РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

***дисциплина*: Научное программирование**

Лабораторная работа №7

Выполнил: Маслов Александр

Группа: НФИмд-02-20

С/б: 1032202156

Москва

2020

Цель работы:

Рассмотреть и построить с помощью Octave различные виды графиков:

- параметрические графики,
- графики в полярных координатах,
- графики неявных функций,
- графики в комплексной плоскости,
- графики гамма-функции.

Ход работы:

Графики

Включим журналирование работы.

Рисунок 1. Журналирование работы

Параметрические графики

Параметрические уравнения для циклоиды:

$$x = r(t - \sin(t)), y = r(1 - cos(t)).$$

Построим график трёх периодов циклоиды радиуса 2. Поскольку период $ 2$, нам нужно, чтобы параметр был в пределах $ 0 t $ для трёх полных циклов. Определим параметр t как вектор в этом диапазоне, затем мы вычислим x и y.

```
>> t = linspace (0,6*pi,50);
>> r = 2;
>> x = r*(t-sin(t));
>> y = r*(1-cos(t));
>> plot(x,y)
>> axis('equal');
>> axis([0 12*pi 0 4])
>> savefig cycloid.pdf
>> print -dpdf cycloid.pdf
>> print -dpng cycloid.png
```

Рисунок 2. Построение параметрического графика

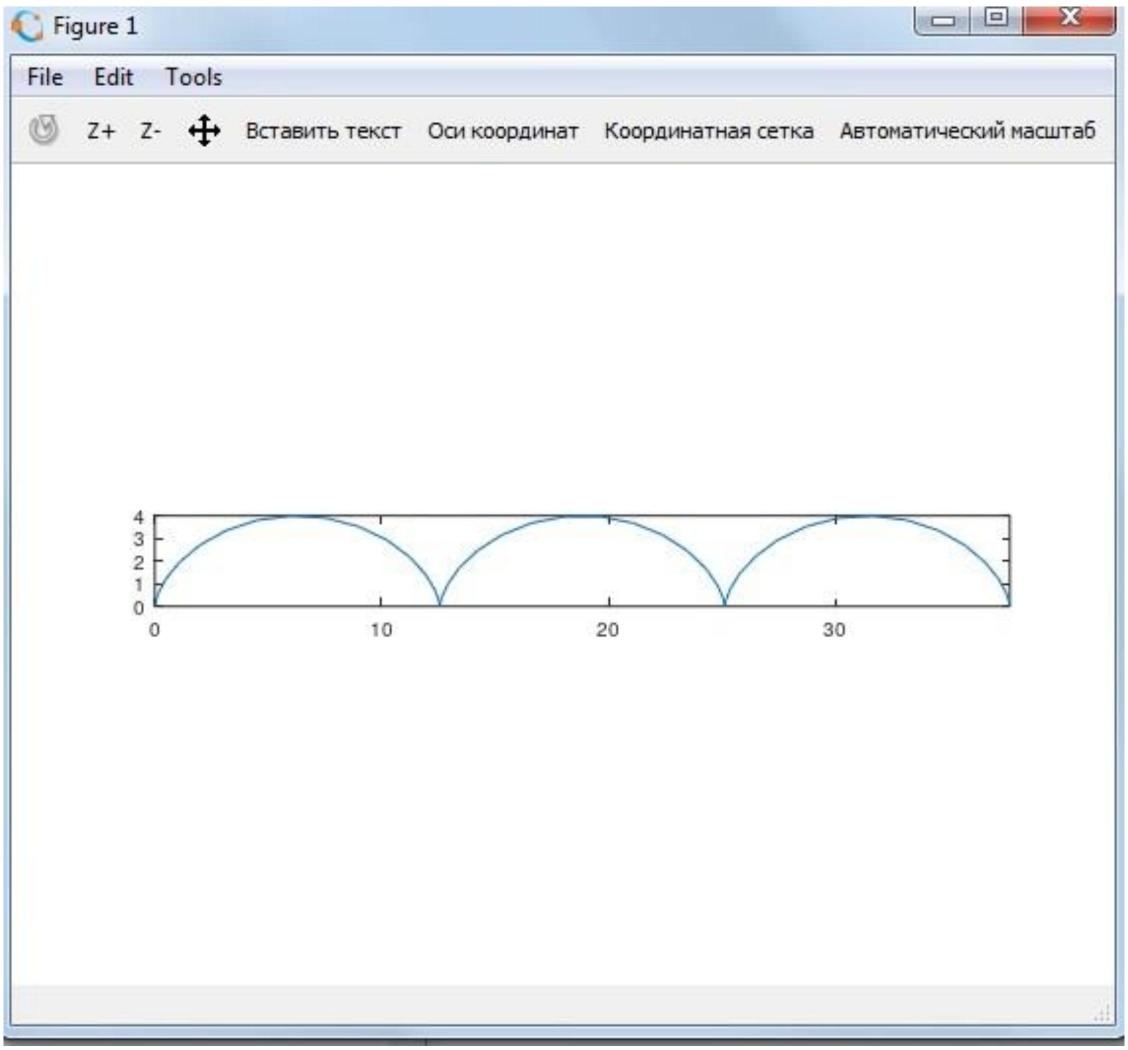

Рисунок 3. Параметрического график

Полярные координаты

Графики в полярных координатах строятся аналогичным образом. Для функции

$$r = f(\vartheta)$$

мы начинаем с определения независимой переменной ϑ, затем вычисляем r. Чтобы построить график, мы вычислим x и y, используем стандартное преобразование координат

$$x = r\cos(\vartheta), y = r\sin(\vartheta),$$

затем построим график в осях xy.

Построим улитку Паскаля

$$r = 1 - 2\sin(\vartheta).$$

```
>> theta = linspace (0,2*pi,100);
>> r = 1-2*sin(theta);
>> x=r.cos(theta);
error: matrix cannot be indexed with .
>> x=r.*cos(theta);
>> y = r.*sin(theta);
>> plot (x,y)
>> print -dpdf limacon.pdf
>> print -dpng limacon.png
```

Рисунок 4. Построение улитки Паскаля

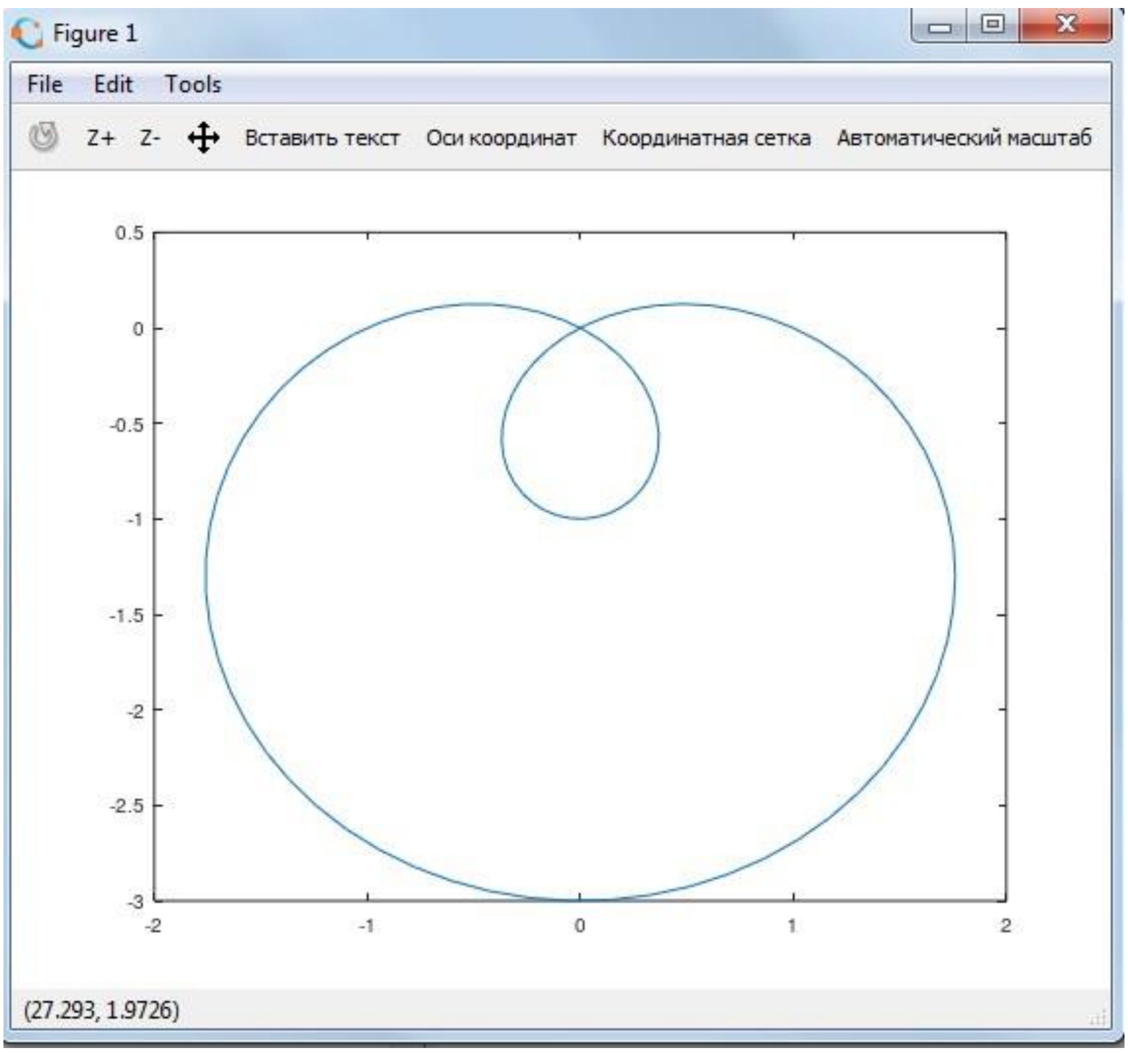

Рисунок 5. Уитка Паскаля

Также можно построить функцию

$$r = f(\vartheta)$$

в полярных осях, используя команду polar.

```
>> theta = linspace (0,2*pi,50);
>> r = 1-2*sin(theta);
>> polar(theta,r)
>> print -dpdf limacon-polar.pdf
>> print -dpng limacon-polar.png
>> |
```

Рисунок 6. Построение функции в полярных осях

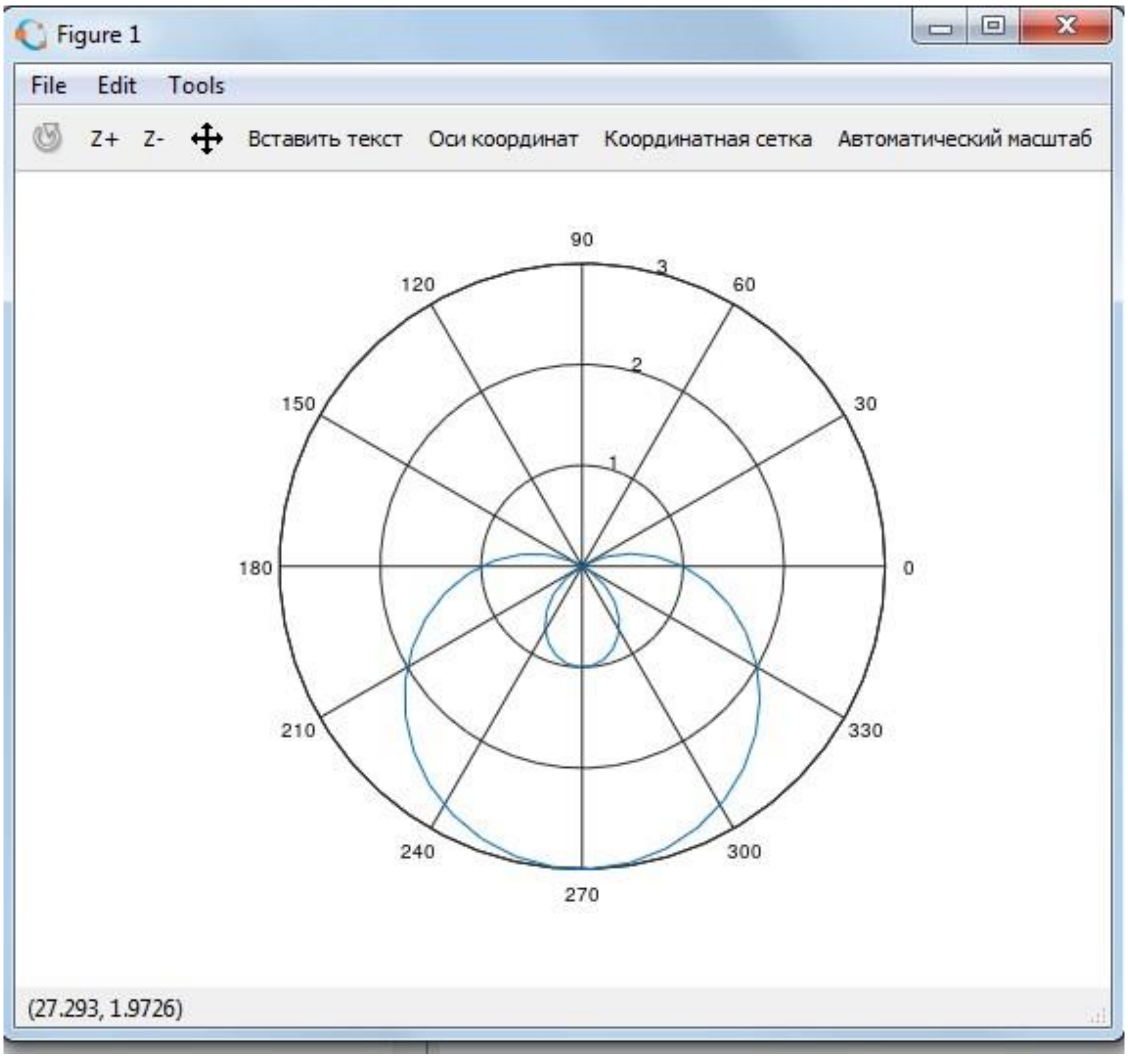

Рисунок 7. График в полярных координатах

Графики неявных функций

Пусть нужно построить функцию, неявно определённую уравнением вида

$$f(x, y) = 0.$$

Самый простой способ сделать это в Octave - с помощью команды ezplot. Построим кривую, определяемую уравнением

$$-x^2 - xy + x + y^2 - y = 1$$

Чтобы определить функцию в виде $f(x, y) = 0$, вычтем 1 из обеих частей уравнения. Зададим функцию в виде λ-функции и построим график.

```
>> f = @(x,y) -x.^2-x.*y+x+y.^2-y-1
f =

@(x, y) -x .^ 2 - x .* y + x + y .^ 2 - y - 1

>> ezplot(f)
>> print -dpdf impl1.pdf
>>
```

Рисунок 8. Построение графика неявной функции

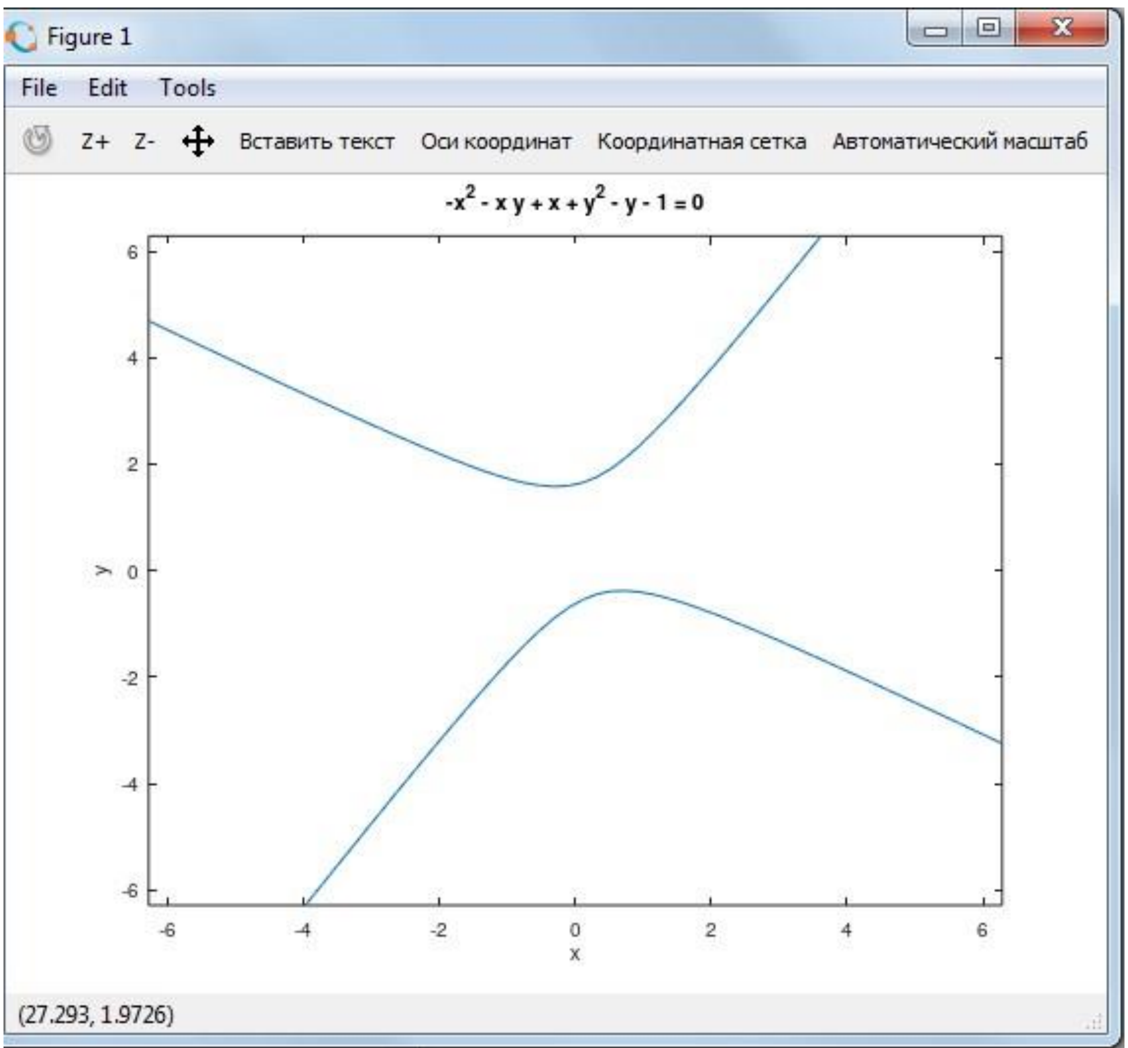

Рисунок 9. График неявной функции

Найдём уравнение касательной к графику окружности

$$(x-2)^2+y^2=25$$

в точке (—1, 4). Построим график окружности и касательной. Чтобы построить круг, сначала определим его как функцию вида $f(x,y)=0$. Зададим функцию в виде λ-функции.

```
>> f = @(x,y) (x-2).^2+y.^2-25;
```

Рисунок 10. Функция в виде λ-функции

Центр круга находится в точке (2, 0), а радиус равен 5. Зададим оси нашего графика так, чтобы они несколько превосходили окружность.

```
>> ezplot(f, [-6 10 -8 8])
```

Рисунок 11. Определение осей графика

Используя правило дифференцирования неявной функции, найдём

$$y'=\frac{2-x}{y}.$$

В точке (—1,4) имеем

$$y'|_{(-1,4)}=\frac{2-(-1)}{4}=\frac{3}{4}.$$

Таким образом, уравнение касательной линии будет иметь вид:

$$y-4=\frac{3}{4}(x-(-1))\rightarrow y=\frac{3}{4}x+\frac{19}{4}.$$

Построим график.

```
>> x = [-6:10];
>> y = 3/4*x+19/4;
>> hold on
>> plot(x,y,'r--')
>> print -dpdf impl2.pdf
```

Рисунок 12. Построение графика касательной к окружности

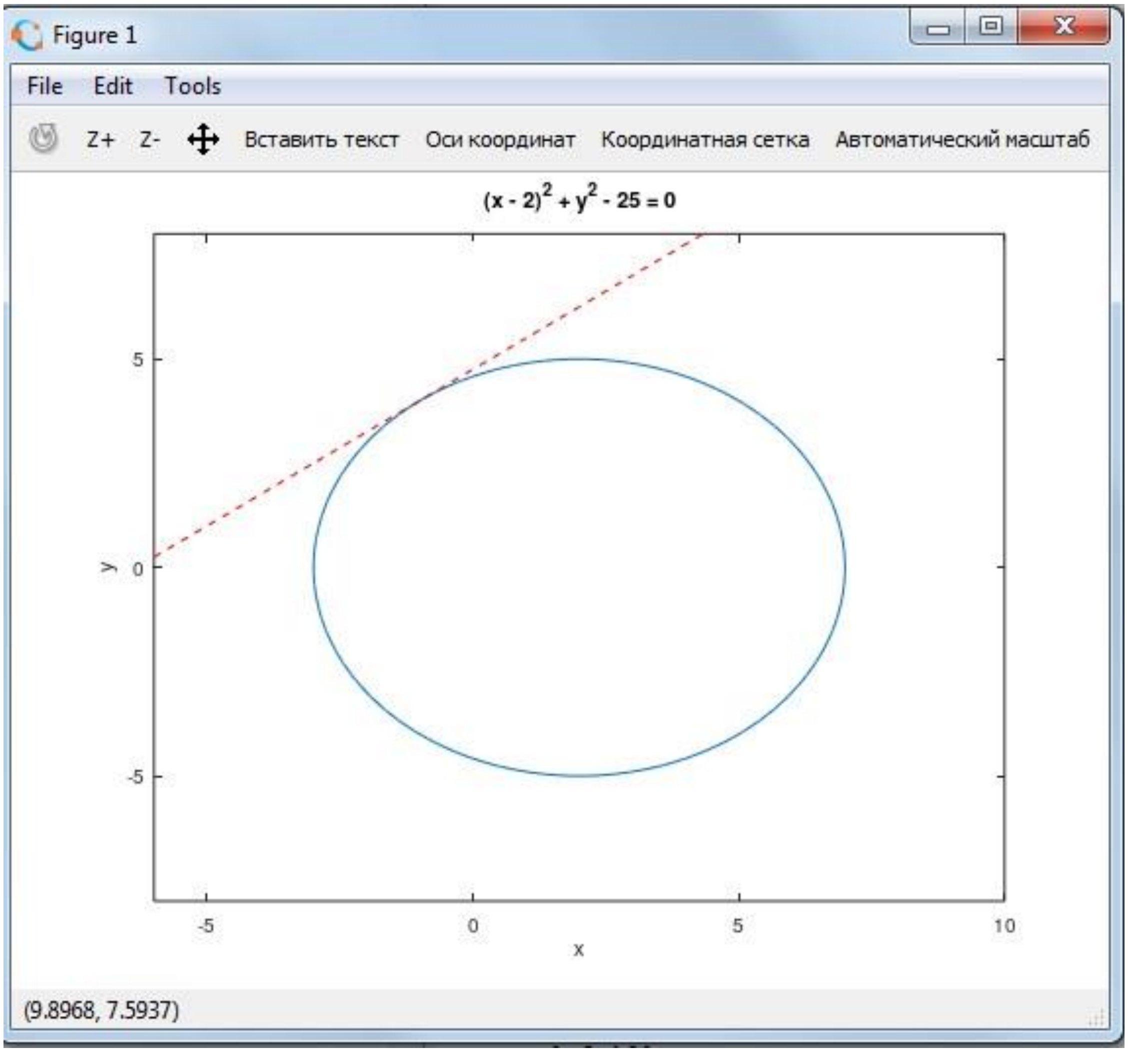

Рисунок 13. График касательной и окружности

Комплексные числа

Пусть $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 2 — 3i$. Запишем основные арифметические операции с этими числами.

```
>> z1=1+2*i;
>> z2=2-3*i;
>> z1+z2
ans =  3 - 1i
>> z1-z2
ans = -1 + 5i
>> z1*z2
ans =  8 + 1i
>> z1/z2
ans = -0.30769 + 0.53846i
>>
```

Рисунок 14. Арифметические операции с числами

Мы можем построить график в комплексной плоскости, используя команду compass. Пусть $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 2 — 3i$. Построим графики z_1, z_2и$z_1 + z + 2$ в комплексной плоскости.

```
>> clf
>> z1 = 1+2*i;
>> z2 = 2-3*i;
>> compass(z1,'b')
>> compass(z1,'b')
>> hold on
>> compass(z2,'r')
>> compass(z1+z2,'k--')
>> legend('z_1','z_2','z_1+z_2')
>> print -dpdf complex.pdf
```

Рисунок 15. Построение графика в комплексной плоскости

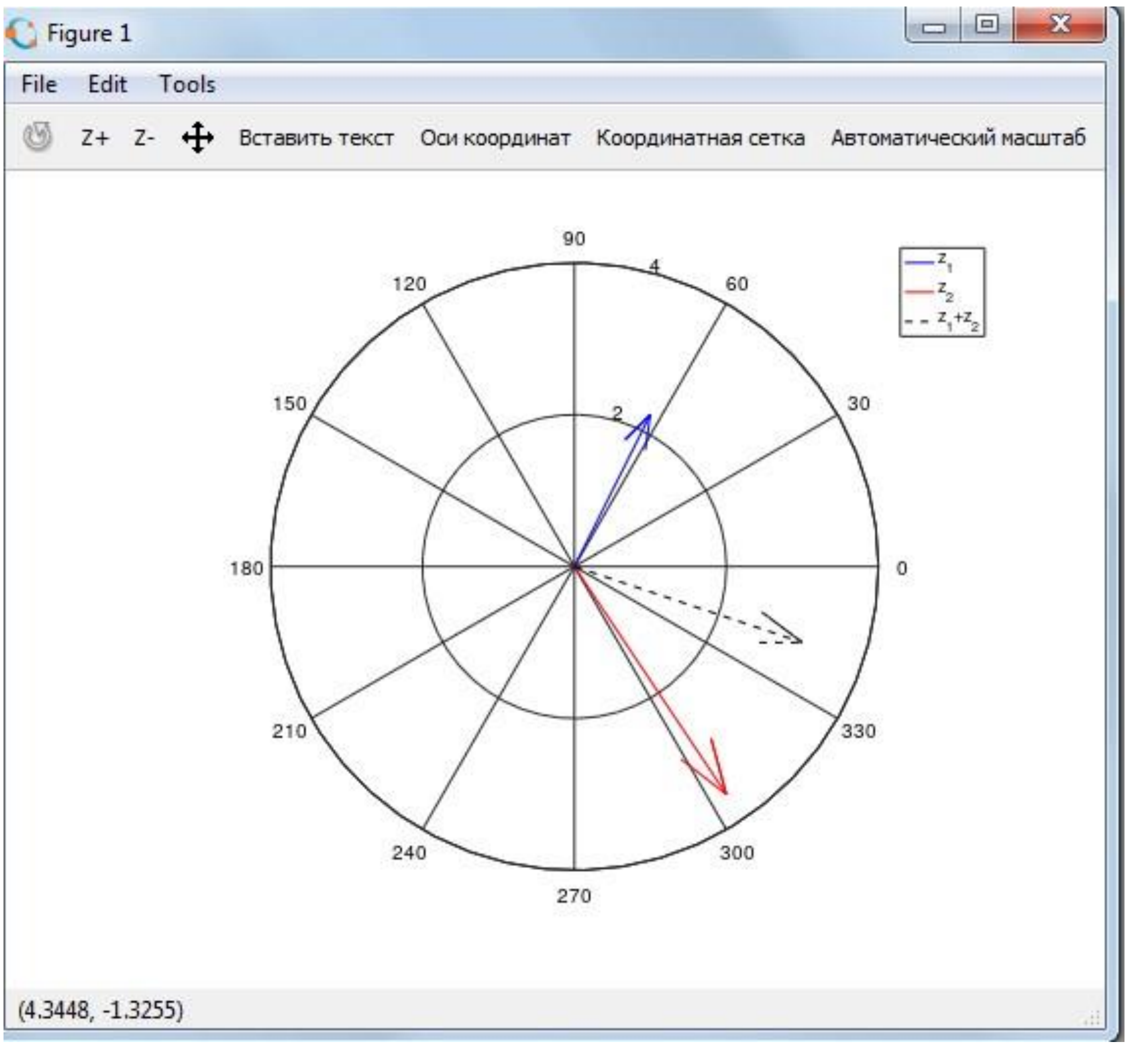

Рисунок 16. График в комплексной плоскости

Иногда Octave может неожиданно выдать странные результаты для комплексных чисел. Например, вычислим $ $:

```
>> (-8)^(1/3)
ans =  1.0000 + 1.7321i
```

Рисунок 17. Пример странного результата

Ожидался ответ —2, мы также можем легко проверить, что куб данного ответа действительно равен —8 (по крайней мере, до некоторой незначительной ошибки округления):

```
>> ans^3
ans = -8.0000e+00 + 2.2204e-15i
```

Рисунок 18. Проверка ответа

На самом деле существует три кубических корня из —8, и по умолчанию Octave возвращает тот, у которого наименьший аргумент (угол). Если нам просто нужен действительный корень, мы можем использовать команду nthroot.

```
>> nthroot(-8,3)
ans = -2
```

Рисунок 19. Действительный корень

Специальные функции

В Octave доступно много специальных функций, таких как функции Бесселя (bessel), функция ошибок (erf), гамма-функция (gamma). Гамма-функция определяется как

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt.$$

Это расширение факториала, поскольку для натуральных чисел n гамма-функция удовлетворяет соотношению

$$\Gamma(n) = (n-1)!$$

Построим функции $\Gamma(x+1)$ и $ n! $ на одном графике.

Зададим значения аргумента $ x $ для гамма-функции и $ n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ для факториала.

```
>> n=[0:1:5];
>> x = linspace(-5,,500);
parse error:

  syntax error

>>> x = linspace(-5,,500);
                    ^


>> x = linspace(-5,5,500);
>> plot(n,factorial(n),'*',x,gamma(x+1))
>> clf
>> plot(n,factorial(n),'*',x,gamma(x+1))
>> axis([-5 6 -10 25])
>> grid on;
>> legend('n!','gamma(n+1)')
>> print -dpdf gamma.pdf
```

Рисунок 20. Построение функций на графике

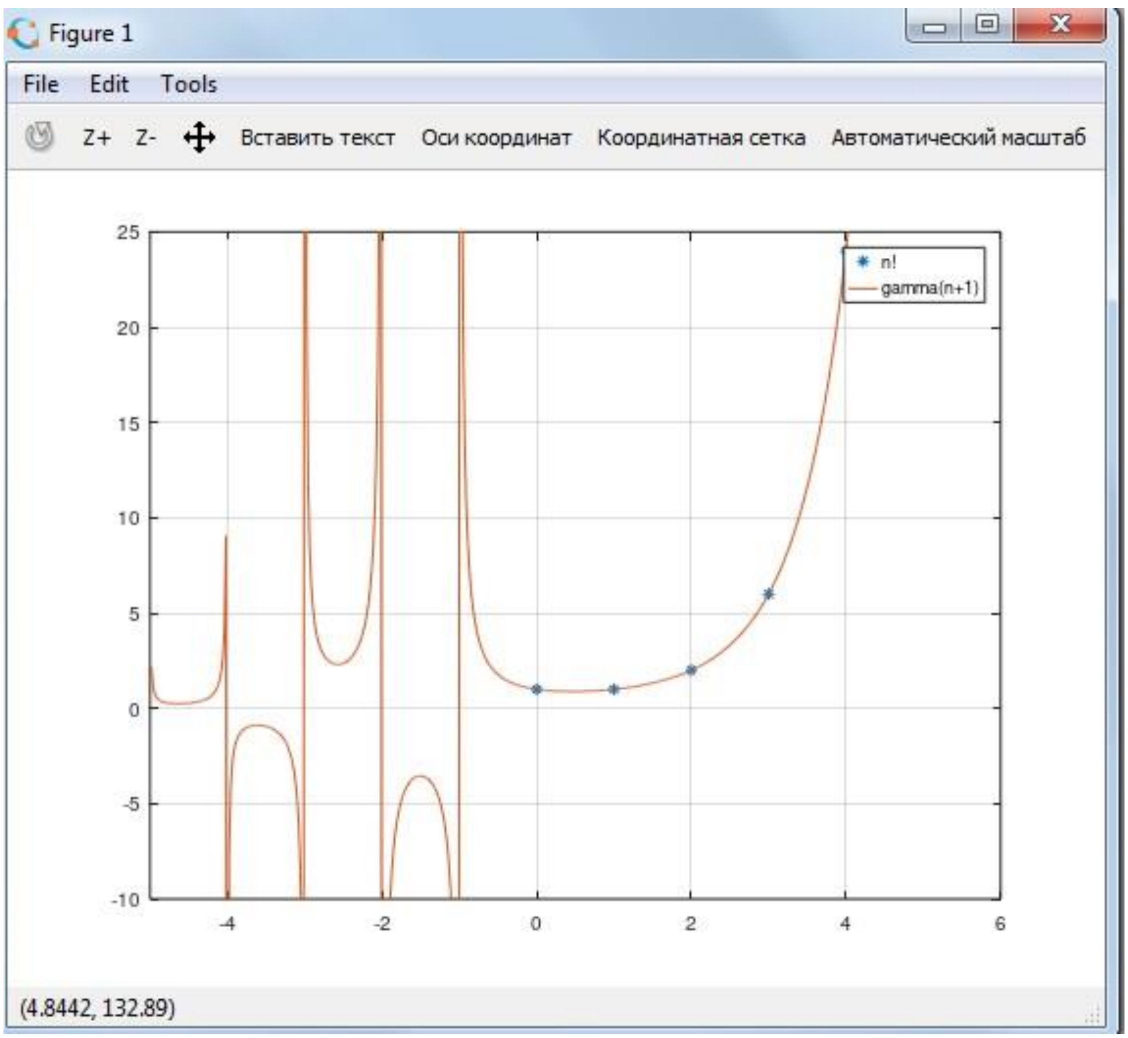

Рисунок 21. График функций Г(x+1) и n!

Если мы хотим устранить артефакты вычисления, мы должны разделить область значений на отдельные интервалы. Это даёт более точный график.

```
>> clf
>> x1 = linspace(-5,-4,500);
>> x2 = linspace(-4,-3,500);
>> x3 = linspace(-3,-2,500);
>> x4 = linspace(-2,-1,500);
>> x5 = linspace(-1,5,500);
>> plot(x1,gamma(x1+1))
>> hold on
>> plot(x2,gamma(x2+1))
>> plot(x3,gamma(x3+1))
>> plot(x4,gamma(x4+1))
>> plot(x5,gamma(x5+1))
>> axis([-5 6 -10 25]);
>> plot(n,factorial(n),'*')
>> legend('n!',"\\Gamma(n+1)")
>> print -dpdf gamma2.pdf
```

Рисунок 22. Устранение артефактов вычисления

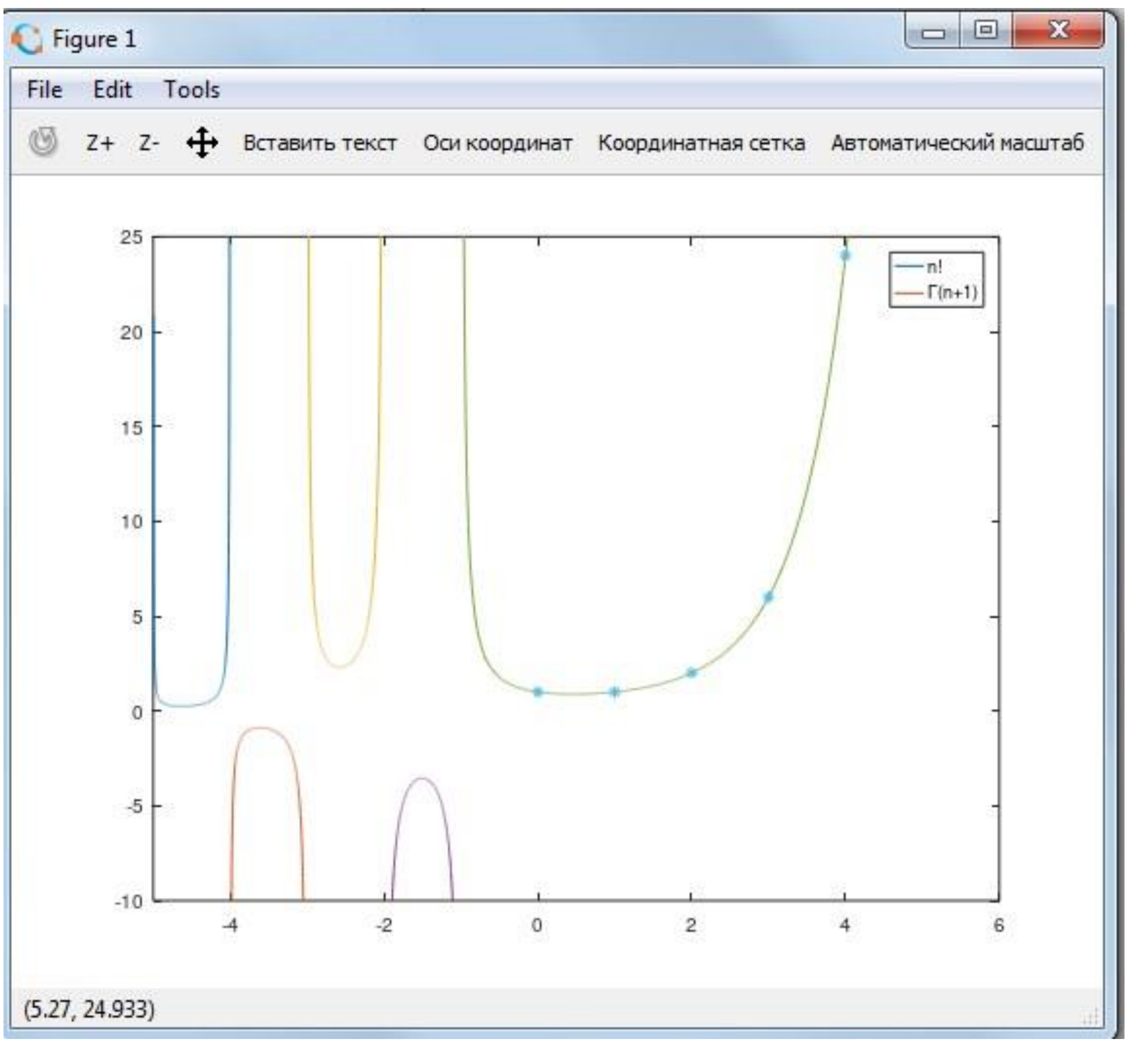

Рисунок 23. График без артефактов вычисления

Выключим журналирование.

Рисунок 24. Выключение журналирования

Вывод:

В процессе выполнения лабораторной работы с помощью Octave мы рассмотрели и построили различные виды графиков, а именно:

- параметрические графики,
- графики в полярных координатах,
- графики неявных функций,
- графики в комплексной плоскости,
- графики гамма-функции.