Задание 2

Александр Андреев

May 2021

1 Условие

$f(x, y) = \exp^{\frac{x+y}{2}}(x^2 - 4y^2)^3$

2 Решение

- Найдем стационарные точки:
  1. для этого решим систему:
     (a)
     $$\begin{cases} f(x,y)'_x = 0 \\ f(x,y)'_y = 0 \end{cases}$$
     (b)
     $$\begin{cases} \frac{1}{2}(x^2 - 4y^2)^2(x^2 + 12x - 4y^2)\exp^{\frac{x+y}{2}} = 0, \text{сократим на экспоненту, т.к } e^x! = 0 \\ \frac{1}{2}(x^2 - 4y^2)^2(x^2 - 4y(y + 12))\exp^{\frac{x+y}{2}} = 0 \end{cases}$$
     $$\begin{cases} (x^2 - 4y^2)^2(x^2 + 12x - 4y^2) = 0 \\ (x^2 - 4y^2)^2(x^2 - 4y(y + 12)) = 0 \end{cases}$$
     $$\left[\begin{array}{c} x = \pm 2y \\ x = 0, y = 0 \\ x = -16, y = 4 \end{array}\right.$$
  2. Проверяем достаточное условие экстремума:
     (a) $f(x,y)''_{xx} = \frac{1}{2}(2x+12)e^{(x+y)/2}\left(x^2 - 4y^2\right)^2 + \frac{1}{4}e^{(x+y)/2}\left(x^2 + 12x - 4y^2\right)\left(x^2 - 4y^2\right)^2 + 2xe^{(x+y)/2}\left(x^2 + 12x - 4y^2\right)\left(x^2 - 4y^2\right)$

     (b) $f(x,y)''_{xy} = f(x,y)''_{yx} = -4ye^{(x+y)/2}\left(x^2 - 4y^2\right)^2 + \frac{1}{4}e^{(x+y)/2}\left(x^2 + 12x - 4y^2\right)\left(x^2 - 4y^2\right)^2 - 8ye^{(x+y)/2}\left(x^2 + 12x - 4y^2\right)\left(x^2 - 4y^2\right)$

(c) $f(x,y)''_{yy} = \frac{1}{2}(-4y-4(y+12))e^{(x+y)/2}\left(x^2-4y^2\right)^2 + \quad \frac{1}{4}e^{(x+y)/2}\left(x^2-4y(y+12)\right)\left(x^2-4y^2\right)^2 -$
$8ye^{(x+y)/2}\left(x^2-4y(y+12)\right)\left(x^2-4y^2\right)$

3.

- Проверим для точек выполнение неравенства: $f(x,y)_{xx} * f(x,y)_{yy} - f(x,y)_{xy}^2 > 0$
  - Для x=-16, y = 4 - выполняется, значение в точке $7077888/e^6$.
  - Для x=0, y=0. Условие равно нулю, требуется доп проверка
  - Для $x = \pm 2y$. Трудно сказать, получаются трудоемкие вычисления, я уже запутался в этих по

Ответ: $7077888/e^6$