

Tous documents sur support papier autorisés. Rendez une copie séparée pour chaque partie (logiques de description, analyse formelle de concepts).

1 Logiques de Description

1.1 Sémantique

Dans toutes ces questions on considère l'interprétation $\mathcal{I} = (\Delta, .^{\mathcal{I}})$ d'un vocabulaire constitué des concepts A et B et du rôle S définie de la façon suivante :

$$\Delta = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$A^{\mathcal{I}} = \{b, c, d, e, f\}; B^{\mathcal{I}} = \{a, b, c\}; S^{\mathcal{I}} = \{(c, a), (b, c), (c, e), (d, b), (d, c), (e, b), (f, c)\}.$$

Question 1 Donnez une représentation graphique de l'interprétation \mathcal{I} .

Question 2 Donnez l'interprétation dans \mathcal{I} du concept $\forall S.(\neg A)$.

Question 3 Peut-on en déduire que $\forall S.(\neg A) \sqsubseteq B$? Justifiez votre réponse.

Question 4 Donnez la formule logique $\Phi_C(x)$ traduisant l'appartenance de x au concept C défini par $A \sqcap (\forall R.(\neg(\exists S.B)))$

Question 5 Donnez la formule logique traduisant l'assertion $B \sqsubseteq C$, où C est le concept défini à la question précédente.

1.2 Satisfiabilité

Soit \mathcal{T} la TBox suivante :

$$\mathcal{T} = \{D \sqsubseteq F, \neg E \sqsubseteq \forall S.E, F \sqsubseteq A, A \sqsubseteq \exists S.G, B \sqcap E \sqsubseteq \perp, D \sqsubseteq \forall S.B\}$$

Pour chacune des inclusions suivantes, déroulez l'algorithme de tableau pour décider si l'inclusion est impliquée par \mathcal{T} ou pas. Si l'inclusion n'est pas impliquée, vous devez utiliser le résultat de l'algorithme pour construire un modèle de \mathcal{T} dans lequel l'inclusion n'est pas satisfaite. Indiquez clairement les règles de tableau utilisées.

Question 1 $D \sqsubseteq E$

Question 2 $B \sqsubseteq A$

1.3 Discriminabilité

Dans tout cet exercice, nous nous efforcerons de savoir si une logique \mathcal{X} suffit à discriminer deux éléments du domaine d'une interprétation \mathcal{I} .

Définition 1 Soit \mathcal{X} une logique de description, et $\mathcal{I} = (\Delta, .^{\mathcal{I}})$ une interprétation. Soient δ et δ' deux éléments de Δ . On dit qu'un concept C exprimable dans \mathcal{X} discrimine la paire $\{\delta, \delta'\}$ si $\delta \in C^{\mathcal{I}}$ et $\delta' \notin C^{\mathcal{I}}$. On dit que la paire $\{\delta, \delta'\}$ est discriminable dans \mathcal{X} si il existe un concept C qui la discrimine.

Question 1 Parmi les paires suivantes, quelles sont celles discriminées par le concept $\forall S.(\neg A)$ de la question 2 (sémantique) : $\{b, c\}, \{d, e\}, \{c, a\}$?

Définition 2 Soit \mathcal{I} une interprétation et S un rôle du vocabulaire. Soit $\delta \in \Delta$. On note $S^+(\delta) = \{\delta' \in \Delta \mid (\delta, \delta') \in S^{\mathcal{I}}\}$. Deux éléments δ et δ' de Δ sont dits \oplus -similaires si, pour tout concept primitif C , $\delta \in C^{\mathcal{I}} \Leftrightarrow \delta' \in C^{\mathcal{I}}$ et si, pour tout rôle primitif S , $S^+(\delta) = S^+(\delta')$.

Question 2 Donnez deux éléments \oplus -similaires dans l'interprétation \mathcal{I} (partie “Sémantique”).

Par la suite, nous accepterons, sans la démontrer, la propriété suivante (nous rappelons que \mathcal{AL} utilise la conjonction de concepts, la négation atomique de concepts, et la quantification existentielle restreinte – $\exists R.\top$) :

Propriété 1 Soit $\mathcal{I} = (\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$ une interprétation et δ, δ' deux éléments \oplus -similaires de Δ . Alors $\{\delta, \delta'\}$ n'est pas discriminable dans \mathcal{AL} .

Question 3 Justifiez par un contre-exemple que la réciproque n'est pas toujours vraie.

Question 4 Justifiez par un contre-exemple que la propriété n'est pas nécessairement vraie dans \mathcal{ALN} (la logique \mathcal{AL} à laquelle on ajoute les restrictions numériques de rôles).

2 Analyse Formelle de Concepts et modèles de caractéristiques

Un fabricant d'articles de loisirs propose une description de produits de type parasol qui sont commercialisés à la demande.

Ces produits, numérotés de 1 à 6 sont décrits dans le tableau 1 qui est fourni aux revendeurs sans plus d'explications. La figure 1 présente le treillis de concepts et l'AOC-poset associés au tableau 1.

TABLE 1 – Description de 6 produits de type parasol

Parasol	Parasol	Toile	PiedDécentré	PiedCentré	PiedPlastique	PiedBois	Garantie5ans	EnveloppeRangement	EnveloppeCotonBio
1	×	×	×		×				
2	×	×		×		×	×		
3	×	×		×		×		×	
4	×	×		×		×		×	×
5	×	×		×		×	×	×	
6	×	×		×		×	×	×	×

Question 1. Donnez deux implications entre caractéristiques que vous pouvez extraire des structures de la figure 1.

Question 2. Donnez toutes les équivalences entre caractéristiques que vous pouvez extraire de ces structures.

Question 3. Le produit 6 est en rupture de stock. Comment trouvez-vous grâce à la structure du treillis de

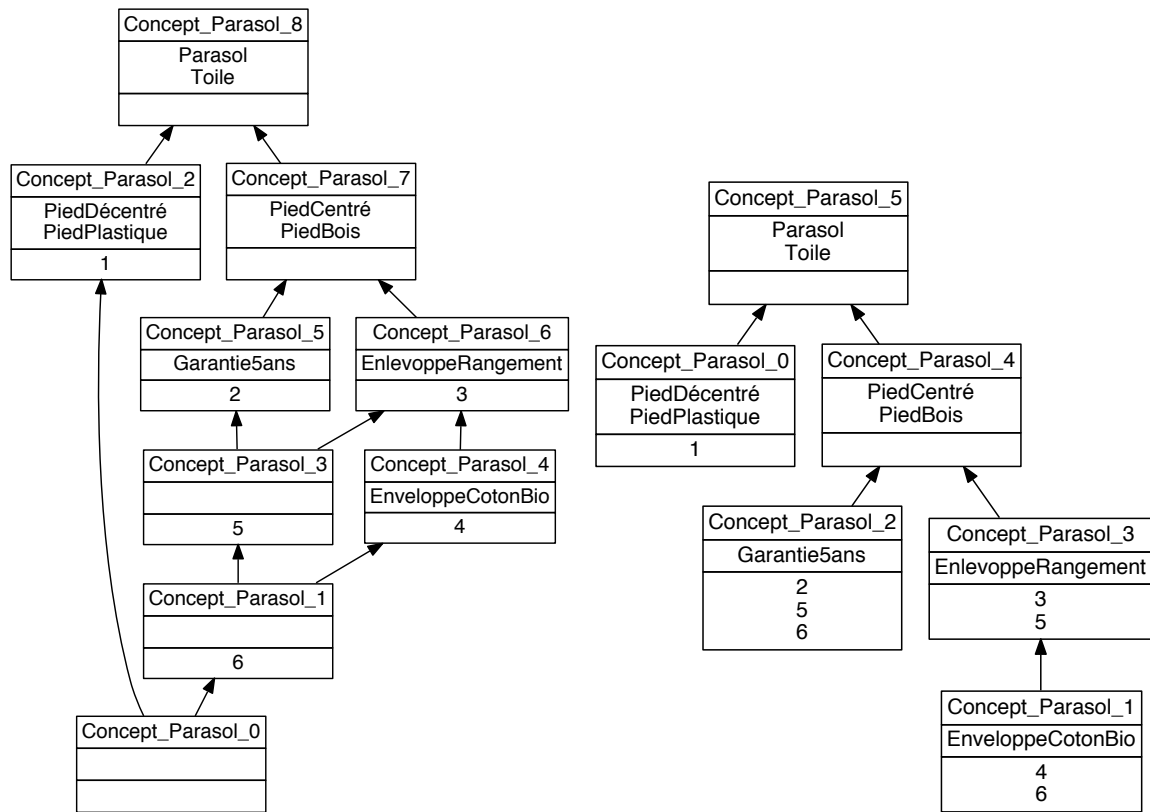


FIGURE 1 – A gauche : treillis de concepts des parasols, à droite : AC-poset des parasols

concepts un ou plusieurs produits proches ? Donnez ce(s) produit(s) en commentant votre proposition.

Question 4. Utilisez la structure de l'AC-poset pour présenter l'ECFD associé à ces produits.

Question 5. Proposez un *Feature Model* extrait de cet ECFD et représentant exactement le même ensemble de produits.

Question 6. On propose la structure de sélection des produits formulée comme suit :

→ Voulez-vous un pied décentré ? (vous aurez automatiquement un pied plastique)

OUI

NON (vous aurez automatiquement un pied centré et en bois)

→ Voulez-vous une garantie de 5 ans ?

OUI

NON

→ Voulez-vous une enveloppe de rangement ?

OUI → Voulez-vous que l'enveloppe de rangement soit en coton bio ?

OUI

NON

NON

a- Rangez les produits dans les différentes branches.

b- Quelle relation comprenez-vous entre l'ECFD et cette structure de sélection ?