Prova → 29/04
Trabalho → 03/05
Optativa → 04/05

# Trabalho

- Individual

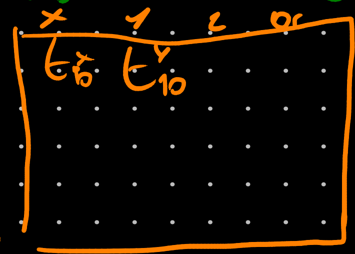
> Código comentado
> Tabela à parte

- Implementar as estruturas de dados

Obrigatórios: Vetor, Listas Encadeadas, Pilha, Fila

Opcionais: Árvores e Tabela Hash.
Lista encadeada Dupla e Circular

10
100
1000
10000
100000
1000000



- Inserção e Remoção de elementos nessas estruturas, medindo o tempo. E realizando essas operações com número variado de tamanho
10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000

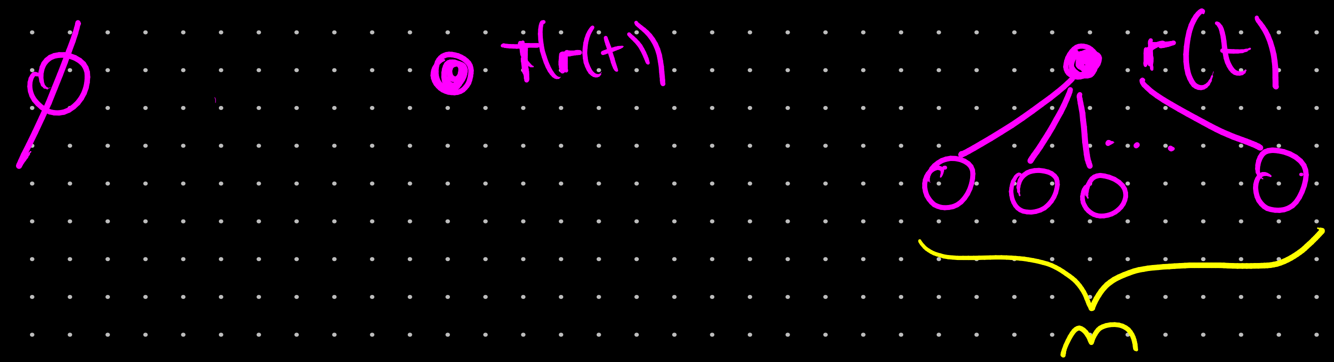
- Ordenação < $O(n^2)$, $O(n \log n)$ — Tabela comparativa

# Árvore

Uma **árvore** enraizada $T$ é um conjunto finito de elementos denominados **nós** ou **vértices** tais que

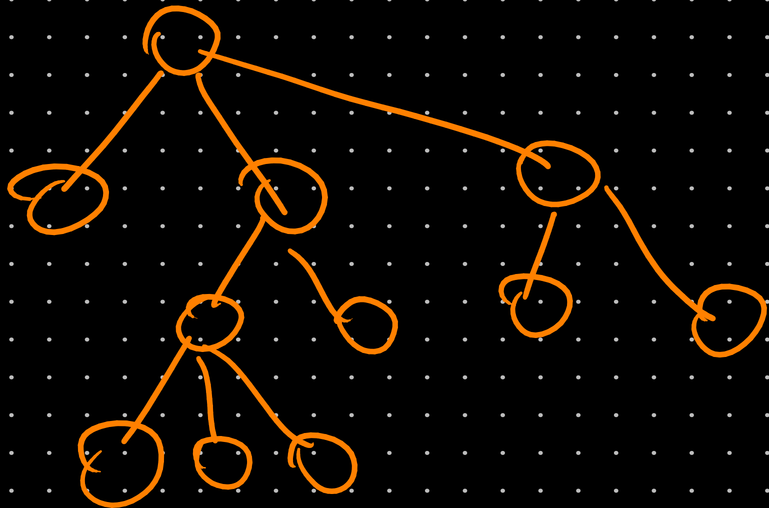
- $T = \emptyset$, e a árvore é dita vazia, ou
- existe um nó especial chamado de $T$ ($r(T)$); — raiz; os restantes constituem um único conjunto vazio ou são divididos em $m \geq 1$ conjuntos disjuntos não vazios, as **subárvores** de $r(T)$, cada qual, por sua vez, uma **árvore**

definição recursiva



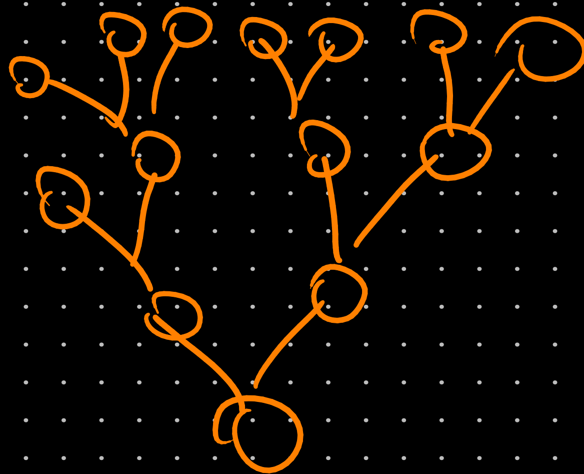
# Exemplos de "coisas" com estrutura de árvores

- Diagramas de inclusão



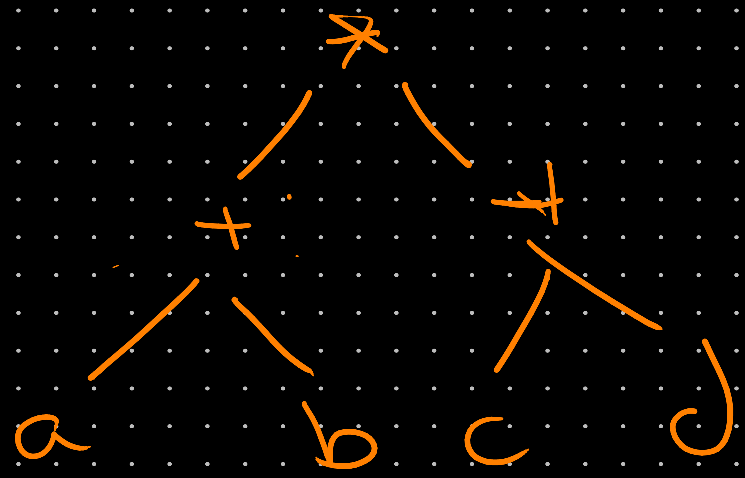
- Estrutura de diretório em sistemas de arquivos

/
/usr/bin
/home
/usuario1
/usuario2
/Documentos



Expressões aritméticas parentizadas

$((a+b)*(c+d))$

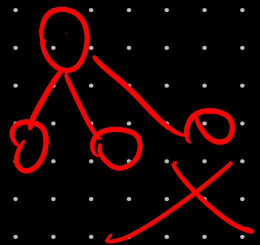


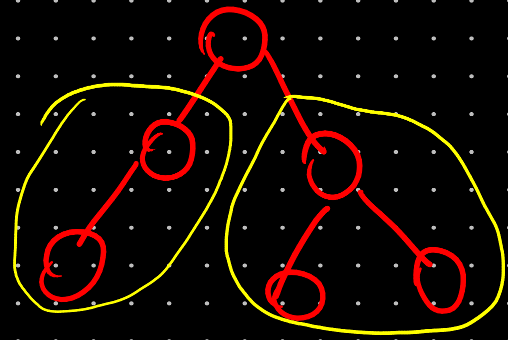

Compilação de Linguagens de Programação está baseada toda em árvores

Árvore é a primeira estrutura não linear

- Problemas específicos → estrutura de dados específicas

Uma restrição na árvore muito útil é limitar a quantidade de subárvores em cada nó para no máximo 2





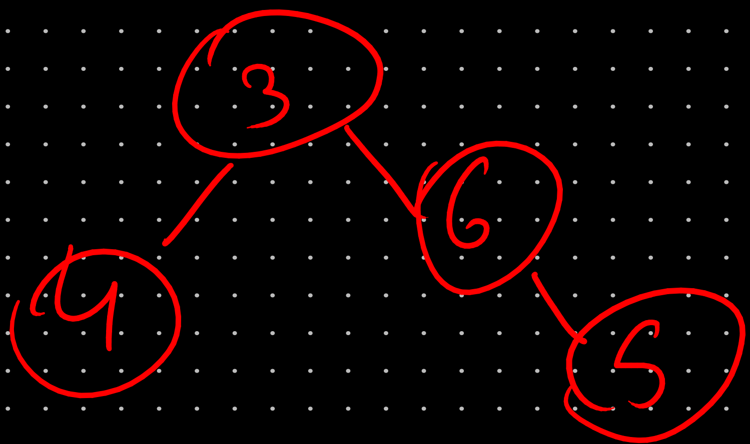
Árvore binária

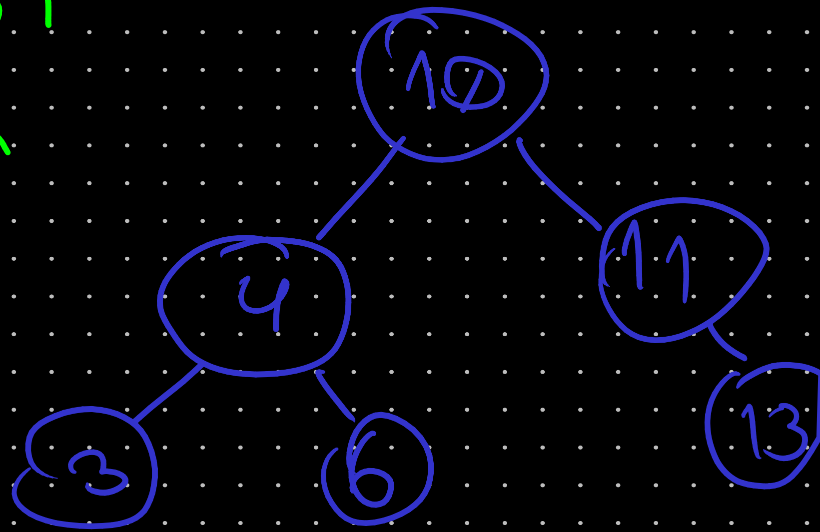
| | vetor | lista encadeada | tabela hash | árvore binária (de busca) |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Inclusão | $O(1)$<br>$O(n)$ | $O(1)$ | $O(1)$ +<br>$O(n)$ − | $O(\log n)$ ±<br>* $O(n)$ + |
| Remoção | $O(n)$ | $O(n)$<br>$O(1)$ * | $O(1)$ +<br>$O(n)$ − | $O(\log n)$ ±<br>* $O(n)$ + |
| Ordenação | $O(n \log n)$ | $O(n)$ | X | $O(n)$ |

A árvore binária de busca
é uma árvore binária tal que
para todo nó t da árvore

chave

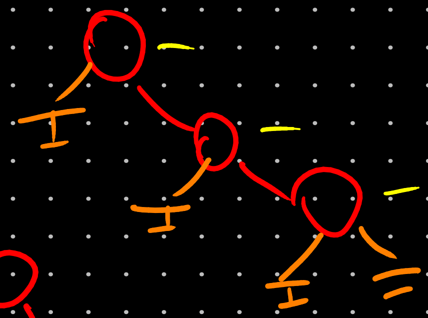
a c(t) é maior que s para todo s
que é um chave numa subárvore esquerda
e c(t) é menor que r para todo r
chave em uma subárvore direita



# Propriedades

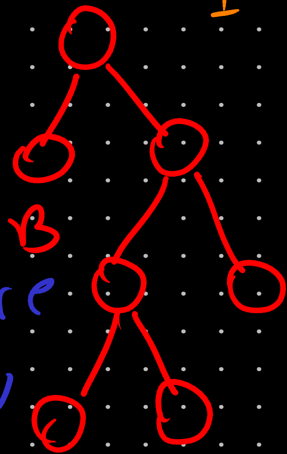
1) O número de subárvores esquerdas e direitas vazias em uma árvore binária com n > 0 nós é n+1



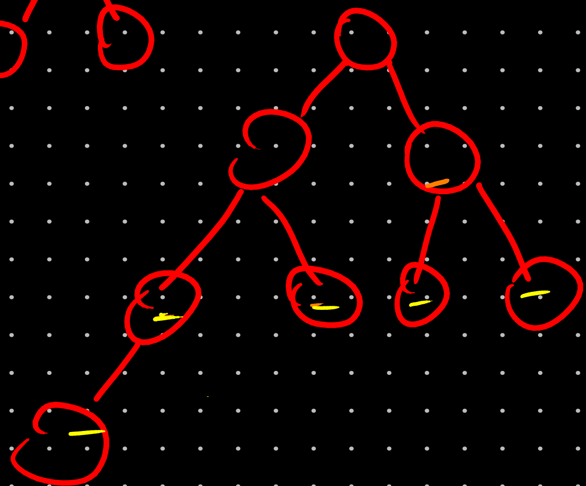
## Definições

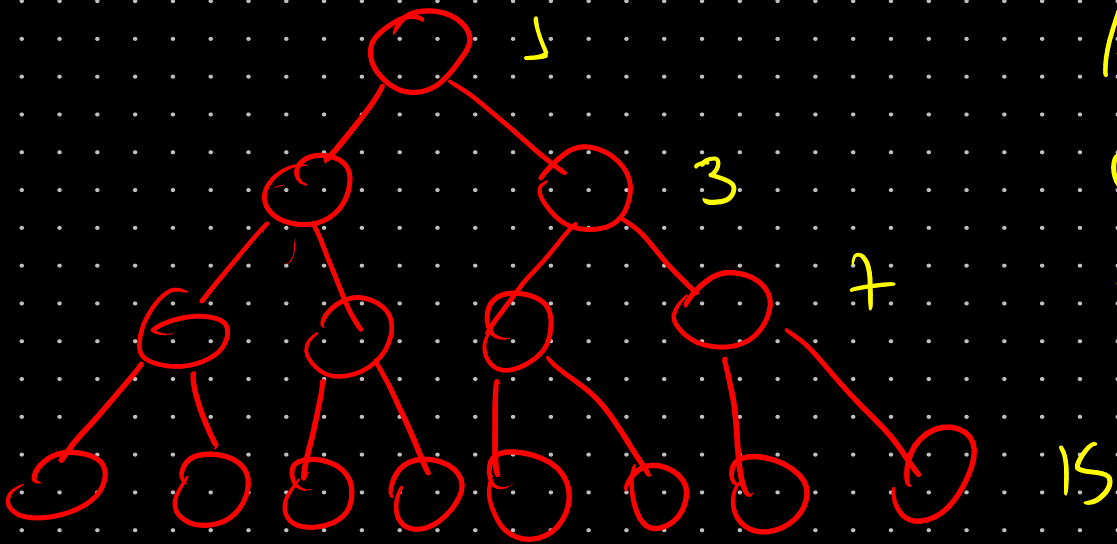
- Árvore estritamente binária:
  todo nó tem 0 ou 2 filhos

E: B



- Árvore completa
  Se existe um nó com alguma subárvore vazia, esse nó está no último ou penúltimo nível
- Árvore cheia
  todos os nós com subárvores vazias estão no último nível





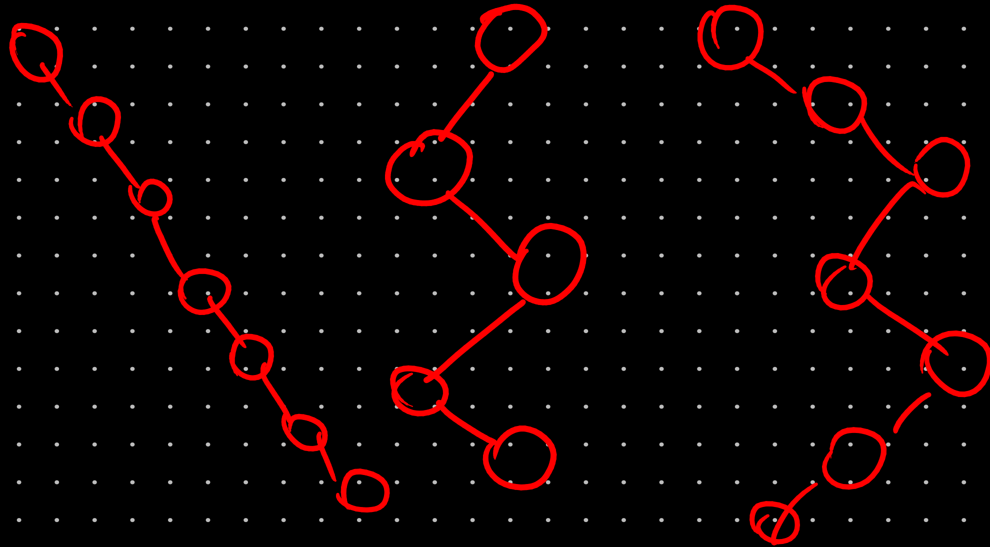

Apenas árvores com $2^k - 1$ nós são cheias

Árvore cheia

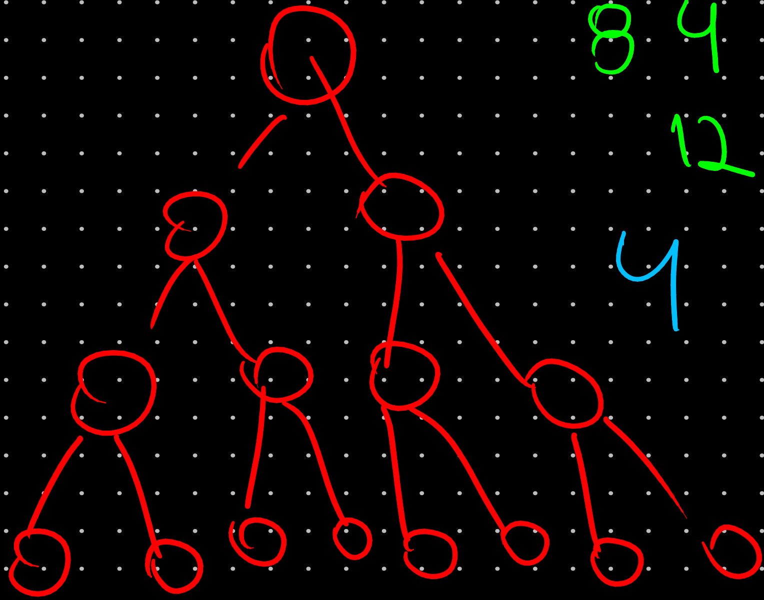
2) Seja T uma árvore binária completa com $n > 0$ nós. Então T possui altura h mínima. Além disso

$$h = 1 + \lfloor \log_2 n \rfloor$$

Árvore Zigue zague
Todo nó possui no máximo 1 filho

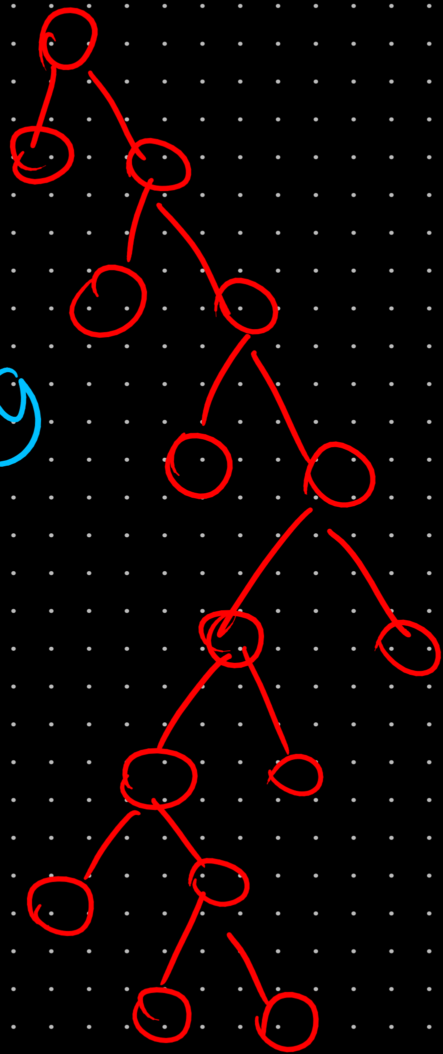


8 4 2 1 3 6 5 7
12 10 9 11 14 13 15

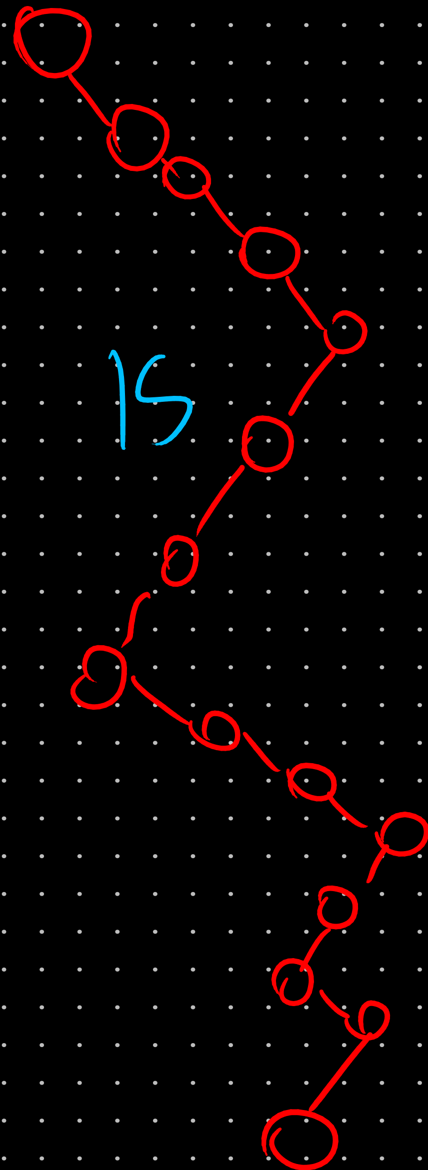


4

CHEIA



9



15

ZIGZAG