Logiques de description et règles : Eléments de correction

Exercice 1

1. Traduction en axiomes $\mathcal{ALC}$
a. Les animaux et les plantes sont des concepts disjoints
$Animal \sqcap Plante \sqsubseteq \bot$
ou bien : $Animal \sqsubseteq \neg Plante$
ou encore : $Plante \sqsubseteq \neg Animal$
b. Les herbes sont des plantes
$Herbe \sqsubseteq Plante$
c. La relation "partie de" est transitive : pas traduisible en $\mathcal{ALC}$
d. Les parties de plante sont des plantes
$\exists PartieDe.Plante \sqsubseteq Plante$
e. Les vaches sont des animaux qui mangent de l'herbe (des herbes) et seulement de l'herbe
$Vache \sqsubseteq Animal \sqcap \exists mange.Herbe \sqcap \forall mange.Herbe$
f. Les végétariens sont exactement ceux qui ne mangent que des plantes
$Vegetarien \equiv \forall mange.Plante$
g. Les vaches folles sont des vaches qui (parfois) mangent des animaux
$VacheFolle \sqsubseteq Vache \sqcap \exists mange.Animal$

2. $\mathcal{A} = \{Vache(a), mange(a,b)\}$. $\mathcal{K} = (\mathcal{T}, \mathcal{A})$ est satisfiable. Voici un modèle (minimal) de $\mathcal{K}$: $I = (\Delta, .^I)$ avec : $\Delta = \{1,2\}$, $\top^I = \Delta$, $a^I = 1$, $b^I = 2$, $\text{Vache}^I = \text{Animal}^I = \text{Végétarien}^I = \{1\}$, $\text{Herbe}^I = \text{Plante}^I = \{2\}$, $\text{mange}^I = \{(1,2)\}$, $\text{VacheFolle}^I = \emptyset$, $\text{partieDe}^I = \emptyset$.

On vérifie que I est un modèle de $\mathcal{A}$ et de $\mathcal{T}$.

3. On se demande si le concept VacheFolle est satisfiable dans $\mathcal{T}$. Ce qui revient aussi à se demander si la base de connaissances $\mathcal{K}' = (\mathcal{T}, \{VacheFolle(a)\})$ est satisfiable.

On peut utiliser l'algorithme vu en cours (JF Baget) pour vérifier que le concept VacheFolle est insatisfiable dans $\mathcal{T}$.

4. Traduction en logique du premier ordre
a. $\forall x (Animal(x) \wedge Plante(x) \rightarrow \bot)$ (contrainte négative)
ou : $\forall x (Animal(x) \rightarrow \neg Plante(x))$
ou : $\forall x (Plante(x) \rightarrow \neg Animal(x))$
On vérifie que ces 3 formules sont bien équivalentes.
b. $\forall x (Herbe(x) \rightarrow Plante(x))$ (règle datalog)
c. $\forall x \forall y \forall z (partieDe(x,y) \wedge partieDe(y,z) \rightarrow partieDe(x,z))$ (règle datalog)
d. $\forall x \forall y (partieDe(x,y) \wedge Plante(y) \rightarrow Plante(x))$ (règle datalog)
e. On obtient une formule qui peut s'écrire comme la conjonction de 3 formules :
$\forall x (Vache(x) \rightarrow Animal(x))$ (règle datalog)
$\forall x (Vache(x) \rightarrow \exists z (mange(x,z) \wedge Herbe(z))$ (règle existentielle)
$\forall x \forall y (Vache(x) \wedge mange(x,y) \rightarrow Herbe(y))$ (règle datalog)
f. On obtient une formule qui peut s'écrire comme la conjonction de deux formules :
(1) $\forall x (Vegetarien(x) \rightarrow (\forall y (mange(x,y) \rightarrow Plante(y)))$ (traduction de l'inclusion gauche), équivalente à : $\forall x \forall y (Vegetarien(x) \wedge mange(x,y) \rightarrow Plante(y))$ (règle datalog)
(2) $\forall x \forall y ((mange(x,y) \rightarrow Plante(y)) \rightarrow Vegetarien(x))$ (traduction de l'inclusion droite) ne se traduit pas en règle.
g. $\forall x (VacheFolle(x) \rightarrow (Vache(x) \wedge \exists z (mange(x,z) \wedge Animal(z)))$, qui se traduit en une règle datalog et une règle existentielle.

Exercice 2

1. Soit la TBox $\mathcal{T}_1 = \{C_1 \sqsubseteq \forall R.C_2\}$ et la ABox $\mathcal{A}_1 = \{C_1(a), R(a,b)\}$. On a bien $\mathcal{T}_1, \mathcal{A}_1 \models C_2(b)$. En effet tout modèle I de $\mathcal{T}_1$ et $\mathcal{A}_1$ satisfait nécessairement $C_2(b)$: $a^I \in C_1^I$, $C_1^I \subseteq (\forall R.C_2)^I$, donc $a^I \in (\forall R.C_2)^I$; et puisque $(a^I, b^I) \in R^I$, on a $b^I \in C_2^I$.
2. Soit la TBox $\mathcal{T}_2 = \{\forall R.C_2 \sqsubseteq C_1\}$ et la ABox $\mathcal{A}_2 = \{R(a,b), C_2(b)\}$. On n'a pas $\mathcal{T}_2, \mathcal{A}_2 \models C_1(a)$. En effet, nous sommes en monde ouvert (ce qui correspond à la conséquence logique classique). Intuitivement, il se peut que a soit relié par R à d'autres objets que b, et que ces objets ne soient pas des C_2. Construire un modèle de $\mathcal{A}_1$ qui soit aussi un modèle de $\forall R.C_2 \sqsubseteq C_1$.