




# Représentation de connaissances



Interrogation de bases de connaissances

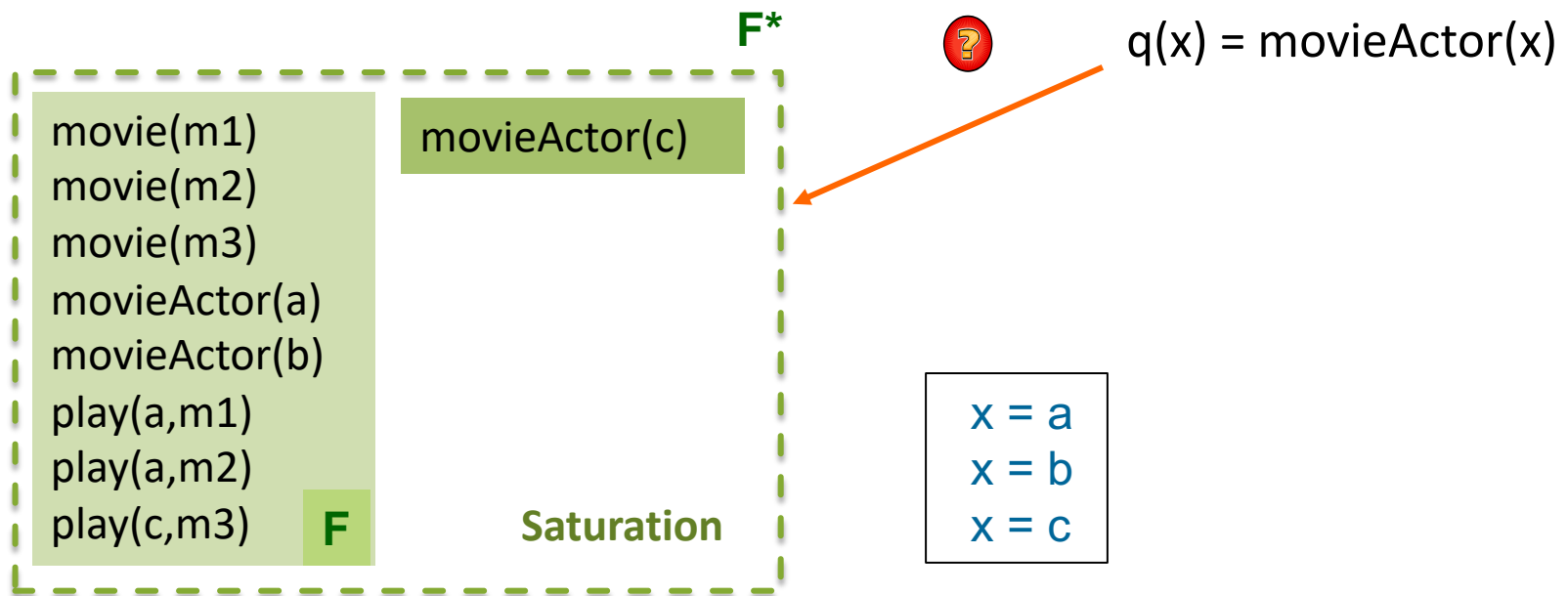
avec règles Datalog

- 
- Chaînage avant (Forward Chaining , « matérialisation »)
  - Chaînage arrière classique (Backward Chaining)
  - Variante de BC par réécriture de requête

# EXAMPLE (FORWARD CHAINING)

$\mathcal{R} = \{ R: \text{play}(x,y), \text{movie}(y) \rightarrow \text{movieActor}(x) \}$

« find all movie actors »



## Query Answering on $(F, \mathcal{R})$

1. **Forward chaining:** compute  $F^*$  (can be done offline)
2. Evaluate queries on  $F^*$  (based on homomorphisms to  $F^*$ )

# EXAMPLE (BACKWARD CHAINING - CLASSICAL)

R:  $\text{play}(x,y), \text{movie}(y) \rightarrow \text{movieActor}(x)$

$q(x) = \text{movieActor}(x)$

movie(m1)  
movie(m2)  
movie(m3)  
movieActor(a)  
movieActor(b)  
play(a,m1)  
play(a,m2)  
play(c,m3)

**Rewrite** queries with the **rules** and the **facts**  
until obtaining empty sets of atoms  
Compose substitutions to « trace » answers

- an atom of  $q$  unified with a fact

unifier  $x \rightarrow a$

$\Rightarrow \emptyset$

$x = a$   
 $x = b$

unifier  $x \rightarrow b$

$\Rightarrow \emptyset$

- an atom of  $q$  unified  
with head(R):

Renaming of R's variables (to avoid confusion)  
R:  $\text{play}(x',y'), \text{movie}(y') \rightarrow \text{movieActor}(x')$

unifier  $x \rightarrow x'$

$\Rightarrow q_1: \text{play}(x',y'), \text{movie}(y')$

- an atom of  $q_1$  unified with fact  $\text{play}(c,m3)$

$x' \rightarrow c, y' \rightarrow m3$

$\Rightarrow q_2: \text{movie}(m3)$

- an atom of  $q_2$  unified with fact  $\text{movie}(m3)$

unifier (empty)

$\Rightarrow \emptyset$

$x = c$

$x = a$   
 $x = b$   
 $x = c$

and similarly with  $q_1$  and the other facts

# UNIFIERS

R1:  $p(x1, y1), p(y1, z1) \rightarrow gp(x1, z1)$   
R2:  $mo(x2, y2) \rightarrow p(x2, y2)$   
R3:  $fa(x3, y3) \rightarrow p(x3, y3)$

$A = gp(x, a)$

A **unifier**  $u$  of atoms  $A$  and  $B$  is a substitution (of **variables**) such that  $u(A) = u(B)$

A **most general unifier** (mgu) of  $A$  and  $B$  is a unifier  $u$  of  $A$  and  $B$  such that every other unifier of  $A$  and  $B$  can be written as  $s \circ u$  where  $s$  is a substitution

$A = gp(x, a)$

$B = gp(x1, z1)$

$u1:$

$x \rightarrow x1$   
 $z1 \rightarrow a$

$u2:$

$x1 \rightarrow x$   
 $z1 \rightarrow a$

mgu

Il peut y avoir plusieurs mgu de  $A$  et  $B$ ,  
mais ils sont « équivalents » :  
on passe de l'un à l'autre par une substitution  $s$  qui  
ne fait que renommer bijectivement les variables

$u2 = \{ x1 \rightarrow x \} \circ u1$

$u1 = \{ x \rightarrow x1 \} \circ u2$

$u3:$

$x \rightarrow a$   
 $z1 \rightarrow a$   
 $x1 \rightarrow a$

$u3 = \{ x1 \rightarrow a \} \circ u1$

# DIRECT REWRITING

R1:  $p(x1,y1), p(y1,z1) \rightarrow gp(x1,z1)$   
R2:  $mo(x2,y2) \rightarrow p(x2,y2)$   
R3:  $fa(x3,y3) \rightarrow p(x3,y3)$

Note:

Facts are seen as rules with an empty body

Basic step: computation of a **direct rewriting** of a query  $q$

1. look for a mgu  $u$  of an atom  $A$  in  $q$  and an atom in the head of a rule  $R$
2. the direct rewriting of  $q$  with  $R$  according to  $u$  is

$$rew(q,R,u) = u(body(R)) \cup u(q \setminus A)$$

$q = gp(x,a)$

$head(R1) = gp(x1,z1)$

$u: x \rightarrow x1, z1 \rightarrow a$

$$rew(q,R1,u) = p(x1,y1), p(y1,a)$$

$q' = gp(x,a), p(x,b)$

$head(R1) = gp(x1,z1)$

$u: x \rightarrow x1, z1 \rightarrow a$

$$rew(q',R1,u) = p(x1,y1), p(y1,a), p(x1,b)$$

# BACKWARD CHAINING POUR CQ **BOOLÉENNE**

Rappel : les faits sont vus ici comme des règles

## Algorithme BC(K,Q)

// Donnée :  $K = (F,R)$  et  $Q$  une requête booléenne (liste d'atomes)

// Remarque : on voit un fait  $p(a_1, \dots, a_k)$  comme une règle  $\rightarrow p(a_1, \dots, a_k)$

// Résultat : vrai si  $K$  répond positivement à  $Q$ , sinon faux

### Début

Si  $Q = \emptyset$ , retourner vrai

Pour toute règle  $R = B \rightarrow H$  de **F** et **R**

telle que premier( $Q$ ) s'unifie avec  $H$  par un unificateur  $u$

*// penser à renommer les variables de  $R$  si besoin*

*pour que les ensembles de variables de  $Q$  et  $R$  soient disjoints*

$Q' \leftarrow u(B) \cup u(\text{reste}(Q))$

Si BC( $K, Q'$ ) = vrai, retourner vrai

### FinPour

Retourner faux

### Fin

# BACKWARD CHAINING POUR CQ NON BOOLÉENNE

Rappel : les faits sont vus ici comme des règles

//  $Q(x_1, \dots, x_k)$  est une CQ vue comme un ensemble d'atomes

//  $S = \{(x_1, x_1), \dots, (x_k, x_k)\}$  initialement

## Algorithme BC(K, Q, S)

// Donnée :  $K = (F, R)$  et  $Q$  une CQ,  $S$  substitution de  $\{x_1, \dots, x_k\}$

// Résultat : Ensemble des  $\{(x_1, a_1), \dots, (x_k, a_k) \mid (a_1, \dots, a_k) \text{ est une réponse à } Q \text{ dans } K\}$

### Début

$\text{Rep} \leftarrow \emptyset$  // sera le résultat

**Pour** toute règle  $R = B \rightarrow H$  de  $F$  et  $R$  telle que  $\text{premier}(Q)$  s'unifie avec  $H$  par  $u$

    // si besoin, renommer les variables de  $R$  pour que  $\text{variables}(Q) \cap \text{variables}(R) = \emptyset$

$Q' \leftarrow u(B) \cup u(\text{reste}(Q))$

$S \leftarrow u \circ S$  // mise à jour de  $(x_i, y)$  par  $(x_i, z)$  si  $(y, z) \in u$

**Si**  $Q' = \emptyset$ , ajouter  $S$  à  $\text{Rep}$

**Sinon**  $\text{Rep} \leftarrow \text{Rep} \cup \text{BC}(K, Q', S)$

### FinPour

Retourner  $\text{Rep}$

### Fin

# EXEMPLE BC

---

$K$  :

R1:  $p(x_1, y_1), p(y_1, z_1) \rightarrow gp(x_1, z_1)$

R2:  $mo(x_2, y_2) \rightarrow p(x_2, y_2)$

R3:  $fa(x_3, y_3) \rightarrow p(x_3, y_3)$

$Q(x) = gp(x, a)$

« Qui sont tous les grand-parents de  $a$  ? »

F1:  $fa(b, a)$

F2 :  $fa(c, b)$

F3 :  $mo(d, b)$

En chainage avant

$F^* = \{fa(b, a), fa(c, b), mo(d, b), gp(c, a), gp(d, a)\}$

$Q(K) = Q(F^*) = \{(c), (d)\}$



$F_1 = fa(b, a)$   
 $F_2 = fa(c, b)$   
 $F_3 = mo(d, b)$

$$\varphi(x) = \underline{gP(x, a)} \quad S = \{(x, x)\}$$

$$R_1 \mid \begin{array}{l} \mu: x \rightarrow x_1 \\ z_1 \rightarrow a \end{array}$$

$$\underline{p(x_1, y_1), p(y_1, a)} \quad S = \{(x, x_1)\}$$

$$R_2 \mid \begin{array}{l} \mu: x_1 \rightarrow x_2 \\ y_1 \rightarrow y_2 \end{array}$$

$$\underline{mo(x_2, y_2), p(y_2, a)} \quad S = \{(x, x_2)\}$$

$$F_3 \mid \begin{array}{l} \mu: x_2 \rightarrow d \\ y_2 \rightarrow b \end{array}$$

$$\underline{p(b, a)} \quad S = \{(x, d)\}$$

$$R_2 \mid \begin{array}{l} \mu: x_2 \rightarrow b \\ y_2 \rightarrow a \end{array}$$

$$\underline{mo(b, a)} \\ \text{X échec}$$

$$R_3 \mid \begin{array}{l} \mu: x_3 \rightarrow b \\ y_3 \rightarrow a \end{array}$$

$$\underline{fa(b, a)} \quad S = \{(x, d)\}$$

$$\mid F_1 \\ \emptyset \text{ succès } \boxed{S = \{(x, d)\}}$$

$$Rep = \{(x, d), (x, c)\}$$

$$R_3 \mid \begin{array}{l} \mu: x_1 \rightarrow x_3 \\ y_1 \rightarrow y_3 \end{array}$$

$$\underline{fa(x_3, y_3), p(y_3, a)} \quad S = \{(x, x_3)\}$$

$$F_1 \mid \begin{array}{l} \mu: x_3 \rightarrow b \\ y_3 \rightarrow a \end{array}$$

$$\underline{p(a, a)} \quad S = \{(x, b)\}$$

$$R_2 \mid \mu: \emptyset$$

$$\underline{mo(a, a)} \quad \text{X}$$

$$R_3$$

$$\underline{fa(a, a)} \quad \text{X}$$

$$F_2 \mid \begin{array}{l} \mu: x_3 \rightarrow c \\ y_3 \rightarrow b \end{array}$$

$$\underline{p(b, a)} \quad S = \{(x, c)\}$$

$$R_2 \mid \begin{array}{l} \mu: x_2 \rightarrow b \\ y_2 \rightarrow a \end{array}$$

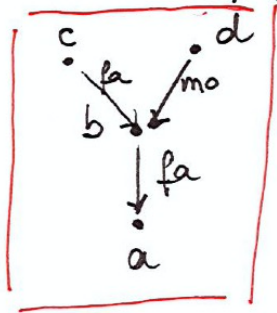
$$\underline{mo(b, a)} \quad \text{X}$$

$$R_3 \mid \mu: \emptyset$$

$$\underline{fa(b, a)}$$

$$\mid F_1$$

$$\emptyset \quad \boxed{S = \{(x, c)\}}$$



# APPROCHE ALTERNATIVE : RÉÉCRITURE DE REQUÊTE

---

- Le **chaînage arrière classique** nécessite de faire des unifications avec la base de faits « atome par atome »
- Si la base de faits est stockée dans une base de données, cela nécessite d'accéder fréquemment à la base de données pour faire des requêtes élémentaires  
=> impraticable pour de grandes bases de faits
- Idée : décomposer le chaînage arrière en **deux phases**
  1. **Réécriture de requête** :  
réécrire la requête avec la base de règles (les « vraies » règles)  
=> on obtient un ensemble de requêtes conjonctives  
que l'on voit comme une union de requêtes conjonctives (UCQ)
  2. **Evaluation de requête** : évaluer cette UCQ sur la base de données

# QUERY REWRITING WITH DATALOG RULES

$\mathcal{R}$  R1:  $p(x_1, y_1), p(y_1, z_1) \rightarrow gp(x_1, z_1)$

R2:  $mo(x_2, y_2) \rightarrow p(x_2, y_2)$

R3:  $fa(x_3, y_3) \rightarrow p(x_3, y_3)$

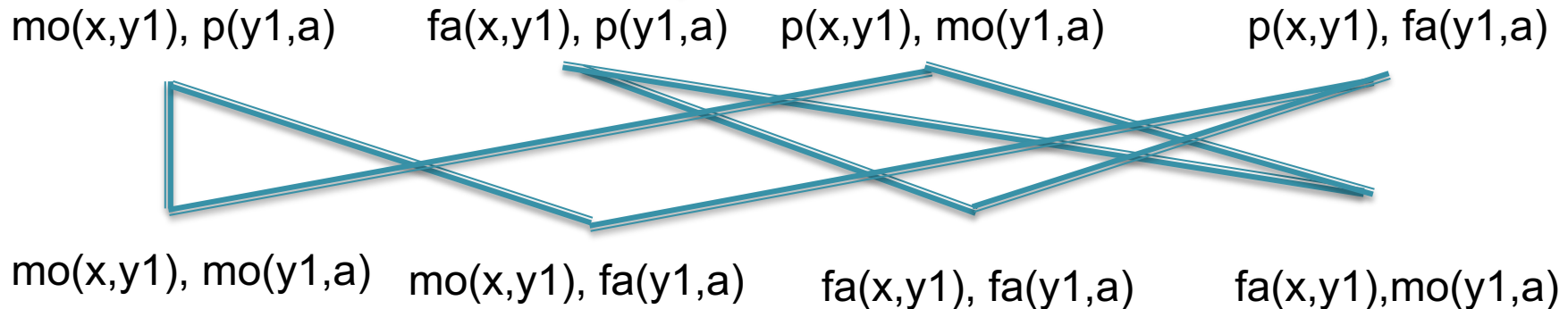
$q(x) = gp(x, a)$

$\mathcal{Q}$  set of rewritings of  $q$  with  $\mathcal{R}$ .

$q_0(x) = gp(x, a)$

R1  $u : x_1 \rightarrow x, y_1 \rightarrow a$

$q_1(x) = p(x, y_1), p(y_1, a)$



$\mathcal{Q} = \{ q_0, q_1, \dots q_{10} \}$

$UCQ(\mathcal{Q}) = q_0 \vee q_1 \vee \dots \vee q_{10}$

# QUERY REWRITING WITH DATALOG RULES

$\mathcal{R}$  R1:  $p(x1,y1), p(y1,z1) \rightarrow gp(x1,z1)$   
R2:  $mo(x2,y2) \rightarrow p(x2,y2)$   
R3:  $fa(x3,y3) \rightarrow p(x3,y3)$

$q(x) = gp(x,a)$

$\mathcal{Q}$ , set of rewritings of  $q$  with  $\mathcal{R}$

$q0(x) = gp(x,a)$

$q1(x) = p(x,y1), p(y1,a)$

$q2(x) = mo(x,y1), p(y1,a)$

$q4(x) = fa(x,y1), p(y1,a)$

$q5(x) = p(x,y1), mo(y1,a)$

$q6(x) = p(x,y1), fa(y1,a)$

$q7(x) = mo(x,y1), mo(y1,a)$

$q8(x) = mo(x,y1), fa(y1,a)$

$q9(x) = fa(x,y1), mo(y1,a)$

$q10(x) = fa(x,y1), fa(y1,a)$

$F$

F1:  $fa(b,a)$

F2 :  $fa(c,b)$

F3 :  $mo(d,b)$

$q((F, R)) = \mathcal{Q}(F)$

$= \{ (c), (d) \}$

$UCQ(\mathcal{Q}) = q0 \vee q1 \vee \dots \vee q10$

---

---

Let  $q$  be a Boolean CQ and  $\mathcal{Q}$  be its set of rewritings with  $\mathcal{R}$

For any factbase  $F$ ,

$F, \mathcal{R} \models q$   
iff  $F \models \mathcal{Q}$  ( $\mathcal{Q}$  seen as a union of CQs)  
iff there is  $q_i$  in  $\mathcal{Q}$  such that  $F \models q_i$

Let  $q(x_1, \dots, x_k)$  be a CQ and  $\mathcal{Q}$  be its set of rewritings with  $\mathcal{R}$

For any factbase  $F$ , a tuple of constants  $(a_1, \dots, a_k)$  is an answer to  $q$  on  $(F, \mathcal{R})$

iff  $(a_1, \dots, a_k)$  is an answer to the UCQ  $\mathcal{Q}$  on  $F$

iff there is  $q_i$  in  $\mathcal{Q}$  such that  $(a_1, \dots, a_k)$  is an answer to  $q_i$  on  $F$

# PROBLÈME 1 : LA RÉÉCRITURE PEUT ÊTRE INFINIE

---

$R = \text{friend}(u,v) \wedge \text{friend}(v,w) \rightarrow \text{friend}(u,w)$

$q = \text{friend}(\text{Giorgos}, \text{Maria})$

$q_1 = \text{friend}(\text{Giorgos}, v_0) \wedge \text{friend}(v_0, \text{Maria})$

$q_2 = \text{friend}(\text{Giorgos}, v_1) \wedge \text{friend}(v_1, v_0) \wedge \text{friend}(v_0, \text{Maria})$

$q_{2'} = \text{friend}(\text{Giorgos}, v_0) \wedge \text{friend}(v_0, v_1) \wedge \text{friend}(v_1, \text{Maria})$

$q_2$  and  $q_{2'}$   
are equivalent

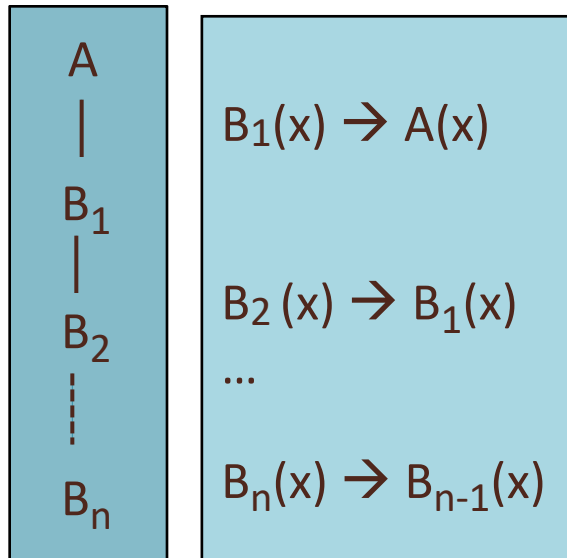
$q_3 = \text{friend}(\text{Giorgos}, v_2) \wedge \text{friend}(v_2, v_1) \wedge \text{friend}(v_1, v_0) \wedge \text{friend}(v_0, \text{Maria})$

*Etc.*

Si on connaît la taille de la base de faits, on peut borner la taille des réécritures, mais cela donnera quand même de très grosses réécritures !

# EFFICACITÉ DE L'APPROCHE « RÉÉCRITURE » EN PRATIQUE ?

- La taille de la réécriture peut être prohibitive en pratique



$$q = A(x_1) \wedge \dots \wedge A(x_k)$$

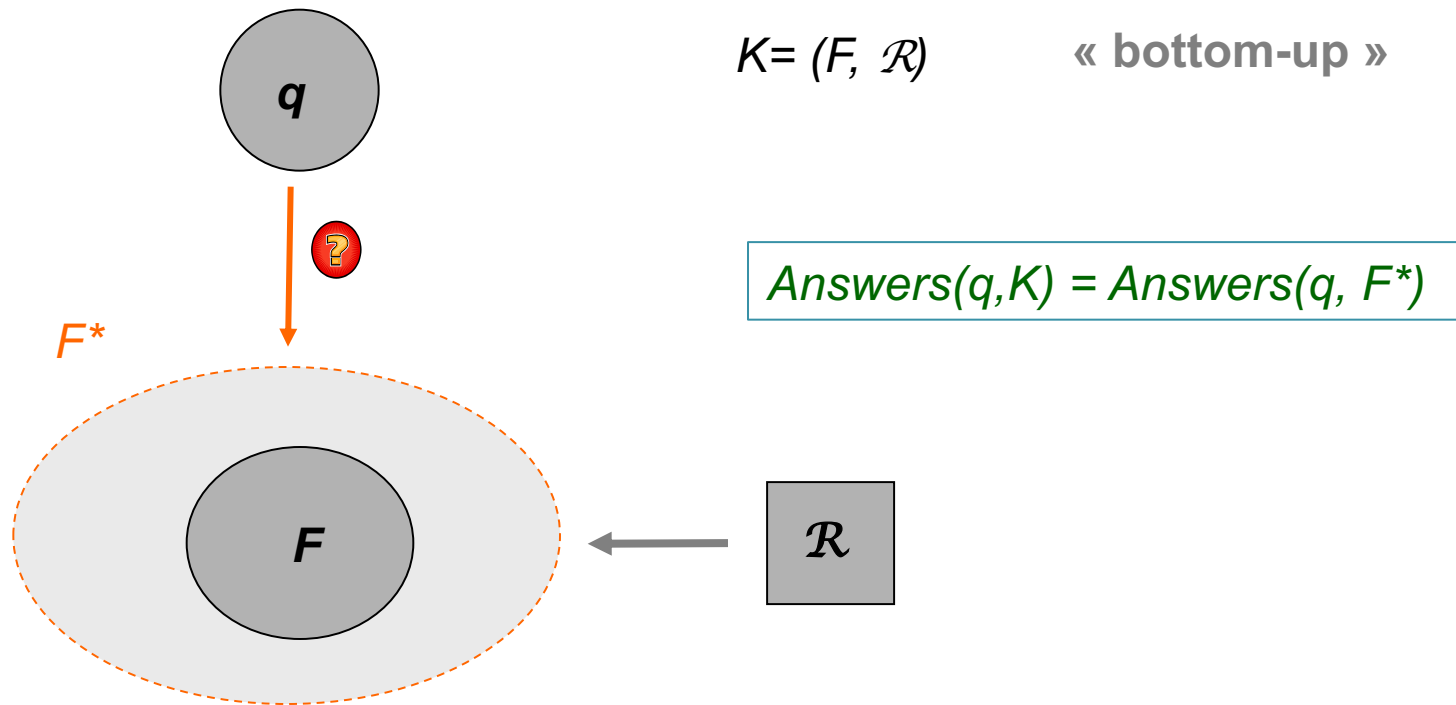
UCQ produite :  $(n+1)^k$  CQ

Ce n'est pas un « pire des cas » théorique :  
se produit souvent en pratique

→ Réécriture en des formes de requêtes **plus compactes**

$$(A(x_1) \vee B_1(x_1) \dots \vee B_n(x_1)) \wedge \dots \wedge (A(x_k) \vee B_1(x_k) \dots \vee B_n(x_k))$$

# APPROACH 1 TO RULES : FORWARD CHAINING / MATERIALISATION

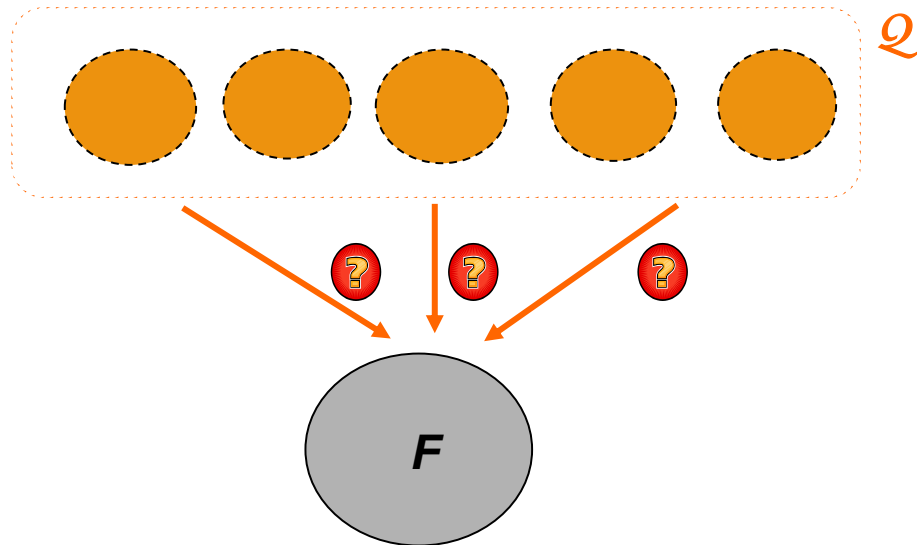
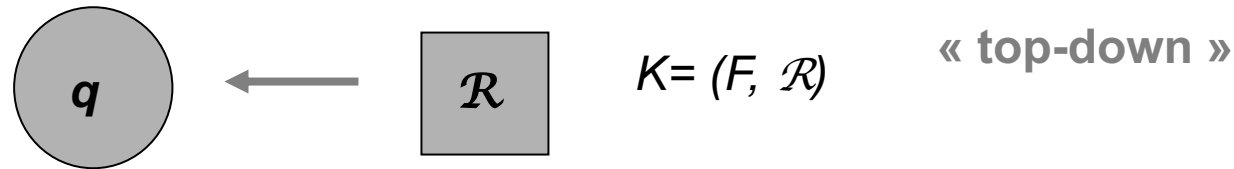


**Pros:** materialisation offline, then online query answering is fast

**Cons:** volume of the materialisation  
not feasible if data is distributed among several databases  
not adapted if data change frequently



## APPROACH 2 TO RULES : BACKWARD CHAINING / QUERY REWRITING



Rewriting into a set of CQs, seen as a **union of conjunctive queries (UCQ)**

or to a more general first-order formula that still corresponds to an SQL query

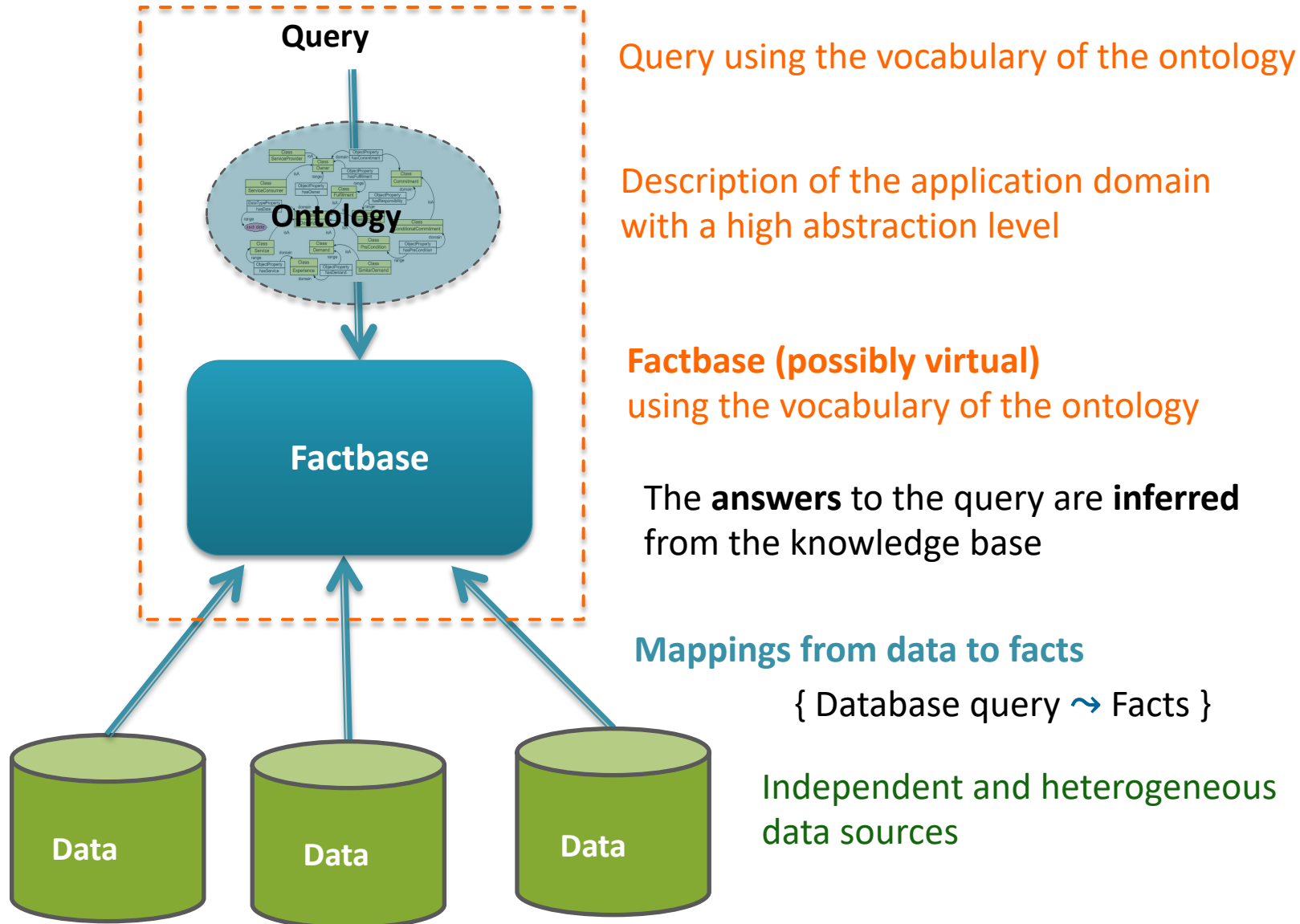
Query rewriting is independent from any factbase

For **any**  $F$ ,  $Answers(q, (F, \mathcal{R})) = Answers(\mathcal{Q}, F)$

**Pros:** independent from the data

**Cons:** rewriting done at query time, easily leads to huge and unusual queries

## Conceptual level



# MAPPINGS

Patient\_T [ID\_PATIENT, NAME,SSN]

Diagnosis\_T[ID\_PATIENT, DISORDER]

Patient /1

Diagnosis / 2

Influenza /1

**Mapping = database query(X)  $\leadsto$  conjunction with free variables X**

$q(x): \exists n \exists s \text{ Patient\_T}(x, n, s) \leadsto \text{Patient}(x)$

$q'(x): \exists n \exists s \text{ Patient\_T}(x, n, s) \wedge \text{Diagnostic\_T}(x, y) \wedge y = \text{« influenza »}$   
 $\leadsto \exists z (\text{diagnosis}(x, z) \wedge \text{Influenza}(z))$

Patient_T			Diagnosis_T	
id	name	ssn	id	dis
P	..	..	P	influenza
..	..	..	..	..
..	..	..	..	..



Patient(P)  
Diagnosis(P,M)  
Influenza(M)

# MAPPINGS CAN BE SEEN AS RULES

Patient\_T [ID\_PATIENT, NAME,SSN]

Diagnosis\_T[ID\_PATIENT, DISORDER]

$q(x): \exists n \exists s \text{ Patient\_T}(x, n, s) \rightsquigarrow \text{Patient}(x)$  **GAV (Global-As-View)**

$q'(x): \exists n \exists s \text{ Patient\_T}(x, n, s) \wedge \text{Diagnosis\_T}(x, y) \wedge y = \text{« influenza »}$   
 $\rightsquigarrow \exists z \text{ diagnosis}(x, z) \wedge \text{Influenza}(z)$

$\text{Patient\_T}(x, n, s) \rightarrow \text{Patient}(x)$

**Datalog Rule**

$\text{Patient\_T}(x, n, s), \text{Diagnosis\_T}(x, \text{« influenza »}) \rightarrow \exists z \text{ diagnosis}(x, z), \text{Influenza}(z)$

**Existential Rule**

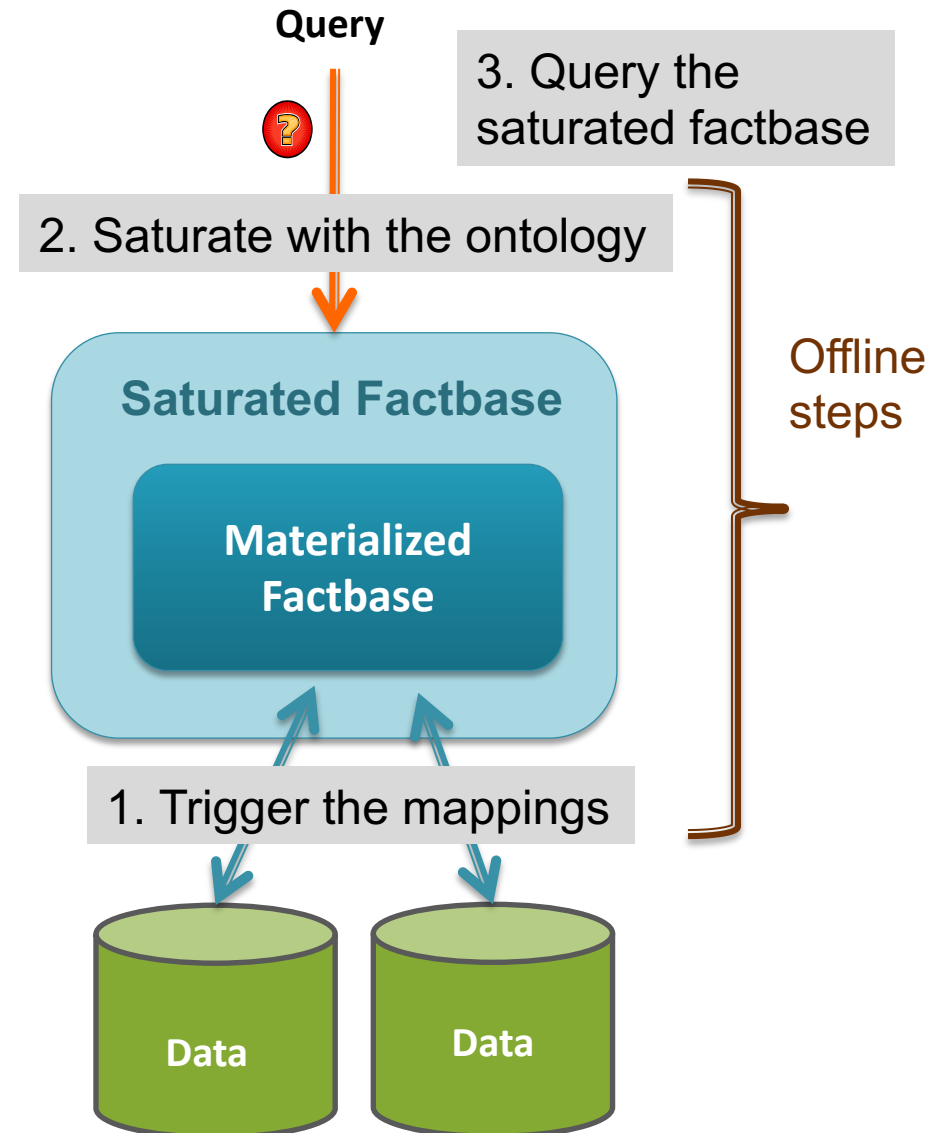
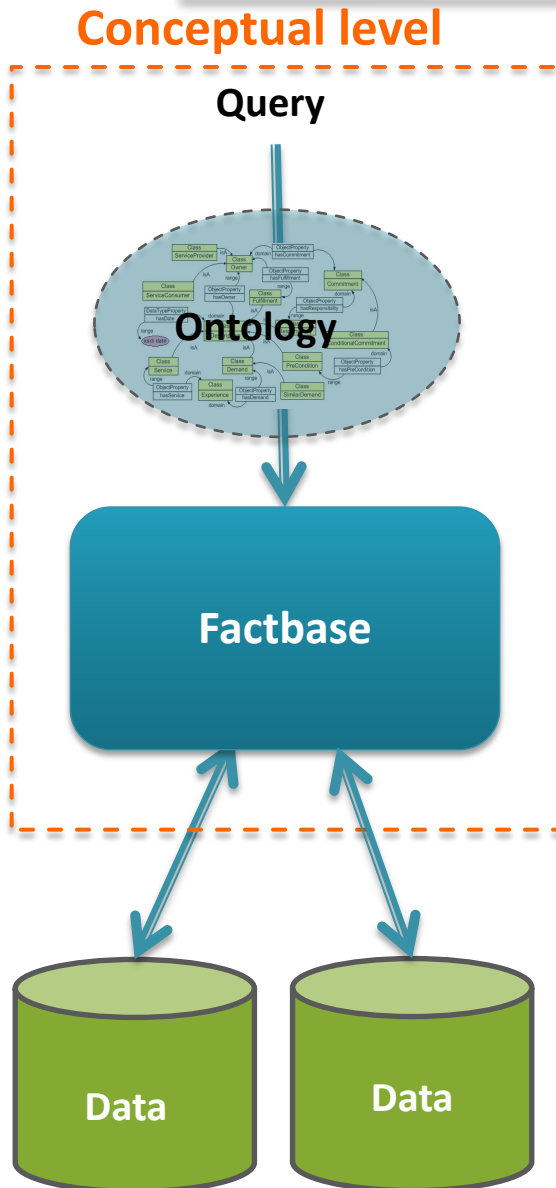
More generally:  $q_1(X) \rightsquigarrow q_2(X)$  where  $q_1$  is expressed in a native query language

Decomposition of a mapping into 2 mappings

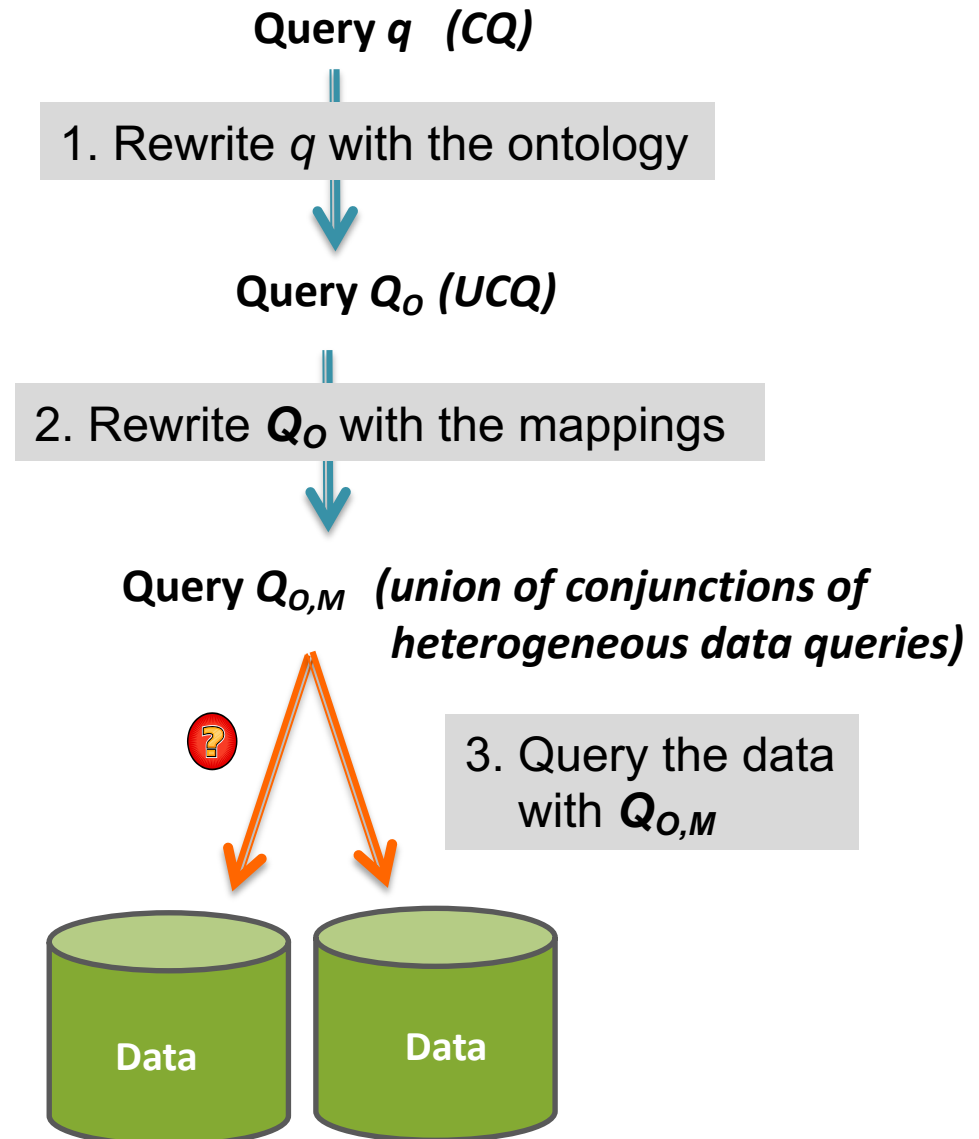
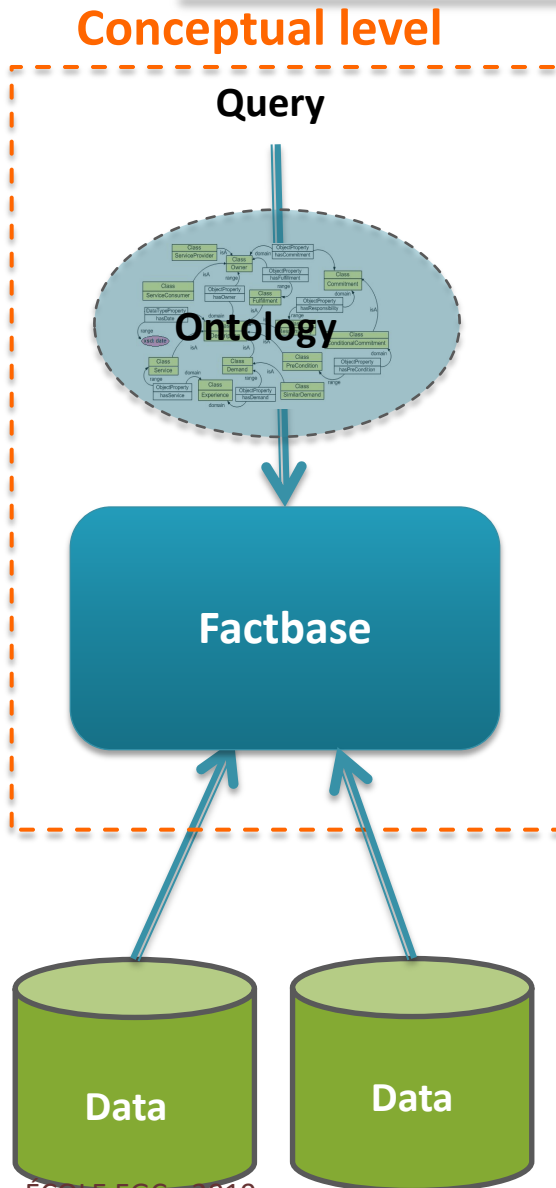
**low level :**  $q_1(X) \rightsquigarrow \text{view}(X)$  **Result of the query stored in a view**

**high level :**  $\text{view}(X) \rightarrow q_2(X)$  **Logical rule**

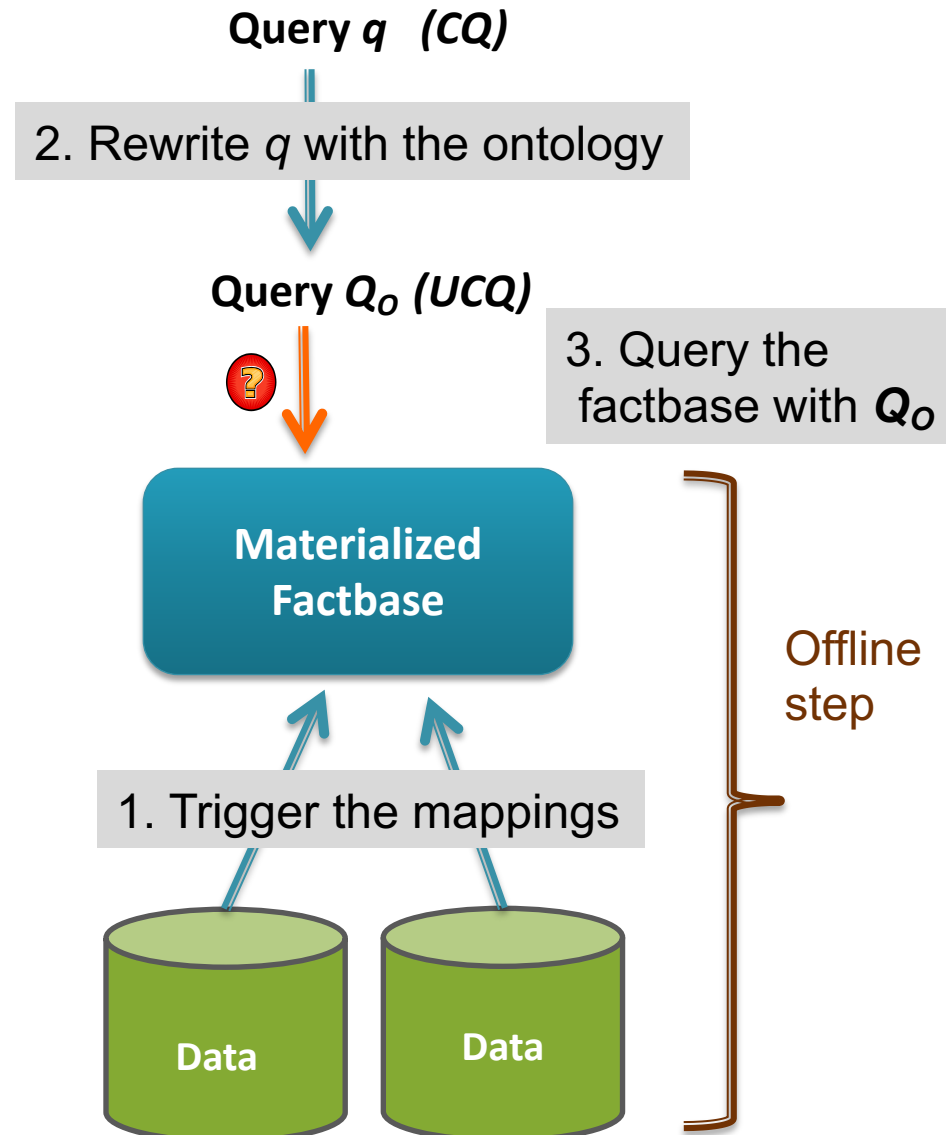
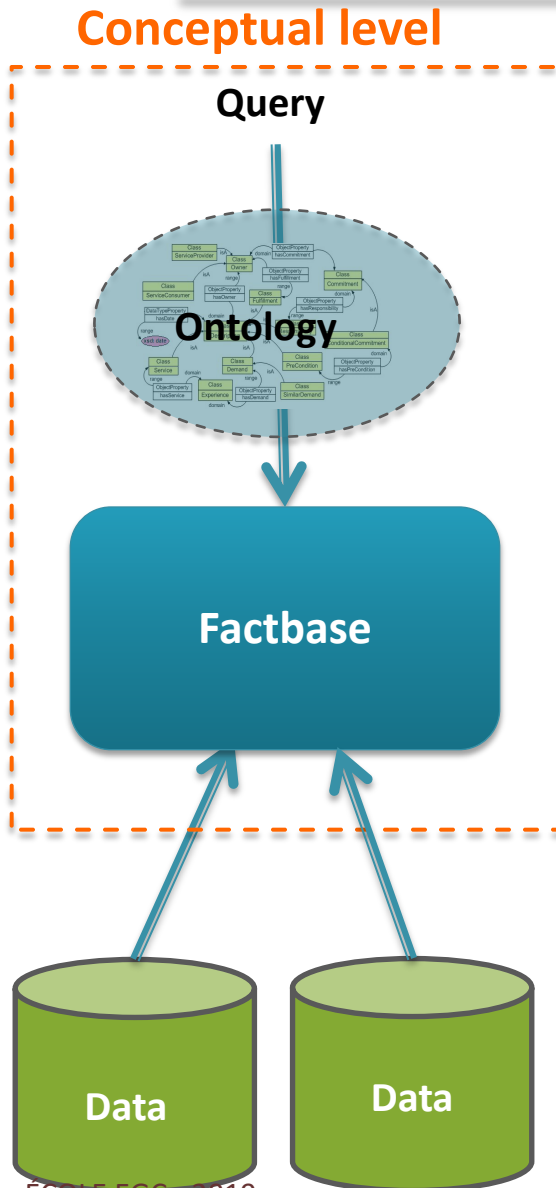
# OBDA : TOTAL MATERIALIZATION (FORWARD CHAINING)



# OBDA : TOTAL REWRITING



# OBDA : EXAMPLE OF MIXED APPROACH



- **Bases de connaissances avec faits et règles datalog**
- Une **base de données** relationnelle peut être vue comme une base de faits et réciproquement
- Une **requête conjonctive (CQ)** correspond à une requête SQL de base
- Les réponses à une requête conjonctive sur une base de faits se calculent par **homomorphisme**
- Si on ajoute des **contraintes négatives**, la base de connaissances peut devenir insatisfiable
- Une base de connaissances (satisfiable) K a un **unique plus petit modèle**, qui suffit à calculer les réponses à une CQ sur K
- **Méthodes d'interrogation** de K :
  - par chaînage avant : la base de faits saturée correspond à un plus petit modèle de K
  - par chaînage arrière classique (« programmation logique », cf. Prolog)
  - par réécriture de requête puis évaluation de la requête réécrite
- Cadre plus général avec des **mappings**