ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6. Моделі випадкових систем. Фрактальні структури

Мета: Навчитися реалізовувати моделі випадкових систем та досліджувати їх особливості. Вивчити основи побудови фрактальних множин з використанням рекурсивних алгоритмів. Розглянути алгоритми побудови фрактальних структур.

1 Теоретичні відомості до лабораторної роботи наведені у лекціях 6 та 7.

2. Порядок виконання роботи

Виконати наступне завдання згідно з номером свого варіанту, використовуючи відповідні математичні моделі.

1. 1) Побудувати фрактальний об’єкт сьомого порядку з такими параметрами: *аксіома*: *FXF--FF--FF*; *породжуючі правила*: *Newf=F, Newx=--FXF++FXF++FXF--*; $\alpha = \pi$, $\Theta=\pi/3$.

2) Створити фрактальний об'єкт «Плазма» з розділенням 1024×1024 в палітрі райдуги з великою кількістю сірого, червоного, зеленого та синього.

3) Створити анімаційний кліп (8–10 кадрів) для перегляду процесу побудови фрактального об’єкта (дерева) шостого порядку за алгоритмом RIFS, застосовуючи такі афінні перетворення: a1=[0.4431;0.2452]; a2=[0.2511;0.5692]; a3=[0.5976;0.0969]; a4=[0.4884;0.5069]; a5=[0.8562;0.2513];
A1=[0.1950,-0.4880;0.3440,0.4430]; A2=[0.4620,0.4140;-0.2520,0.3610];
A3=[-0.0580,-0.0700;0.4530,-0.1110]; A4=[-0.0350,0.0700;-0.4690,0.0220];
A5=[-0.6370,0.0000;0.0000,0.5010]. Взяти максимальне число випробувань 500000.

4) Створити зображення басейну Ньютона 9-го порядку з розділенням 500×500, взяти 200 ітерацій.

2. 1) Побудувати фрактальний об’єкт (криву Пеано) третього порядку з такими параметрами: *аксіома*: *F*; *породжуючі правила*: *Newf=F-F+F+F+F-F-F-F+F*; $\alpha = \pi/4$, $\Theta=\pi/2$.

2) Створити два фрактальних об'єкти «Плазма»: з розділенням 32×32 в палітрі з чергуванням чорного, червоного, жовтого та білого та з розділенням 512×512 в палітрі з відтінками блакитного та фіолетового.

3) Порівняти тривалості різних процедур отримання килима Серпінського 6-го порядку (рекурсивного алгоритму та за допомогою терл-графіки – для килима на білому фоні, а також рекурсивного алгоритму та алгоритму DIFS – для килима на чорному фоні). Наприклад, взяти 100 точок початкової конфігурації.

4) Створити анімаційний кліп (9–11 кадрів) для перегляду процесу побудови басейну Ньютона 4-го порядку з розділенням 500×500, взяти 50 ітерацій.

3. 1) Побудувати фрактальний об’єкт (сніжинку) третього порядку з такими параметрами: *аксіома*: *[F]+ [F]+ [F]+ [F]+ [F]+ [F]*; *породжуючі правила*: *Newf=F[+FF][-FF]FF[+F][-F]FF*; *α*=0, *Θ=π/3*.

2) Побудувати множини Жюліа з розділенням 100×100 та 1000×1000 у палітрі copper(256). За початкову точку взяти C=-0.488679-0.56790*1i, $f_C(Z_n)=Z_n^2+C$. Провести 30 ітерацій, *dl* = 1.25.

3) Модифікувати функції, що будують килим Серпінського за допомогою DIFS, та побудувати новий фрактальний об’єкт шостого порядку, використовуючи такі афінні перетворення: A1=[0.5 0;0 -0.5]; A2=[0 -0.5;-0.5 0]; A3=[-0.5 0;0 -0.5]; a1=[0.5;0.5]; a2=[0.5;0.5]; a3=[0.5;1.0]. Взяти 100 точок початкової конфігурації.

4) Створити анімаційний кліп для перегляду процесу побудови фрактальної «Плазми» з розділенням від 4×4 до 128×128 в палітрі copper.

4. 1) Побудувати кластер Едена для великої кількості (3000) частинок та порівняти його з кластером, наведеним на рис.6.6 лекції 6.

2) Створити фрактальний об’єкт, змінивши об’єкт 4-го порядку (*аксіома*: *F*; *породжуючі правила*: *Newf=F[-F-F]F*; *α= π/2, Θ=π/7*) таким чином, щоб новий об’єкт складався з двох однакових старих об’єктів, розміщених один під іншим.

3) Взявши 500000 випробувань, побудувати фрактальний об’єкт четвертого порядку за допомогою алгоритму RIFS, застосувавши такі афінні перетворення: A1=[0.0000,-0.7070; 0.7070, 0.0000]; A2=[0.5000, 0.5000; -0.5000,0.5000];
a1=[0.0000; 0.0000]; a2=[-0.5000;0.5000].

4) Для $f_C(Z_n)=Z_n^{50}+C$ побудувати множину Мандельброта з розділенням 500×500 та використанням палітри copper. Взяти 30 ітерацій.

5. 1) Побудувати фрактальний об’єкт (криву Серпінського) четвертого порядку з такими параметрами: *аксіома*: *F+XF+F+XF*; *породжуючі правила*: *Newf=F, Newx=XF-F+F-XF+F+XF-F+F-X, Newy=’’*; *α= π/4, Θ=π/2*.

2) Для $f_C(Z_n) = Z_n^2 + C$ побудувати множини Мандельброта з розділенням 500×500 та використанням двох палітр: палітри з чергуванням червоного, помаранчевого, жовтого, зеленого, синього і фіолетового та різновидом hsv-палітри від синього до червоного через блакитний, жовтий та помаранчевий. Взяти 30 ітерацій.

3) Взявши 100 точок початкової конфігурації, побудувати фрактальний об'єкт (дерево) шостого порядку за допомогою алгоритму DIFS, застосувавши такі афінні перетворення: A1=[0.1950,-0.4880;0.3440,0.4430]; A2=[0.4620,0.4140;-0.2520,0.3610]; A3=[-0.0580,-0.0700;0.4530,-0.1110]; A4=[-0.0350,0.0700;-0.4690,0.0220]; A5=[-0.6370,0.0000;0.0000,0.5010]; a1=[0.4431;0.2452]; a2=[0.2511;0.5692]; a3=[0.5976;0.0969]; a4=[0.4884;0.5069]; a5=[0.8562;0.2513].

4) Створити в діалоговому режимі перегляд фрактальної «Плазми» з розділенням від 2048×2048 в чотирьох палітрах-назвах пори року (назва палітри вводиться з екрану).

6. 1) Побудувати фрактальний об'єкт (криву Госпера) четвертого порядку з такими параметрами: *аксіома*: *XF*; *породжуючі правила*: *Newf=F*, *Newx=X+YF++YF−FX−−FXFX−YF+*, *Newy= −FX+YFYF++YF+FX−−FX−Y*; *α=0*, *Θ=π/3*.

2) Для $f_C(Z_n) = Z_n^2 + C$ побудувати множину Мандельброта з використанням палітри з чергуванням чорного, червоного, жовтого і білого та розділенням 1000×1000. Взяти 15 ітерацій.

3) Взявши 500000 випробувань, побудувати фрактальний об'єкт (килим) четвертого порядку за допомогою алгоритму RIFS, застосувавши такі афінні перетворення: A1=[0.5000,0.0000;0.0000,-0.5000]; A2=[0.0000,0.5000;0.5000,0.0000];

A3=[0.5000,0.0000;0.0000,0.5000]; a1=[0.0000; 1.0000]; a2=[0.0000; 0.0000];

a3=[0.5000; 0.0000];

4) Створити вікно меню користувача для перегляду фрактальної «Плазми» з розділенням 512×512 залежно від вибору кольорової палітри (не менше 10). Передбачити можливість повторення процесу вибору.

7. 1) Побудувати фрактальний об'єкт (криву Гільберта) п'ятого порядку з такими параметрами: *аксіома*: *X*; *породжуючі правила*: *Newf=F*, *Newx=-YF+XFX+FY-*, *Newy=+XF-YFY-FX+*; *α*=0, *Θ=π/2*.

2) Побудувати множину Жюліа з використанням різних кольорових палітр та розділенням 1000×1000. За початкову точку взяти C=0.27334-0.00742*I, $f_C(Z_n) = Z_n^2 + C$. Провести 30 ітерацій, *dl* = 1.25.

3) Порівняти тривалості виконання двох алгоритмів – RIFS та DIFS – для побудови килима Серпінського 6-го порядку (взяти 500 точок початкової конфігурації та кількість випробувань 500000).

4) Створити перегляд фрактальної «Плазми» з можливістю вибору розділення в діалоговому режимі від 4×4 до 1024×1024 в палітрі summer (розділення вводиться з екрану).

8. 1) За аналогією моделі випадкових кроків для 1-вимірного випадку змоделювати 2-вимірний процес випадкової поведінки (random walk) довільного числа молекул *k* для довільного числа кроків *step* (з можливістю вибору *k* та *step*).

2) Створити фрактальний об’єкт, змінивши об’єкт четвертого порядку (*аксіома*: *F*; *породжуючі правила*: *Newf=F[+F+F]F*; *α= π/2, Θ=π/7*) таким чином, щоб новий об’єкт був дзеркальним відображенням старого відносно осі *y*.

3) Побудувати фрактальний об’єкт четвертого порядку за допомогою RIFS, використовуючи такі афінні перетворення: A1=[0.5 0;0 -0.5]; A2=[0 -0.5;-0.5 0]; A3=[-0.5 0;0 -0.5]; a1=[0.5;0.5]; a2=[0.5;0.5]; a3=[0.5;1.0]. Взяти 500000 випробувань.

4) Для $f_C(Z_n) = Z_n^6 + C$ побудувати множину Мандельброта з розділенням 500×500 та використанням палітри hot. Взяти 30 ітерацій.

9. 1) Побудувати фрактальний об’єкт (кущ) третього порядку з параметрами: *аксіома*: *F*; *породжуючі правила*: *Newf=-F+F+[+F-F-]-[-F+F+F]*; *α= π/2, Θ=π/8*.

2) Побудувати множину Жюліа з використанням палітри з чергуванням червоного, білого, синього і червоного та розділенням 800×800. За початкову точку взяти C=0.27334-0.005*I, $f_C(Z_n) = Z_n^2 + C$. Провести 30 ітерацій, *dl*=1.25.

3) Взявши 500000 випробувань, побудувати фрактальний об’єкт (дерево) шостого порядку за допомогою алгоритму RIFS, застосувавши такі афінні перетворення: A1=[0.1950,-0.4880;0.3440,0.4430]; A2=[0.4620,0.4140;-0.2520,0.3610]; A3=[-0.0580,-0.0700;0.4530,-0.1110]; A4=[-0.0350,0.0700;-0.4690,0.0220]; A5=[-0.6370,0.0000;0.0000,0.5010]; a1=[0.4431;0.2452]; a2=[0.2511;0.5692]; a3=[0.5976;0.0969]; a4=[0.4884;0.5069]; a5=[0.8562;0.2513].

4) Створити вікно меню користувача для перегляду фрактальної «Плазми» в палітрі winter залежно від вибору розділення (від 4×4 до 512×512). Передбачити можливість повторення процесу вибору.

10. 1) Побудувати фрактальний об'єкт (острів) третього порядку з такими параметрами: *аксіома*: *F+F+F+F*; *породжуючі правила*: *Newf=F+F-F-FFF+F+F-F*; α=0, $\Theta=\pi/2$.

2) Дослідити вплив кількості ітерацій на час побудови множини Мандельброта.

3) Взявши 500000 випробувань, побудувати фрактальний об'єкт шостого порядку за допомогою алгоритму RIFS, застосувавши такі афінні перетворення: A1=[0.4641, 0.4641; 0.4641, -0.4641]; A2=[0.4641, 0.4641; 0.4641, -0.4641];
a1=[0.0000; 0.0000]; a2=[0.6222; -0.1965].

4) Створити вікно меню користувача для перегляду фрактальної «Плазми» залежно від вибору розділення (наприклад, від 4×4 до 512×512) та палітри (наприклад, взяти палітри colorcube, flag, lines та prism).

11. 1) Побудувати сніжинки Коха з першого по четвертий порядок.

2) На трьох прикладах проаналізувати залежність вигляду множини Жюліа від кількості ітерацій. За початкову точку взяти C=0.27334-0.00742*I, $f_C(Z_n)=Z_n^2+C$. Застосувати палітру colorcube(1024), *dl*=1.25.

3) Взявши 500000 випробувань, побудувати фрактальний об'єкт (гілка) шостого порядку за допомогою алгоритму RIFS, застосувавши такі афінні перетворення: A1=[0.5000,0.5000; 0.5000, -0.5000];
A2=[0.6000,-0.2000;-0.2000,-0.6000]; a1=[0.0000; 0.0000]; a2=[0.4000; 0.2000].

4) Створити анімаційний кліп для перегляду процесу побудови фрактальної «Плазми» з розділенням 256×256 в палітрах colorcube, flag, lines та prism.

12. 1) Побудувати криві Коха третього, четвертого та п'ятого порядку. Модифікувати останню, щоб кут між центральними відрізками становив 90°.

2) На трьох прикладах проаналізувати, як впливає кількість ітерацій на вигляд множини Мандельброта.

3) Взявши 500000 випробувань, побудувати фрактальний об'єкт (гілка) четвертого порядку за допомогою алгоритму RIFS, застосувавши такі афінні перетворення:
A1=[0.0000,-0.7000; 0.7000, 0.0000]; A2=[0.7000, 0.0000; 0.0000, 0.7000];

a1=[0.0000; 0.0000]; a2=[0.3000; 0.0000].

4) Створити анімаційний кліп для перегляду процесу побудови фрактальної «Плазми» з розділенням від 4×4 до 256×256 та назад від 256×256 до 4×4 в палітрі autumn.

13. 1) Побудувати фрактальний об’єкт (бур’ян) четвертого порядку з такими параметрами: *аксіома*: *F*; *породжуючі правила*: *Newf=F[+F+F]F*; *α= π/2, Θ=π/7*.

2) Створити фрактальний об'єкт «Плазма» з розділенням 256×256.

3) Взявши 500000 випробувань, побудувати фрактальний об’єкт шостого порядку за допомогою алгоритму RIFS, застосувавши такі афінні перетворення:
A1=[0.6000,-0.6000; 0.6000, 0.6000]; A2=[0.5300, 0.0000; 0.0000, 0.5300];
a1=[0.0000, 0.0000]; a2=[-0.5300,0.0000].

4) Побудувати множину Жюліа з використанням палітри prism(256) та розділенням 500×500. За початкову точку взяти C=-0.745429, $f_C(Z_n) = Z_n^2 + C$. Провести 30 ітерацій, *dl*=1.25.

14. 1) Побудувати фрактальні об’єкти з першого по п’ятий порядки з такими параметрами: *аксіома*: *F+XF+F*; *породжуючі правила*: *Newf=F, Newx=XF-F+F-XF+F+XF-F+F-X, Newy=’’*; *α= π/4, Θ=π/2*.

2) Побудувати множину Мандельброта з розділенням 1000×1000 з використанням палітри lines. Взяти 30 ітерацій.

3) За аналогією моделі випадкових кроків для 1-вимірного випадку змоделювати процес спостереження (в реальному часі) за 2-вимірним процесом випадкової поведінки (random walk) однієї молекули для довільного числа кроків *step*. Перевірити роботу програми для *step=1000*.

4) Взявши 100 точок початкової конфігурації, побудувати фрактальний об’єкт (пил Серпінського) шостого порядку за допомогою алгоритму DIFS, застосувавши такі афінні перетворення: A1=[1/3,0;0,1/3]; A2=[1/3,0;0,1/3]; A3=[1/3,0;0,1/3]; A4=[1/3,0;0,1/3]; a1=[0;0]; a2=[0;2/3]; a3=[2/3;2/3]; a4=[2/3;0].

15. 1) Побудувати фрактальний об’єкт (серветка Серпінського) п’ятого порядку з такими параметрами: *аксіома*: *FXF--FF--FF*; *породжуючі правила*: *Newf=FF, Newx=--FXF++FXF++FXF--*; *α= π, Θ=π/3*.

2) Створити фрактальний об'єкт «Плазма» з розділенням 256×256 в палітрі з відтінками фіолетового та жовтого (spring).

3) Змоделювати процес спостереження (в реальному часі) за 1-вимірним процесом випадкової поведінки (random walk) однієї молекули для довільного числа кроків *step*.

4) Взявши 1000000 випробувань, побудувати фрактальний об'єкт (спіраль) шостого порядку за допомогою алгоритму RIFS, застосувавши такі афінні перетворення: A1=[0.787879,-0.424242;0.242424,0.859848] ;
A2=[-0.121212,0.257576;0.151515,0.053030];
A3=[0.181818,-0.136364;0.090909,0.181818];
a1=[1.758647;1.408065]; a2=[-6.721654;1.377236]; a3=[6.086107;1.568035].

16. 1) За аналогією моделі випадкових кроків для 1-вимірного випадку змоделювати 3-вимірний процес випадкової поведінки (random walk) довільного числа молекул *k* для довільного числа кроків *step* (з можливістю вибору *k* та *step*).

2) Створити фрактальний об'єкт, змінивши об'єкт третього порядку (*аксіома*: *F*; *породжуючі правила*: *Newf=-F+F+[+F-F-]-[-F+F+F]*; *α= π/2*, *Θ=π/8.*) таким чином, щоб новий об'єкт складався з трьох однакових старих об'єктів, розміщених вертикально один під іншим.

3) Взявши 100 точок початкової конфігурації, побудувати фрактальний об'єкт (кленовий листок) сьомого порядку за допомогою алгоритму DIFS, застосувавши такі афінні перетворення: A1=[0.121,-0.575; 0.332, 0.209]; A2=[0.121, 0.575; -0.332, 0.209];
A3=[0.5, 0.04; 0.04, 0.6]; A4=[-0.113, -0.196; 0.196, -0.113];
A5=[-0.113, -0.196; 0.196, -0.113]; A6=[0, 0;0, 0.4];
a1=[-0.57;0.1]; a2=[0.57;0.1]; a3=[0.04;0.8]; a4=[-0.2;-0.46]; a5=[0.2;-0.46]; a6=[0;-0.6].

4) Для $f_C(Z_n) = Z_n^4 + C$ побудувати множину Мандельброта з розділенням 1000×1000 та використанням палітри jet. Взяти 50 ітерацій.

17. 1) Змоделювати процес спостереження (в реальному часі) за 3-вимірним процесом випадкової поведінки (random walk) однієї молекули для довільного числа кроків *step*.

2) Створити фрактальний об'єкт, розвернувши старий об'єкт третього порядку (*аксіома*: *F*; *породжуючі правила*: *Newf=-F+F+[+F-F-]-[-F+F+F]*; *α= π/2*, *Θ=π/8*) в інший бік.

3) Взявши 1000000 випробувань, побудувати фрактальний об'єкт сьомого порядку за допомогою алгоритму RIFS, застосувавши такі афінні перетворення:

A1=[-0.632407,-0.614815;-0.545370,0.659259];

A2=[-0.036111,0.444444;0.210185,0.037037];

a1=[3.840822;1.282321]; a2=[2.071081;8.330552].

4) Для $f_C(Z_n) = 9Z_n^9 + C$ побудувати множину Мандельброта з розділенням 1000×1000 та використанням палітри jet. Взяти 50 ітерацій, *dl*=0.75.

18. 1) За аналогією моделі випадкових кроків для 1-вимірного випадку змоделювати 3-вимірний процес випадкової поведінки (random walk) однієї молекули для довільного числа кроків *step*. Перевірити роботу програми для *step=10000*.

2) Побудувати фрактальні об'єкти з першого по четвертий порядки з такими параметрами: *аксіома*: *F+XF+F+XF*; *породжуючі правила*: *Newf=F, Newx=XF-F+F-XF+F+XF-F+F-X, Newy=''*; *α= π/4, Θ=π/2*.

3) Взявши 1000000 випробувань, побудувати фрактальний об'єкт сьомого порядку за допомогою алгоритму RIFS, застосувавши такі афінні перетворення: A1=[0.824074,0.281482;-0.212346,0.864198];

A2=[0.088272,0.520988;-0.463889,-0.377778];

a1=[-1.882290; 0.785360]; a2=[-0.110607; 8.095795].

4) Побудувати множину Жюліа з розділенням 1000×1000 у палітрі copper(256). За початкову точку взяти C=1i, $Z = sin(Z)cos(Z)$. Провести 100 ітерацій, *dl*=1.7.

19. 1) Змоделювати процес випадкової поведінки («random walk») двох молекул (без взаємного зіткнення). Визначити середній квадрат зміщення для 50 та 5000 реалізацій та вивести відповідні графіки.

2) Побудувати фрактальні об'єкти з першого по третій порядки з такими параметрами: *аксіома: -F-F-F-F-F-F-F-F-F-F-F-F-F-F-F-F; породжуючі правила: Newf=+F-F-F[-F+F+]+[+F-F-F]; teta=pi/8; alpha=pi/2;*

3) Взявши 1000000 випробувань, побудувати фрактальний об'єкт шостого порядку за допомогою алгоритму RIFS, застосувавши такі афінні перетворення:

A1=[0.696970,-0.481061;-0.393939,-0.662879];

A2=[0.090909,-0.443182;0.515152,-0.094697];

a1=[2.147003;10.310288]; a2=[4.286558;2.925762].

4) Побудувати множину Жюліа з розділенням 800×800 у палітрі prism(1024). За початкову точку взяти C=1i, $Z = tg(Z)$. Провести 100 ітерацій, *dl*=1.7.

Контрольні питання

1. Наведіть алгоритми побудови випадкових систем. Які особливості розглянутих моделей зростання кластерів.
2. Визначити поняття фракталу, фрактальних структур? Наведіть приклади фрактальних структур та особливості алгоритмів побудови фрактальних об'єктів.
3. Визначити поняття L-системи. Наведіть алгоритми побудови фрактальних зображень за допомогою терл-графіки.
4. Як побудувати алгебраїчну фрактальну структуру?
5. Як побудувати стохастичну фрактальну структуру?
6. Побудова системи ітерованих функцій. Застосування афінних перетворень.
7. Які природні об’єкти мають фрактальну форму?
8. Наведіть області застосування фрактальних об’єктів.