

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2. Моделювання хвильових явищ

**Мета:** Моделювання хвильових явищ за допомогою ланцюжка зв'язаних гармонічних осциляторів, взятих за базову модель.

**Теоретичні відомості** до лабораторної роботи наведені у лекції 2.

Оберемо за базову математичну модель лінійний ланцюжок зв'язаних гармонічних осциляторів. За допомогою даної моделі при досить великому числі частинок виявляється можливим вивчити основні особливості хвильових рухів (в першу чергу показати, що енергія передається уздовж ланцюжка, хоча кожен осцилятор коливається поблизу свого положення рівноваги), здійснити в межах неперервного ланцюжка перехід до лінійного хвильового рівняння.

### Порядок виконання роботи

Виконати наступне завдання згідно з номером свого варіанту, використовуючи відповідну математичну модель. Для наочності графіки залежності спектральних щільностей зміщень тіл зсунути один відносно одного (по вертикалі).

1. Розглянути рух коливальної системи, складеної з трьох зв'язаних осциляторів вважаючи що  $k=[1 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.2]$ ,  $m_i=1$ ,  $i=0,1,2$  з початковими умовами  $x_0(0) = x_1(0) = x_2(0) = 0.5$  та нульовими початковими швидкостями на часовому інтервалі  $[0; 80]$ . Нехай кількість вузлів часової сітки дорівнює  $2^{13}$ . Вивести залежності зміщень тіл від часу та спектральні щільності зміщень тіл.

2. Розглянути рух коливальної системи, складеної з трьох зв'язаних осциляторів вважаючи що  $k=[1 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.2]$ ,  $m_i=1$ ,  $i=0,1,2$  з початковими умовами  $x_0(0) = x_1(0) = x_2(0) = 0.5$  та нульовими початковими швидкостями на часовому інтервалі  $[0; 80]$ . Нехай кількість вузлів часової сітки дорівнює  $2^{13}$ . Вивести залежності швидкості руху тіл від часу та фазові траєкторії тіл.

3. Дослідити рух коливальної системи, складеної з трьох зв'язаних осциляторів вважаючи що  $k=[1 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.2]$ ,  $m_i=1$ ,  $i=0,1,2$  з початковими умовами  $x_0(0) = x_2(0) = 0.5$ ,  $x_1(0) = -0.5$  та нульовими початковими швидкостями на часовому інтервалі  $[0; 500]$ . Нехай кількість вузлів часової сітки дорівнює  $2^{14}$ . Вивести залежності зміщень тіл від часу та спектральні щільності зміщень тіл.

4. Дослідити рух коливальної системи, складеної з трьох зв'язаних осциляторів вважаючи що  $k=[1 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.2]$ ,  $m_i=1$ ,  $i=0,1,2$  з початковими умовами  $x_0(0)=x_2(0)=0.5$ ,  $x_1(0)=-0.5$  та нульовими початковими швидкостями на часовому інтервалі  $[0; 500]$ . Нехай кількість вузлів часової сітки дорівнює  $2^{14}$ . Вивести залежності швидкості руху тіл від часу та фазові траєкторії тіл.

5. Розглянути рух коливальної системи, складеної з трьох зв'язаних осциляторів вважаючи що  $k=[1 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.2]$ ,  $m_i=1$ ,  $i=0,1,2$  з початковими умовами  $x_0(0)=x_1(0)=x_2(0)=0.5$  та нульовими початковими швидкостями на часовому інтервалі  $[0; 80]$ . Нехай кількість вузлів часової сітки дорівнює  $2^{13}$ . Опишіть залежності зміщення тіл від часу. Побудувати траєкторії руху першого тіла на фазовій площині.

6. Розглянути рух коливальної системи, складеної з трьох зв'язаних осциляторів вважаючи що  $k=[1 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.2]$ ,  $m_i=1$ ,  $i=0,1,2$  з початковими умовами  $x_0(0)=x_1(0)=x_2(0)=0.5$  та нульовими початковими швидкостями на часовому інтервалі  $[0; 80]$ . Нехай кількість вузлів часової сітки дорівнює  $2^{13}$ . Опишіть залежності швидкості тіл від часу. Побудувати траєкторії руху другого та третього тіл на фазовій площині.

7. Розглянути рух коливальної системи, складеної з трьох зв'язаних осциляторів вважаючи що  $k=[1 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.2]$ ,  $m_i=1$ ,  $i=0,1,2$  з початковими умовами  $x_0(0)=x_1(0)=x_2(0)=0.5$  та нульовими початковими швидкостями на часовому інтервалі  $[0; 80]$ . Нехай кількість вузлів часової сітки дорівнює  $2^{13}$ . Вивести спектральні щільності зміщень тіл.

8. Дослідити рух коливальної системи, складеної з трьох зв'язаних осциляторів вважаючи що  $k=[1 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.2]$ ,  $m_i=1$ ,  $i=0,1,2$  з початковими умовами  $x_0(0)=0.5$ ,  $x_1(0)=0$ ,  $x_2(0)=-0.5$  та нульовими початковими швидкостями на часовому інтервалі  $[0; 200]$ . Нехай кількість вузлів часової сітки дорівнює  $2^{13}$ . Вивести залежності зміщень тіл від часу та спектральні щільності зміщень тіл.

9. Дослідити рух коливальної системи, складеної з трьох зв'язаних осциляторів вважаючи що  $k_0=1$ ,  $k_1=k_2=k_3=0.2$ ,  $m_i=1$ ,  $i=0,1,2$  з початковими умовами  $x_0(0)=0.5$ ,  $x_1(0)=0$ ,  $x_2(0)=-0.5$  та нульовими початковими швидкостями на часовому

інтервалі  $[0; 200]$ . Нехай кількість вузлів часової сітки дорівнює  $2^{13}$ . Вивести залежності швидкості руху тіл від часу та фазові траєкторії тіл.

10. Дослідити рух коливальної системи, складеної з десяти зв'язаних осциляторів вважаючи що  $m_i=1, i=0,1,\dots,N-1, k_j=1, j=0,1,\dots,N$ , з початковими умовами  $x_0(0)=0.5, x_i(0)=0, i=0,1,\dots,N-1$ , та нульовими початковими швидкостями на часовому інтервалі  $[0; 80]$ . Нехай кількість вузлів часової сітки дорівнює  $2^{13}$ . Вивести на окремих графіках залежності миттєвих значень зміщень від часу, а також графіки спектральних щільностей зміщень тіл.

11. Дослідити рух коливальної системи, складеної з десяти зв'язаних осциляторів вважаючи що  $m_i=1, i=0,1,\dots,N-1, k_j=1, j=0,1,\dots,N$ , з початковими умовами  $x_0(0)=0.5, x_i(0)=0, i=0,1,\dots,N-1$ , та нульовими початковими швидкостями на часовому інтервалі  $[0; 80]$ . Нехай кількість вузлів часової сітки дорівнює  $2^{13}$ . Вивести на окремих графіках залежності миттєвих значень швидкості від часу.

12. Для випадку змушених коливань отримати залежність миттєвих значень зміщень дванадцяти тіл коливальної системи від часу.

13. Дослідити вплив змушуючої сили на залежність миттєвих значень зміщення восьми тіл коливальної системи від часу (вивести графіки для вільних та змушених коливань) для  $A=0.1, \Omega=1.0$ .

14. Дослідити вплив змушуючої сили на залежність миттєвих значень зміщення чотирьох тіл коливальної системи від часу (вивести графіки для вільних та змушених коливань) для  $A=0.2, \Omega=1.0$ .

15. Дослідити залежність миттєвих значень енергій обраних тіл (1-го, 4-го, 8-го та 12-го) коливальної системи у повному часовому інтервалі  $[0,160]$ .

16. Дослідити змушені коливання зв'язаних гармонічних осциляторів ( $N=10$ , амплітуда та частота зовнішньої змушуючої сили дорівнюють, відповідно, 0.1 та 1, кількість вузлів часової сітки дорівнює  $2^{13}$ ). Вивести миттєві значення енергій тіл системи з парними номерами, а також залежність повної енергії системи від часу.

17. Розглянути рух коливальної системи, складеної з трьох зв'язаних осциляторів вважаючи що  $k=[1 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.2]$ ,  $m_i=1, i=0,1,2$  з початковими умовами  $x_0(0)=x_1(0)=x_2(0)=0.5$  та нульовими початковими швидкостями на часовому інтервалі  $[0; 80]$ . Нехай кількість вузлів часової сітки дорівнює  $2^{13}$ . Опишіть

залежності зміщень та швидкості тіл від часу. Побудувати траєкторії руху тіл на фазовій площині.

18. Дослідити вплив змушуючої сили на залежність миттєвих значень зміщення шести тіл коливальної системи від часу (вивести графіки для вільних та змушених коливань) для  $A=0.3$ ,  $\Omega=1.0$ .

19. Розглянути рух коливальної системи, складеної з трьох зв'язаних осциляторів вважаючи що  $k=[1 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.2]$ ,  $m_i=1$ ,  $i=0,1,2$  з початковими умовами  $x_0(0)=x_1(0)=x_2(0)=0.5$  та нульовими початковими швидкостями на часовому інтервалі  $[0; 150]$ . Нехай кількість вузлів часової сітки дорівнює  $2^{13}$ . Вивести залежності зміщень та швидкості руху тіл від часу, а також фазові траєкторії тіл.

### Контрольні питання

1. Наведіть алгоритм розв'язку задачі про вільні коливання ланцюжка зв'язаних осциляторів. Які особливості його програмної реалізації в MatLab?
2. Наведіть алгоритм розв'язку задачі про змушені коливання ланцюжка зв'язаних осциляторів та особливості його програмної реалізації в MatLab.
3. Де застосовуються моделі ланцюжків зв'язаних гармонічних осциляторів?