Найдите координаты точки, в которой прямая, проходящая через точки A(3;2;1) и B(2;1;3), пересекает плоскость x - 3y +2z -11=0.

Решение:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1}$$

$$\frac{x-3}{2-3}=\frac{y-2}{1-2}=\frac{z-1}{3-1} \iff \frac{x-3}{-1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{2}=t$$

$$\frac{x-3}{-1}=t \hookrightarrow x-3=-t \hookrightarrow \underline{x=3-t}$$

$$\frac{y-2}{-1}=t \hookrightarrow y-2=-t \hookrightarrow y=2-t$$

$$\frac{z-1}{2}=t \hookrightarrow z-1=2t \hookrightarrow z=1+2t$$

$$\begin{cases} x=3-t \\ y=2-t \\ z=1+2t \end{cases}$$

$$(3-t)-3(2-t)+2(1+2t)-11=0$$

$$3-\underline{t}-6+3\underline{t}+2+\underline{4t}-11=0$$

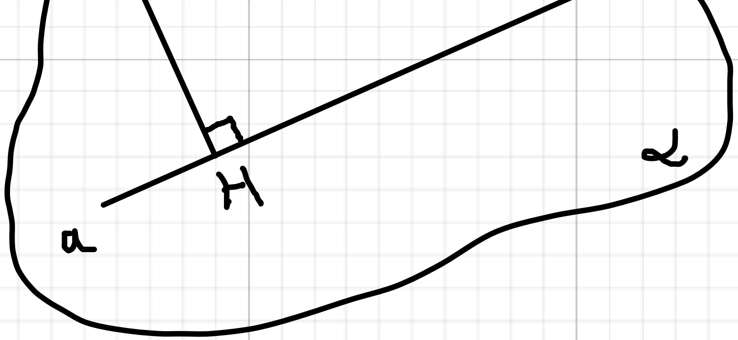
$$6t-12=0 \hookrightarrow 6t=12 \hookrightarrow t=2$$

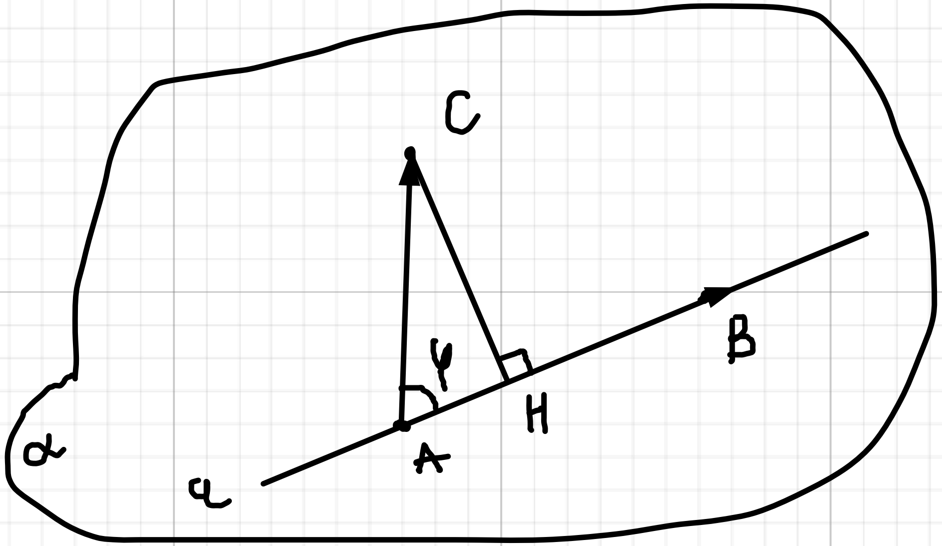
$$x=3-2=1,\quad y=2-2=0,\quad z=1+2\cdot 2=5$$

Ответ: $(1;0;5)$.

Расстояние от точки до прямой.

$\alpha=(a, A)$





$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$

$\rho(C, a) = ?$

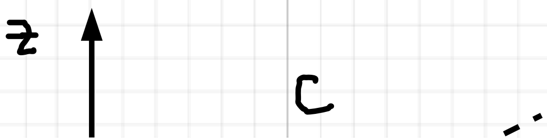
$$\cos\varphi = \frac{|\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{AB}|}, \quad \sin\varphi = \sqrt{1-\cos^2\varphi}$$

$$\sin\varphi = \frac{CH}{AC} \longrightarrow CH = AC \cdot \sin\varphi = AC \cdot \sqrt{1-\cos^2\varphi}$$

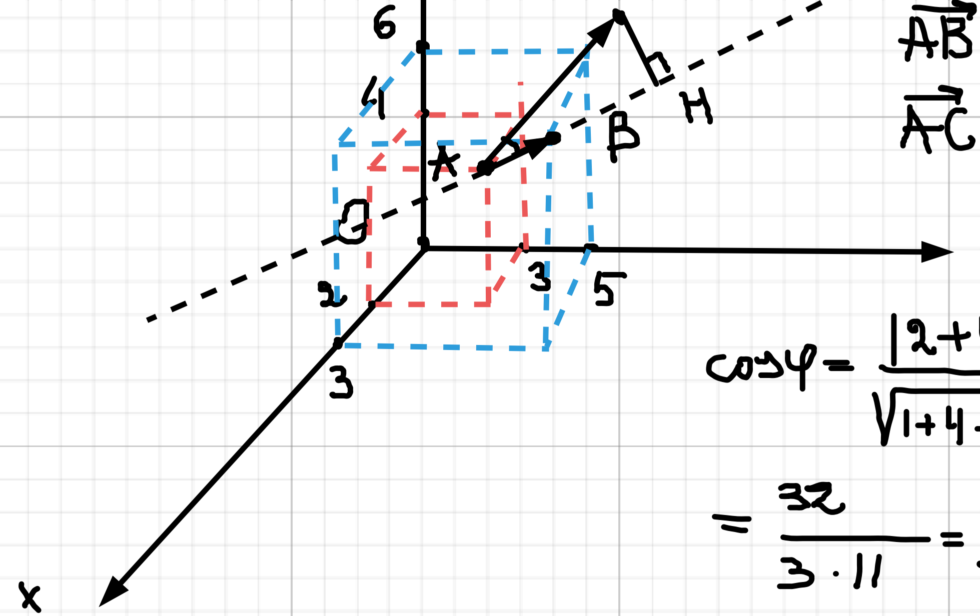
$$\rho(C, a) = CH.$$

[redacted] Найдите расстояние от точки C до прямой AB, если $A(2;3;4)$, $B(3;5;6)$, $C(4;9;13)$.

Решение:



$\rho(C, (AB)) = ?$



$\vec{AB}(1;2;2)$

$\vec{AC}(2;6;9)$

$$\cos\varphi = \frac{|2+12+18|}{\sqrt{1+4+4}\cdot\sqrt{4+36+81}} = \frac{32}{3\cdot 11} = \frac{32}{33}$$

$$\sin\varphi = \sqrt{1-\left(\frac{32}{33}\right)^2} = \sqrt{\left(1-\frac{32}{33}\right)\left(1+\frac{32}{33}\right)} = \sqrt{\frac{1}{33}\cdot\frac{65}{33}} = \frac{\sqrt{65}}{33}$$

$$CH = |\vec{AC}|\cdot\sin\varphi = 11\cdot\frac{\sqrt{65}}{33} = \frac{\sqrt{65}}{3}$$

$$\rho(C,(AB)) = \frac{\sqrt{65}}{3}$$

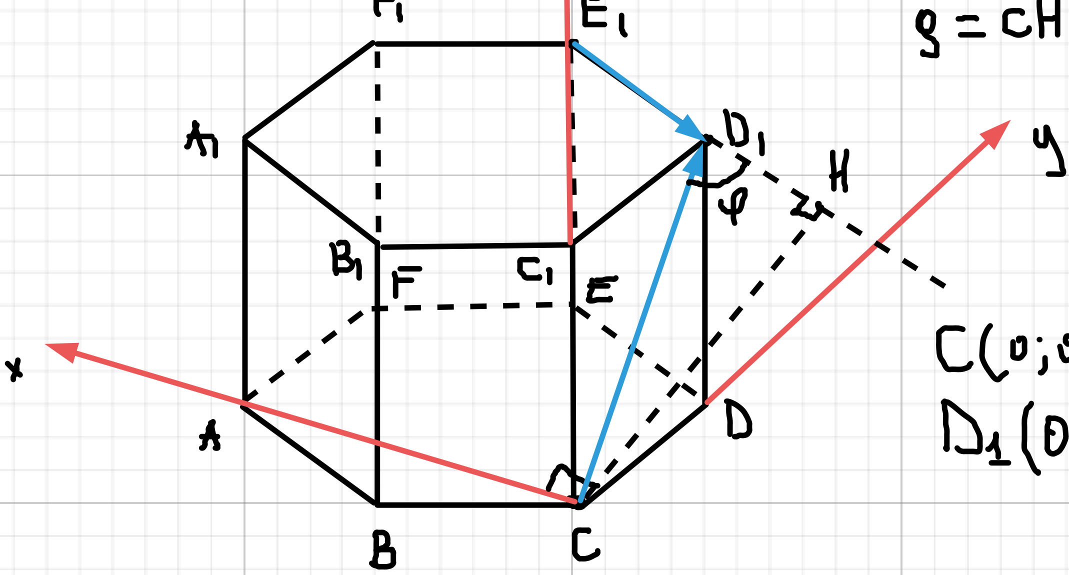
Ответ: $\frac{\sqrt{65}}{3}$.

В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все рёбра которой равны 5, найдите расстояние от точки C до прямой E_1D_1.

Решение:

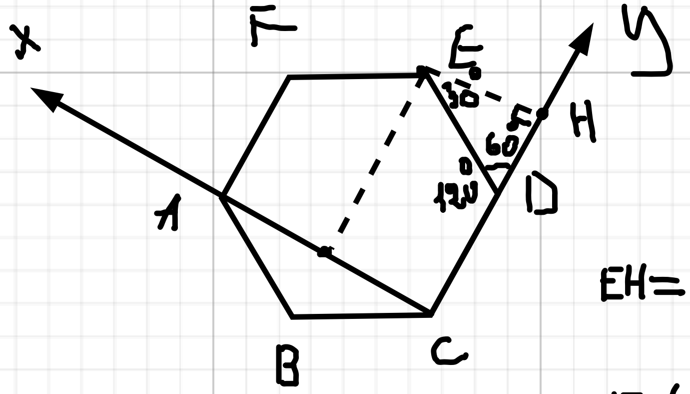
$\rho(C,(E_1D_1)) = ?$

g = CH



$C(0;0;0)$

$D_1(0;5;5)$



$$DH = \frac{5}{2}$$

$$CH = CD + DH = 5 + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$$

$$EH = \sqrt{ED^2 - DH^2} = \sqrt{25 - \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{75}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$E\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}; \frac{15}{2}; 0\right)$$

$$E_1\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}; \frac{15}{2}; 5\right)$$

$$\overrightarrow{E_1D_1}\left(-\frac{5\sqrt{3}}{2}; -\frac{5}{2}; 0\right)$$

$$\overrightarrow{CD_1}(0; 5; 5)$$

$$\cos\varphi = \frac{\left|0 - \frac{25}{2} + 0\right|}{\sqrt{\frac{75}{4} + \frac{25}{4}} \cdot \sqrt{\ldots}} =$$

$$\sqrt{\frac{\ }{4}+\frac{\ }{4}}\cdot\sqrt{25+25}$$

$$=\frac{\frac{25}{2}}{\frac{10}{2}\cdot 5\sqrt{2}}=\frac{\frac{25}{2}}{5\cdot 5\sqrt{2}}=$$

$$=\frac{25}{2\cdot 25\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

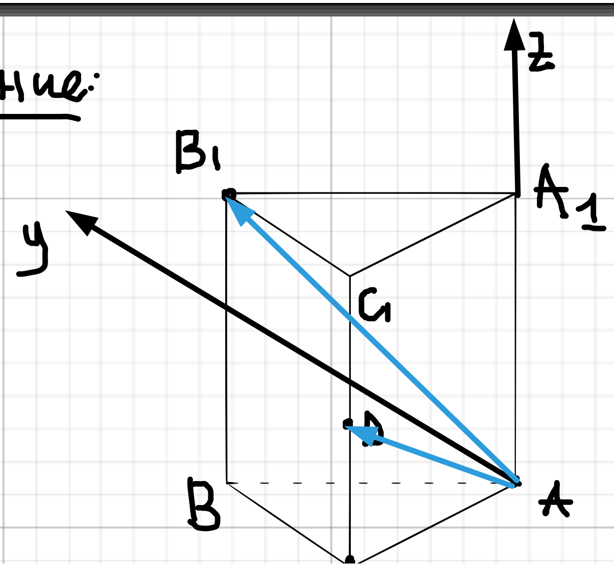
$$\sin\varphi=\sqrt{1-\frac{1}{8}}=\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$$

$$\rho(C,(E_1D_1))=|\overrightarrow{CD_1}|\sin\varphi=5\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{7}}{2}$$

Ответ: $\frac{5\sqrt{7}}{2}$.

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 2, боковые рёбра равны 1, точка D — середина ребра CC_1. Найдите расстояние от вершины C до плоскости ADB_1.

Решение:

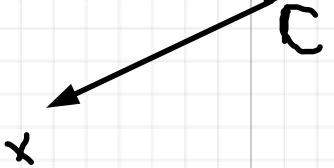


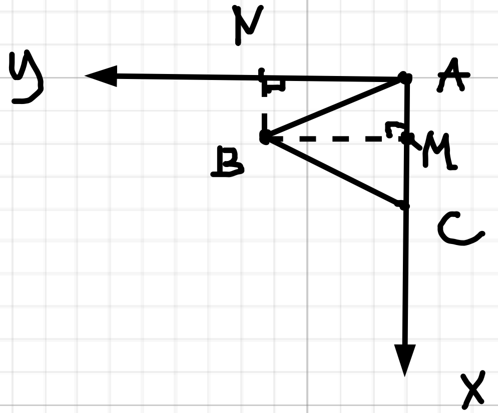
$\rho(C,(ADB_1))=?$

$A(0;0;0)$

$C(2;0;0)$

$D(2;0;\frac{1}{2})$





$AM = \frac{AC}{2} = 1$

$NA = \sqrt{AB^2 - AM^2} = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$

$B(1;\sqrt{3};0)$

$B_1(1;\sqrt{3};1)$

$\vec{AD}(2;0;\frac{1}{2})$

$\vec{AB_1}(1;\sqrt{3};1)$

$\vec{n}(x;y;z) \perp (ADB_1$

$$\begin{cases} \vec{n}\cdot\vec{AD} = 0 \\ \vec{n}\cdot\vec{AB_1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{z}{2} = 0 \\ x + \sqrt{3}y + z = 0 \end{cases}$$

$x = 1$ $\quad \begin{cases} 2 + \frac{z}{2} = 0 \\ 1 + \sqrt{3}y + z = 0 \end{cases}$ $\quad z = -4$, $y = \sqrt{3}$

$\vec{n}(1;\sqrt{3};-4)$ $\quad x + \sqrt{3}y - 4z + d = 0$

$\hookrightarrow d = 0$ $\quad \hookrightarrow x + \sqrt{3}y - 4z = 0$

$$\rho = \frac{|1\cdot 2 + \sqrt{3}\cdot 0 - 4\cdot 0|}{\sqrt{1+3+16}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

ответ.