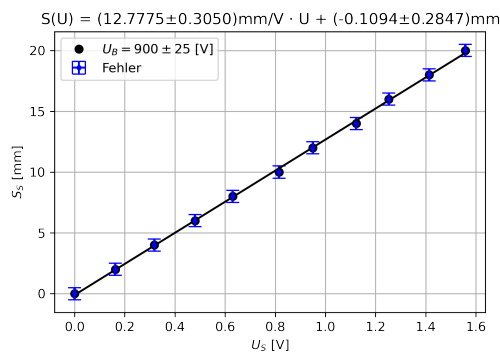


Abbildung 9: Messreihe 1

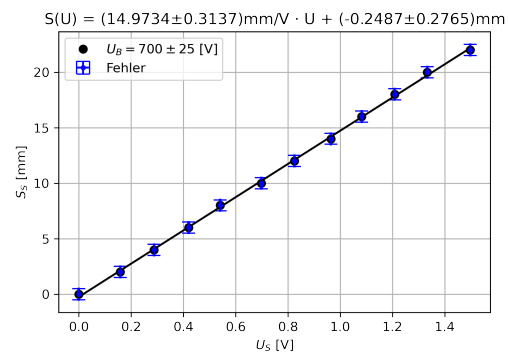


Abbildung 10: Messreihe 2

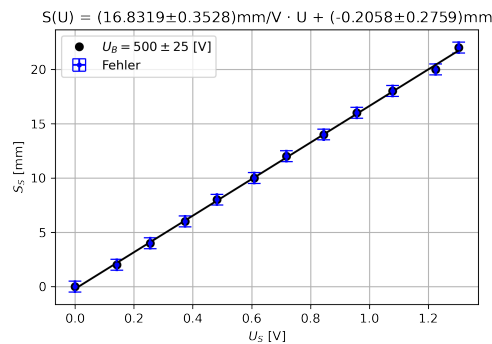


Abbildung 11: Messreihe 3

Wie zu erwarten ergeben sich drei deutlich erkennbare Ursprungsgeraden, deren Fehler sich sowohl durch Messgenauigkeiten, als auch durch die Kleinwinkelnäherungen erklären lassen.

Aus der Gleichung 1.2 ist es ebenfalls möglich den Einfluss der Beschleunigungsspannung zu ermitteln. Sie sagt vorher, dass die Wurzel aus U_B eine umgekehrte Proportionalität zu der Steigung $k_s(\frac{S_s}{U_s})$ besitzt. Zur Untersuchung wird das Produkt aus k_s und $\sqrt{U_B}$ gebildet:

Tabelle 2: Auswertung der Messungen im transversalen magnetischen Feld

U_B [V]	900 ± 25.0	700 ± 25.0	500 ± 25.0
k_s [mm/V]	12.78 ± 0.31	14.97 ± 0.31	16.83 ± 0.35
$\sqrt{U_B} \cdot k_s$ [mm/ \sqrt{V}]	383.3 ± 29.2	396.2 ± 36.4	376.4 ± 44.5

Es zeigt sich, dass die Produkte, im Rahmen der Fehler, übereinstimmen und somit eine Antiproportionalität zwischen k_s und $\sqrt{U_B}$ besteht.

4.3 Gitter

Um nun die Welleneigenschaft von Teilchen nachzuweisen, werden Elektronen auf ein Graphitgitter beschleunigt und der Durchmesser der entstehenden Interferenzringe vermessen¹. Die Spannung, mit welcher die Elektronen beschleunigt werden, ergibt sich nach folgender Gleichung:

$$U = U_{mess} - I \cdot R$$

Wobei I-R den Spannungsabfall über den stromlimitierenden Widerstand darstellt. Es wird nun der Durchmesser der entstehenden Interferenzringe gegen $1/\sqrt{U}$ aufgetragen um im Nachhinein die Gitterkonstante berechnen zu können nach Gleichung 11.

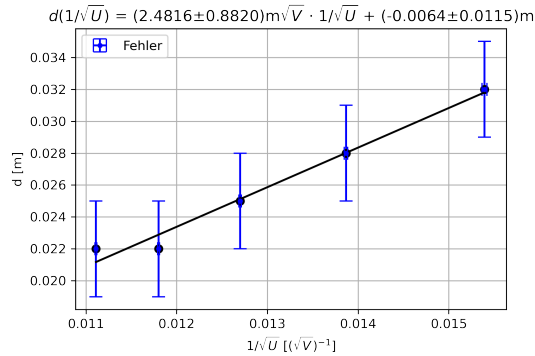


Abbildung 12: Innerer Kreis

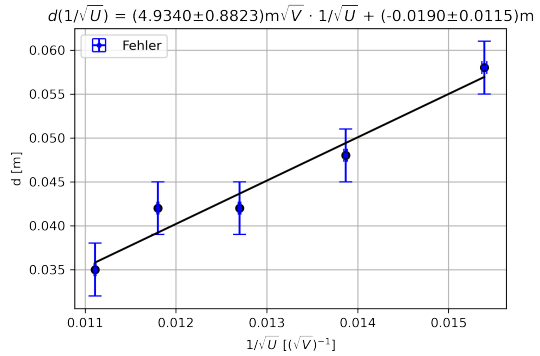


Abbildung 13: Äußerer Kreis

¹Die Messdaten wurden in Kooperation mit Lea Hochkirchen & Peter Weber aufgenommen.

Aus der Geradensteigung können nun nach Gleichung 11 die Gitterkonstanten bestimmt werden, wobei der äußere Ring zu der kleineren Gitterkonstante korrespondiert und umgekehrt. Da der errechnete Wert (1 Ord. / kein Offset) jeweils signifikant vom Literaturwert abweicht, werden die Gitterkonstanten unter verschiedenen Annahmen bestimmt:

Tabelle 3: Gitterabstände

	Innerer Ring	Äußerer Ring
Literaturwert:	0.215 nm	0.123 nm
Annahme: 1 Ordnung	0.125 ± 0.049 nm	0.063 ± 0.012 nm
Annahme: 2 Ordnung	0.251 ± 0.090 nm	0.126 ± 0.023 nm
Annahme: 1 Ord. & $I_{offset} = 0.17mA$	0.217 ± 0.078 nm	0.109 ± 0.020 nm

Es ist Anzumerken, dass das erwartete Verhältnis von $1:\sqrt{3}$ für die 1 Ordnung annähernd stimmt: $1:(1.14 \cdot \sqrt{3})$. Es ist somit von einem signifikanten systematischen Fehler auszugehen. Zur Überprüfung der Annahmen wird der Literaturwert der Gitterkonstanten herbeigezogen, um die erwarteten Durchmesser, unter den verschiedenen Annahmen, mit dem Gemessenen zu vergleichen.

Tabelle 4: Theoretisch erwartete Durchmesser/ $U_{mess}=10kV$

	Innerer Ring	Äußerer Ring
Gemessen:	$0.022 \pm 0.003m$	$0.035 \pm 0.003m$
Kein Offset/ $U=8.1kV$		
Ordnung 1:	0.016m	0.027m
Ordnung 2:	0.032m	0.055m
Offset= $0.17mA/U=6.4kV$		
Ordnung 1:	0.018m	0.031m
Ordnung 2:	0.036m	0.062m

Aus dem Vergleich geht hervor, dass die Annahme einer Offsetstromstärke von 0.17mA sich am meisten mit den gemessenen Daten deckt. Basierend auf diese Annahme ergeben sich somit die Gitterabstände:

$$d_1 = 0.217 \pm 0.078nm \quad \& \quad d_2 = 0.109 \pm 0.020nm$$

Die Messwerte stimmen nun, im Rahmen der Fehler, mit den Literaturwerten überein, wobei anzumerken ist dass eben diese teilweise benutzt wurden zur Einschätzung des Offsets. Da die Elektronen eine Geschwindigkeit von ca. 15% der Lichtgeschwindigkeit besitzen sind relativistische Fehler nicht auszuschließen.

5 Zusammenfassung

In dieser Versuchsreihe wurde nachgewiesen, dass Elektronen sich u.A. wie Teilchen verhalten. Dies geschah indem der Einfluss von E- und B-Feldern theoretisch, unter Annahme eines Teilchen, vorhergesagt und experimentell bestätigt wurde.

Basierend auf den experimentellen Daten wurde zudem der Plattenabstand des ablenkenden Kondensator bestimmt. Dieser ist zwar um ca 28% zu groß, bezogen auf den angegeben Wert, jedoch deckt sich diese Abweichung mit den Resultaten anderer Gruppen, wodurch vorerst nicht auf die Qualität der Messung geschlossen werden kann.

Im dritten Teil der Versuchsreihe wurde die Welleneigenschaft von Elektronen bestätigt. Erwiesen wurde diese durch Verifizieren der Bragg-Gleichung bzw. der Beobachtung von Interferenzmustern, für die massbehafteten Elektronen. Es konnte letztlich zwar nicht durch die reinen Messwerte auf die beiden Gitterabstände geschlossen werden, allerdings wurde das Verhältnis der Abstände annähernd bestätigt. Die Bragg-Bedingung konnte teilweise verifiziert werden.

Es ist anzumerken, dass während der gesamten Versuchsreihe eine Fülle an äußeren Fehlerquellen vorhanden war, wodurch systematische Fehler zur Verfälschung der Messwerte geführt haben.

Literatur

- [1] http://www.atlas.uni-wuppertal.de/~kind/AP9_0920.pdf

6 Anhang

Tabelle 5: E-Feld Messreihe 1
 $U_B = 912.5 \pm 25$ [V]

S_{12} [mm]	U_{12} [V]
0.00±0.50	0.00±0.20
2.00±0.50	7.00±0.20
4.00±0.50	12.90±0.20
6.00±0.50	18.90±0.20
8.00±0.50	24.90±0.20
10.00±0.50	31.70±0.20
12.00±0.50	38.30±0.20
14.00±0.50	44.50±0.20
16.00±0.50	51.30±0.20
18.00±0.50	56.80±0.20

Tabelle 6: E-Feld Messreihe 2
 $U_B = 700 \pm 25$

S_{12} [mm]	U_{12} [V]
0.00±0.50	0.00±0.20
2.00±0.50	4.30±0.20
4.00±0.50	9.20±0.20
6.00±0.50	14.00±0.20
8.00±0.50	18.80±0.20
10.00±0.50	24.80±0.20
12.00±0.50	28.60±0.20
14.00±0.50	33.40±0.20
16.00±0.50	38.00±0.20
18.00±0.50	42.70±0.20
20.00±0.50	48.10±0.20
22.00±0.50	52.30±0.20
24.00±0.50	57.50±0.20
26.00±0.50	62.10±0.20

Tabelle 7: E-Feld Messreihe 3
 $U_B = 500 \pm 25$

S_{12} [mm]	U_{12} [V]
0.00±0.50	0.00±0.20
2.00±0.50	3.30±0.20
4.00±0.50	6.30±0.20
6.00±0.50	9.60±0.20
8.00±0.50	14.00±0.20
10.00±0.50	17.10±0.20
12.00±0.50	21.00±0.20
14.00±0.50	24.60±0.20
16.00±0.50	27.60±0.20
18.00±0.50	31.20±0.20
20.00±0.50	35.10±0.20
22.00±0.50	38.00±0.20
24.00±0.50	42.00±0.20
26.00±0.50	44.80±0.20
28.00±0.50	48.80±0.20
30.00±0.50	52.50±0.20
32.00±0.50	55.60±0.20
34.00±0.50	58.70±0.20

Tabelle 8: B-Feld Messreihe 1
 $U_B = 900 \pm 25$

S_S [mm]	U_S [V]
0.00±0.50	0.000±0.200
2.00±0.50	0.162±0.200
4.00±0.50	0.318±0.200
6.00±0.50	0.480±0.200
8.00±0.50	0.630±0.200
10.00±0.50	0.815±0.200
12.00±0.50	0.950±0.200
14.00±0.50	1.123±0.200
16.00±0.50	1.253±0.200
18.00±0.50	1.414±0.200
20.00±0.50	1.558±0.200

Tabelle 9: B-Feld Messreihe 2
 $U_B = 700 \pm 25$

S_S [mm]	U_S [V]
0.00±0.50	0.000±0.200
2.00±0.50	0.159±0.200
4.00±0.50	0.288±0.200
6.00±0.50	0.420±0.200
8.00±0.50	0.541±0.200
10.00±0.50	0.698±0.200
12.00±0.50	0.825±0.200
14.00±0.50	0.964±0.200
16.00±0.50	1.082±0.200
18.00±0.50	1.208±0.200
20.00±0.50	1.333±0.200
22.00±0.50	1.497±0.200

Tabelle 10: B-Feld Messreihe 3
 $U_B = 500 \pm 25$

S_S [mm]	U_S [V]
0.00±0.50	0.000±0.200
2.00±0.50	0.142±0.200
4.00±0.50	0.255±0.200
6.00±0.50	0.374±0.200
8.00±0.50	0.482±0.200
10.00±0.50	0.609±0.200
12.00±0.50	0.718±0.200
14.00±0.50	0.845±0.200
16.00±0.50	0.957±0.200
18.00±0.50	1.079±0.200
20.00±0.50	1.225±0.200
22.00±0.50	1.303±0.200

Tabelle 11: Gitter Messreihe

U_{mess} [V]	I [μ A]	U_a [V]	x	D Ring innen	D Ring außen
10000±100	190.00±10.00	8100.0±100.5	0.0111±0.0001	0.022±0.003	0.035±0.003
9000±100	182.00±10.00	7180.0±100.5	0.0118±0.0001	0.022±0.003	0.042±0.003
8000±100	180.00±10.00	6200.0±100.5	0.0127±0.0001	0.025±0.003	0.042±0.003
7000±100	180.00±10.00	5200.0±100.5	0.0139±0.0001	0.028±0.003	0.048±0.003
6000±100	178.00±10.00	4220.0±100.5	0.0154±0.0002	0.032±0.003	0.058±0.003