

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3. Моделювання статичних електричних та магнітних полів

**Мета:** Моделювання статичних електричних і магнітних полів та дослідження їх особливостей.

**Теоретичні відомості** до лабораторної роботи наведені у лекції 3.

### Порядок виконання роботи

Виконати наступне завдання згідно з номером свого варіанту, використовуючи відповідну математичну модель.

1. Обчислити потенціал, створюваний системою з 23 нерухомих електричних зарядів, використовуючи відповідну модель. Величину заряду взяти рівною заряду електрона, за одиницю вимірювання довжини  $R_0=10^{-6}$  м, число вузлів прямокутної координатної сітки дорівнює 133. При заповненні вектору значень заряду вважати парні заряди позитивними, непарні – негативними. Візуалізувати поверхню  $\varphi = \varphi(x, y)$ .

2. Використовуючи векторний потенціал магнітного поля (3.12), отримати більш адекватне зображення силових ліній магнітного поля, ніж наведене на рис.3.5.

Вважати  $\frac{\mu_0}{4\pi} I = 1$ . Проаналізувати отриману карту еквіпотенціальних поверхонь (які недоліки можна виявити з карти?).

3. Використовуючи модель електричного поля системи нерухомих електричних зарядів, побудувати двовимірну карту ліній рівня (еквіпотенціалей) функції  $\varphi = \varphi(x, y)$ , вивести відповідні значення кожної еквіпотенціалі. Побудувати також тривимірну карту ліній рівня (еквіпотенціалей) функції  $\varphi = \varphi(x, y)$ . Нехай кількість ліній рівня дорівнює 33, число зарядів – 50.

4. Використовуючи інтерполяцію вихідних даних на координатну сітку меншого розміру, усунути недолік отриманої у завданні 2 карти еквіпотенціальних поверхонь, пов'язаний з «негладкістю» силових ліній.

5. Використовуючи умови завдання 1, дослідити особливості напруженості електричного поля, створюваного довільною конфігурацією електричних зарядів. Візуалізувати лінії рівної напруженості.

6. Використовуючи модель електричного поля системи з 4-рьох нерухомих електричних зарядів, провести дослідження потенціалу і напруженості електричного поля. При заповненні вектору значень заряду вважати парні заряди негативними, непарні – позитивними. Нехай  $Nl=33$ . Вивести графік поверхні  $\varphi = \varphi(x, y)$ , дво- та тривимірну карти екіпотенціалей, векторне поле одиничних векторів, дотичних до силової лінії у вузлах координатної сітки, та карту ліній рівня функції  $|\vec{E}(\vec{R})|$ .

7. Використовуючи відповідну модель, обчислити напруженість магнітного поля тороїдальної обмотки з постійним струмом у площині  $YoZ$ . Візуалізувати векторне поле та лінії рівної напруженості. Взяти обмотку з 50-ма витками, кількість ліній рівня 100.

8. Розв'язати одновимірну крайову задачу з  $\rho(x) = 12x^2$ ,  $\varphi_0 = \varphi(l) = 0$ , що має точний розв'язок  $\varphi(x) = x(l - x^3)$ . Вивести на один графік точний розв'язок та розв'язки, отримані на кожному 50-му ітераційних кроках. Число ітерацій взяти рівним 250, число вузлів сітки – 31. Зробити висновок.

9. Розв'язати одновимірну крайову задачу з  $\rho(x) = 12x^2$ ,  $\varphi_0 = \varphi(l) = 0$ , що має точний розв'язок  $\varphi(x) = x(l - x^3)$ . Вивести на один графік точний розв'язок та розв'язки, отримані на 60-му та 150-му ітераційних кроках. Число ітерацій взяти рівним 200, число вузлів сітки – 21. Зробити висновок.

10. Обчислити потенціал, створюваний системою з 25 нерухомих електричних зарядів, використовуючи відповідну модель. Величину заряду взяти рівною заряду електрона, за одиницю вимірювання довжини  $R_0=10^{-6}$  м, число вузлів прямокутної координатної сітки дорівнює 91. При заповненні вектору значень заряду вважати парні заряди позитивними, непарні – негативними. Візуалізувати поверхню  $\varphi = \varphi(x, y)$ , побудувати двовимірну карту ліній рівня з виводом значень функції на кожній лінії рівня, а також тривимірну карту ліній рівня (для тривимірного випадку їх кількість взяти рівною 43).

11. Обчислити потенціал, створюваний системою з 23 нерухомих електричних зарядів, використовуючи відповідну модель. Величину заряду взяти рівною заряду електрона, за одиницю вимірювання довжини  $R_0=10^{-6}$  м, число вузлів прямокутної координатної сітки дорівнює 133. При заповненні вектору значень заряду вважати парні заряди позитивними, непарні – негативними. Візуалізувати поверхню  $\varphi = \varphi(x, y)$ , побудувати двовимірну карту ліній рівня з виводом значень функції на кожній лінії рівня, а також тривимірну карту ліній рівня (для тривимірного випадку їх кількість взяти рівною 53).

12. Використовуючи модель електричного поля системи з 6-ти нерухомих електричних зарядів, провести дослідження потенціалу і напруженості електричного поля. При заповненні вектору значень заряду вважати парні заряди позитивними, непарні – негативними. Нехай  $N1=33$ . Вивести графік поверхні  $\varphi = \varphi(x, y)$ , двовимірну карту еквіпотенціалей, а також векторне поле одиничних векторів, дотичних до силової лінії у вузлах координатної сітки.

13. Використовуючи умови завдання 1, дослідити особливості напруженості електричного поля, створюваного довільною конфігурацією електричних зарядів. Візуалізувати векторне поле.

14. Використовуючи відповідну модель, обчислити напруженість магнітного поля тороїдальної обмотки з постійним струмом у площині  $YoZ$ . Візуалізувати векторне поле та лінії рівної напруженості. Взяти обмотку зі 100 витками, кількість ліній рівня 200, число вузлів 17.

15. Розв'язати рівняння Лапласа (3.30) у квадратній області ( $0 \leq x \leq 1$  см,  $0 \leq y \leq 1$  см) при заданих значеннях потенціалів на границях  $u(x, 0) = 10$  В,  $u(x, 1) = -10$  В ( $u(0, y) = u(1, y) = 5$  В). Побудувати карту еквіпотенціалей на 100-му кроці ітерації для 17 ліній рівня. Число ітерацій взяти рівним 200, число вузлів сітки – 15, параметр релаксації дорівнює 12. (Вказівка: створити процедуру, що повертає значення потенціалу на кожному кроці ітераційного процесу).

16. Використовуючи відповідну модель, обчислити напруженість магнітного поля тороїдальної обмотки з постійним струмом у площині  $YoZ$ . Візуалізувати векторне поле та лінії рівної напруженості. Взяти обмотку з 50-ма витками, кількість вузлів – 43, кількість ліній рівня 300.

17. Для завдання 15 побудувати карту еквіпотенціалей на 100-му кроці ітерації з використанням сплайн-інтерполяції. Порівняти з результатом завдання 15.

18. Використовуючи відповідну модель, обчислити напруженість магнітного поля тороїдальної обмотки з постійним струмом у площині  $Yoz$ . Візуалізувати векторне поле та лінії рівної напруженості. Взяти обмотку з 50-ма витками, кількість ліній рівня 100, число вузлів 11.

19. Створити анімаційний кліп для перегляду процесу релаксації розв'язку рівняння Лапласа із завдання 15 для довільно вибраного числа ліній рівня (наприклад, 20), використовуючи результати завдання 15.

20. Використовуючи відповідну модель, аналогічно завданню 15 візуалізувати чисельний розв'язок рівняння Пуассона з правою частиною вигляду

$$f(x) = \begin{cases} 7, & \text{при } x \in [0.4; 0.6], y \in [0.4; 0.6] \\ 0, & \text{при } x \notin [0.4; 0.6], y \notin [0.4; 0.6] \end{cases}$$

### Контрольні питання

1. Наведіть алгоритм визначення напруженості електричного поля, створюваного довільною конфігурацією електричних зарядів.

2. Наведіть алгоритм визначення напруженості магнітного поля, створюваного витком зі струмом.

3. Наведіть алгоритм визначення напруженості магнітного поля тороїдальної обмотки з постійним струмом.

4. Як розв'язується одновимірна крайова задача, описана рівнянням другого порядку?