

Tous documents sur support papier autorisés.
Rendez une copie séparée pour chacun des trois exercices.

1 Logiques de description (et règles existentielles)

On se donne un vocabulaire \mathcal{V} contenant les concepts A , B et C ainsi que les rôles p et q . Soit \mathcal{I} l'interprétation de \mathcal{V} définie par :

$$\Delta = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$A^{\mathcal{I}} = \{a, b, c\}$$

$$B^{\mathcal{I}} = \{b, e\}$$

$$C^{\mathcal{I}} = \{c, d\}$$

$$p^{\mathcal{I}} = \{(c, a), (d, f), (a, b), (a, e)\}$$

$$q^{\mathcal{I}} = \{(a, e), (c, d), (b, a), (d, c), (f, f)\}$$

Question 1 Quelle est l'interprétation dans \mathcal{I} des concepts F et G définis de la façon suivante (ces concepts F et G seront utilisés tout le long de l'exercice) :

$$F = \exists p.(B \sqcup C)$$

$$G = \forall q.F$$

Vous justifierez chaque étape de votre raisonnement.

Question 2 Pour chacune des assertions suivantes, vous justifierez si l'interprétation \mathcal{I} est un modèle de l'assertion :

$$G \sqsubseteq A$$

$$G \sqsubseteq A \sqcup B$$

Question 3 Pour chacune des affirmations suivantes, vous justifierez si elle est vraie, fausse, ou si elle n'a aucun sens :

1. \mathcal{I} est un modèle de G
2. \mathcal{I} est un modèle de $G \sqsubseteq A$
3. \mathcal{I} est un modèle de $G \sqsubseteq A \sqcup B$
4. $G \sqsubseteq A \sqcup B$ est satisfiable
5. \mathcal{I} est un modèle de $\exists p.A \sqsubseteq A$
6. $\exists p.A \sqsubseteq A$ est valide

Question 4 Donnez la formule en logique du premier ordre $\Phi_G(x)$ traduisant que x appartient au concept G .

Question 5 Traduisez en logique du premier ordre l'assertion

$$G \sqsubseteq A \sqcup B$$

Question 6 Pour chacune des formules de logique du premier ordre ci-dessous, justifiez si elles correspondent à la traduction d'un concept, d'une assertion (auquel cas vous donnerez le concept ou l'assertion qu'elles traduisent), ou à aucun des deux (ce que vous devrez justifier).

1. $p(x, y) \rightarrow A(y)$
2. $\exists y p(x, y) \rightarrow A(y)$
3. $\forall x \exists y p(x, y) \rightarrow A(y)$

Question 7 Traduisez chacune des assertions suivantes en logique du premier ordre. Pour chacune de ces traductions, vous affirmerez si elle est sous la forme d'une règle existentielle, si elle est équivalente à une (ou à la conjonction de plusieurs) règle(s) existentielle(s) (auquel cas vous donnerez la ou les règles équivalentes), ou si elle ne l'est pas (ce que vous devrez justifier).

1. $A \sqsubseteq \exists p. \top$
2. $\exists p. \top \sqsubseteq A$
3. $A \sqcup B \sqsubseteq \exists p. \top$
4. $\exists p. \top \sqsubseteq A \sqcup B$
5. $\forall p. B \sqsubseteq A$
6. $A \sqsubseteq \forall p. B$

Question 8 Nous notons $\Phi_G(x)$ la formule logique associée au concept G que vous avez donnée à la question 4. Par la méthode de votre choix, dire si la formule $\forall x(\Phi_G(x) \sqcap \neg A(x) \sqcap \neg B(x))$ est satisfiable ou pas. Si cette formule n'est pas satisfiable, vous donnerez un contre-modèle.

Question 9 Suite à la question 8, que pouvez-vous déduire sur la validité de l'assertion

$$G \sqsubseteq A \sqcup B$$

2 Requêtes en monde clos et monde ouvert

On considère 3 requêtes conjonctives avec négation (ces requêtes ne diffèrent que par leurs variables réponses) :

- $q_1() = \exists x \exists y (p(x) \wedge r(x, y) \wedge \neg p(y))$
- $q_2(x) = \exists y (p(x) \wedge r(x, y) \wedge \neg p(y))$
- $q_3(x, y) = (p(x) \wedge r(x, y) \wedge \neg p(y))$

Question 1 Soit la base de faits $F_1 = \{p(a), r(a, b), r(b, c), r(a, c)\}$. Quelles sont les réponses à q_1 , q_2 et q_3 sur F_1 si on fait l'hypothèse du monde clos ? Expliquez comment vous obtenez ces réponses.

Question 2 Soit la base de faits $F_2 = \{p(a), r(a, b), r(b, c), r(a, c), \neg p(c)\}$. Quelles sont les réponses à q_1 , q_2 et q_3 sur F_2 si on fait l'hypothèse du monde ouvert ? Expliquez comment vous obtenez ces réponses.

3 Analyse Formelle de Concepts

Nous étudions quelques représentations de plantes pesticides, avec leur famille (lauracée, astéracée) certaines de leurs propriétés (aromatique, comestible, etc.) et leurs modes d'utilisation (application sous forme d'huile, d'huile essentielle, ou d'extrait), inspirées par une base de connaissances réalisée dans le cadre du projet KNOMANA¹. La figure 1 présente le treillis de concepts associé au tableau 1.

Question 1. En utilisant le treillis de la figure 1, pouvez-vous donner :

- l'intension complète et l'extension complète du concept `Concept_Plant_4`,
- une règle d'implication,
- les informations partagées par toutes les plantes de cet exemple qui appartiennent à la famille des lauracées ?

1. <https://ur-aida.cirad.fr/nos-recherches/projets-de-recherche/knomana>

TABLE 1 – Description de quelques plantes pesticides

Plant	lauraceae	asteraceae	aromatic	comestible	toxic	evergreen	contraceptive	antidysenteric	applicOil	applicEssentialOil	applicExtract
cinnamomumZeylanicum	×		×	×		×			×		
chromolaenaOdorata		×	×		×	×				×	×
aspiliaAfricana		×	×		×	×	×			×	×
ageratumConyzoides		×	×		×	×		×		×	×

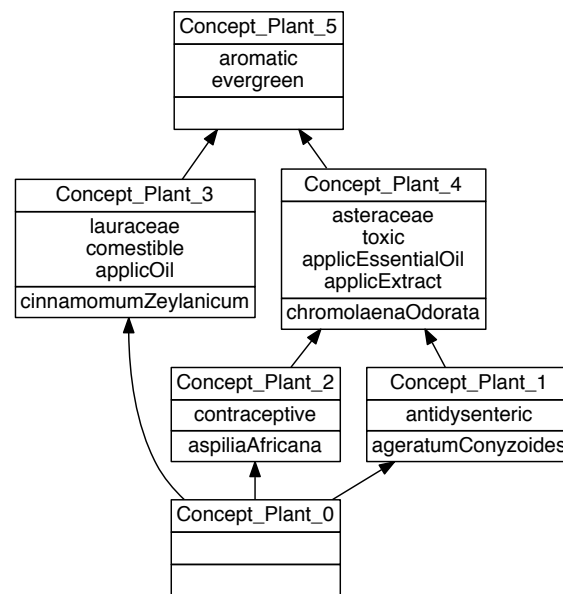


FIGURE 1 – Treillis de concepts sur les plantes pesticides

Justifiez vos réponses grâce aux concepts de ces structures et/ou grâce à leur position relative dans l'ordre de spécialisation/généralisation.

Question 2. Quels concept(s) disparaîtrait(en)t si nous avions construit un AOC-poset plutôt qu'un treillis de concepts ?

Question 3. L'agératum conyzoïdes est utilisé pour traiter des moisissures. Malheureusement cette plante n'est plus disponible dans le stock de plantes. Comment trouvez-vous grâce à la structure du treillis de concepts une ou plusieurs plantes proches ? Donnez ce(s) plantes (s) en commentant votre proposition (comment les avez-vous choisies ?).

Question 4. En supposant qu'une ontologie existante sur les plantes comprenne uniquement les familles de plantes (lauracées, astéracées, lamiacées, etc.), quels concepts pourriez-vous tirer de ce treillis pour la compléter ?

Question 5. Expliquez par quelques exemples bien choisis (pas exhaustivement) comment vous traduiriez cet ensemble d'informations (les données de base et le treillis) dans une logique de description.