Tous documents sur support papier autorisés.

1 Logiques de description

Question 1 : Vrai / Faux Indiquez si les phrases suivantes sont vraies ou fausses. Dans le cas où l'assertion est fausse, vous justifierez votre réponse en la corrigeant. On note $\mathcal{I} = (\Delta, .^{\mathcal{I}})$ une interprétation.

1. $\mathcal{I}$ interprète un vocabulaire composé de noms de concepts et de rôles, de constantes et de variables.
2. $\mathcal{I}$ interprète chaque nom de concept par un sous-ensemble de Δ.
3. $\mathcal{I}$ interprète chaque variable par un élément de Δ.
4. $\mathcal{I}$ interprète chaque nom de rôle par un couple d'éléments de Δ.

Question 2 : interprétation d'un vocabulaire On se donne un vocabulaire $\mathcal{V}$ contenant les concepts A et B ainsi que le rôle p. Soit $\mathcal{I} = (\Delta, .^{\mathcal{I}})$ l'interprétation de $\mathcal{V}$ définie par :

$$\Delta = \{a, b, c, d, e\}$$
$$A^{\mathcal{I}} = \{a, b\}$$
$$B^{\mathcal{I}} = \{b, c, d\}$$
$$p^{\mathcal{I}} = \{(a, e), (b, e), (c, e), (c, b), (e, d)\}$$

1. Donnez une représentation graphique de l'interprétation $\mathcal{I}$
2. Donnez l'interprétation dans $\mathcal{I}$ du concept $B \sqcap \exists p^{-1}.\top$
3. Donnez l'interprétation dans $\mathcal{I}$ du concept $B \sqcap \exists p.\neg(A \sqcup B)$
4. Donnez l'interprétation dans $\mathcal{I}$ du concept $B \sqcap \forall p.\neg(A \sqcup B)$

Question 3 : interprétation d'une assertion On considère de nouveau l'interprétation $\mathcal{I}$ de la question 2. Pour chacune des assertions suivantes, vous justifierez si elle est vraie ou fausse dans cette interprétation $\mathcal{I}$, ou si il ne s'agit pas d'une assertion (de la ABox ou de la TBox).

1. $B \sqcap \exists p^{-1}.\top \sqsubseteq B \sqcap \exists p.\neg(A \sqcup B)$
2. $B \sqcap \exists p^{-1}.\top$
3. $B \sqcap \exists p^{-1}.\top \sqsubseteq B \sqcap \forall p.\neg(A \sqcup B)$
4. $B \sqcap \exists p^{-1}.\top \sqsubseteq p$

Question 4 : satisfiabilité, validité Pour chacune des phrases suivantes, vous direz si elle est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse en utilisant autant que possible vos réponses à la question 3.

1. $B \sqcap \exists p^{-1}.\top \sqsubseteq B \sqcap \exists p.\neg(A \sqcup B)$ est satisfiable.
2. $B \sqcap \exists p^{-1}.\top \sqsubseteq B \sqcap \exists p.\neg(A \sqcup B)$ est valide.

Question 5 : transformation en logique du premier ordre Dans ce qui suit on note $\Phi_C(x)$ la formule de logique du premier ordre exprimant que x est une instance du concept C et $\Phi(C \sqsubseteq D)$ celle exprimant que C est un sous-concept de D. Vous construirez inductivement vos réponses.

1. Donnez la formule $F_1 = \Phi_{B \sqcap \exists p^{-1}.\top}(x)$
2. Donnez la formule $F_2 = \Phi_{B \sqcap \exists p.\neg(A \sqcup B)}(x)$
3. En utilisant votre réponse à la question 4, prouvez que la formule de logique du premier ordre $\forall x(F_1 \rightarrow F_2)$ est satisfiable. Vous justifierez soigneusement votre réponse.

Question 6 : transformation en règles Pour chacune des assertions de la forme $C \sqsubseteq D$ suivantes, vous commencerez par exprimer la formule de logique du premier ordre $\Phi(C \sqsubseteq D)$ traduisant cette assertion. Ensuite vous devrez dire si cette formule est exprimable (soit directement, soit par une transformation qui préserve l'équivalence) sous la forme d'une (ou plusieurs) règles datalog, contraintes négatives, ou règles existentielles.
Rappel : les règles existentielles étendent les règles datalog en autorisant des variables en conclusion de règle qui n'apparaissent pas en hypothèse de règle; ces variables sont quantifiées existentiellement.

1. $A \sqsubseteq B \sqcap \exists p.B$
2. $A \sqcap \exists p.A \sqsubseteq B$
3. $A \sqsubseteq \neg B$
4. $A \sqsubseteq \forall p.\neg B$
5. $A \sqcup \exists p.B \sqsubseteq B$
6. $A \sqsubseteq B \sqcup \exists p.\top$

2 Règles

Soit la base de connaissances $\mathcal{K} = (F, \mathcal{R} = \{R_1, R_2\})$ avec :
$F = \{p(a,b,c), s(a,b), r(a,d), r(b,c), r(c,a), s(c,b), s(d,c), s(d,d)\}$
$R_1 = r(x_1, y_1) \wedge s(y_1, z_1) \rightarrow q(x_1)$
$R_2 = p(x_2, y_2, z_2) \wedge q(x_2) \rightarrow p(y_2, z_2, x_2)$

Question 1 : chaînage avant Saturez F par $\mathcal{R}$ avec l'algorithme de chaînage avant en largeur (à chaque étape, on recherche tous les nouveaux homomorphismes des hypothèses de règles dans la base de faits courante, et on effectue les applications correspondantes, avant de modifier effectivement la base de faits courante). Vous présenterez le déroulement de l'algorithme selon le format suivant :

Etape	Règle applicable	Homomorphisme	fait produit	utile ?
n^o étape	*n^o règle*			*oui/non*
...				

Question 2 : requêtage Soit la requête $Q(x,y,z) = \exists u \; p(x,y,z) \wedge r(x,u) \wedge s(u,z)$. Quelles sont toutes les réponses à Q sur la base de connaissances $\mathcal{K}$? Vous justifierez ces réponses avec des homomorphismes.

Question 3 : chaînage arrière Soit la requête $Q_2(x_2, y_2, z_2) = p(x_2, y_2, z_2) \wedge r(x_2, z_2) \wedge s(z_2, z_2)$.

3.a) Que peut-on dire de Q_2 par rapport à Q ? Justifiez votre réponse.

3.b) Déterminez l'ensemble des réponses à Q_2 sur $\mathcal{K}$ par un algorithme de chaînage arrière (en appliquant les heuristiques de choix des atomes qui vous paraissent les plus pertinentes). Vous dessinerez l'arbre construit par le chaînage arrière, en indiquant sur chaque arc les informations utiles : l'atome de la requête considéré, le nom de la règle ou l'atome de la base de faits, ainsi que l'unificateur trouvé.

Question 4 : question de réflexion Considérons pour simplifier que tous les prédicats sont binaires. On voudrait pouvoir poser des requêtes qui retournent aussi les prédicats (ou relations) qui lient deux individus, par exemple "quels sont tous les p tels que $p(a,b)$?" (si a et b sont des constantes), ou bien "quels sont les x, y et p tels que $p(x,y)$?" Quelle transformation de vocabulaire (et donc des bases de connaissances et des requêtes) pourrait-on effectuer de façon à pouvoir poser de telles requêtes ?