

Démarche de conception de Bases de Données :

Dépendances Fonctionnelles et Normalisation

HLIN511

Pascal Poncelet

LIRMM

Pascal.Poncelet@lirmm.fr

<http://www.lirmm.fr/~poncelet>



Introduction

- Il existe de nombreuses méthodes pour concevoir une base :
 - Empirique (DANGER)
 - Semi empirique (ex : entité-association)
 - Formelle (ex : normalisation relationnelle)



2

Introduction

- Objectif : trouver un bon schéma relationnel
- La qualité d'un schéma se mesure lors des opérations de mises à jour

AEROPORT(Num, Nom, Categorie, Salaire)

AEROPORT	Num	Nom	Categorie	Salaire
	1	DUPONT	PILOTE	40
	2	DURANT	MECANICIEN	15
	3	DUJARDIN	PILOTE	40
	4	DURATEAU	ACCUEIL	8

- hypothèse : la catégorie détermine le salaire



3

Introduction

- Anomalies de modification
 - Modification du salaire des pilotes : autant de modifications qu'il y a de pilotes
 - Anomalies d'insertion
 - Pour stocker le salaire des contrôleurs il faut qu'il y ait au moins une catégorie d'employés dans cette catégorie (pas de clé primaire nulle)
 - Anomalies de suppression
 - Si suppression de DURANT on perd l'information sur le salaire des mécaniciens

1



Introduction

- L'objectif est d'éliminer ces anomalies pour obtenir un bon schéma relationnel
 - La solution : normaliser la relation en la décomposant en plusieurs relations
 - Il faut répondre aux questions suivantes :
 - S'il y a redondance : comment décomposer la relation ?
 - Y a t'il de l'information perdue lors de la décomposition ?
 - Pour y répondre : les dépendances fonctionnelles

5



Dépendances fonctionnelles

- Soit $R(U)$, une relation avec U l'ensemble des attributs. Soit $X, Y \subset U$, i.e. X et Y sont deux attributs ou ensembles d'attributs de R
 - Il existe une dépendance fonctionnelle (DF) entre X et Y , notée $X \rightarrow Y$ si et seulement si
$$\forall t_1, t_2 \in R \\ \text{si } t_1(X) = t_2(X) \text{ alors } t_1(Y) = t_2(Y)$$
 - Les dépendances fonctionnelles sont des propriétés sémantiques (du schéma de R), donc s'appliquent à toute extension de R

6



Dépendances fonctionnelles

- Dans notre exemple :
 - AEROPORT (Num, Nom, Categorie, Salaire)
 - Nous avons : Categorie → Salaire
 - ∀ t1, t2 projetés sur Categorie et Salaire nous avons :
- Si $t_1(\text{Categorie}) = t_2(\text{Categorie})$ alors $t_1(\text{Salaire}) = t_2(\text{Salaire})$

Categorie	Salaire
PILOTE	40
MECANICIEN	15
PILOTE	40
ACCUEIL	8

PILOTE → 40
MECANICIEN → 15
ACCUEIL → 8

7

Dépendances fonctionnelles

- Dans une relation tout attribut est en DF avec la clé primaire

Num → Nom (à tout Numéro correspond un Nom)
Num → Categorie (à tout Numéro correspond une Catégorie)
Num → Salaire (à tout Numéro correspond un Salaire)

Dépendances fonctionnelles

Num → Nom
Num → Categorie
Num → Salaire

- Vocabulaire :
- Num **détermine** Nom, Categorie, Salaire
Nom **est déterminé par** Num
Categorie **est déterminé par** Num
Salaire **est déterminé par** Num

9

Exemple

- Soit l'extension suivante de R
- DF dans R ?

A	B	C
A ₁	B ₁	C ₁
A ₁	B ₁	C ₂
A ₂	B ₂	C ₂
A ₃	B ₃	C ₂
A ₃	B ₄	C ₂



10

Exemple

- NON $A \rightarrow B$ car A_3 donne B_3 et B_4
- NON $A \rightarrow C$ car A_1 donne C_1 et C_2
- OUI $B \rightarrow A$ car même valeur de A_1 pour B_1
- NON $B \rightarrow C$ car B_1 donne C_1 et C_2
- NON $C \rightarrow A$ car A différents pour C_2
- NON $C \rightarrow B$ car B différents pour C_2

Remarque :
 B_3 et B_4 donnent A_3 et
 A_3
Nous regardons la
partie gauche
 $B \rightarrow A$ et non pas $A \rightarrow B$

A	B	C
A ₁	B ₁	C ₁
A ₁	B ₁	C ₂
A ₂	B ₂	C ₂
A ₃	B ₃	C ₂
A ₃	B ₄	C ₂



11

Propriétés des DF

- Axiomes d'Armstrong
- P1 : Réflexivité
 - si $Y \subseteq X$ alors $X \rightarrow Y$ (donc $X \rightarrow X$) **DF triviale**
 $\text{Si } A, B \rightarrow A, B \text{ alors } A, B \rightarrow A \text{ et } A, B \rightarrow B$
- P2 : Augmentation
 - Si $X \rightarrow Y$ alors $X, Z \rightarrow Y, Z$ où $Z \subseteq U$
 $\text{Si } A, B \rightarrow C \text{ alors } A, B, C \rightarrow C$
 $\text{Si } A, B \rightarrow D \text{ alors } A, B, C \rightarrow CD$
- P3 : Transitivité
 - Si $X \rightarrow Y$ et $Y \rightarrow Z$ alors $X \rightarrow Z$
 $\text{Si } A, B \rightarrow C \text{ et } C \rightarrow D \text{ alors } A, B \rightarrow D$



12

Propriétés des DF

- Règles d'inférences déduites des axiomes d'Armstrong
- P4 : Pseudo-transitivité
 - Si $X \rightarrow Y$ et $Y, Z \rightarrow W$ alors $X, Z \rightarrow W$
- P5 : Union
 - Si $X \rightarrow Y$ et $X \rightarrow Z$ alors $X \rightarrow Y, Z$
- P6 : Décomposition
 - Si $X \rightarrow Y, Z$ alors $X \rightarrow Y$ et $X \rightarrow Z$



13

Exemple

- Soit $R(A, B, C, D, E, G, H)$ et $F = \{A, B \rightarrow C ; B \rightarrow D ; C, D \rightarrow E ; G \rightarrow A ; D \rightarrow H\}$
- Avec les axiomes d'Armstrong nous avons :
 - $B \rightarrow H$
 - car $B \rightarrow D$ et $D \rightarrow H$ (P3)
 - $B, G \rightarrow C$
 - car $G \rightarrow A$ et par augmentation (P2) on a $B, G \rightarrow A, B$. De plus $A, B \rightarrow C$ donc par transitivité (P3) on a $B, G \rightarrow C$
 - $A, B \rightarrow E$
 - car $B \rightarrow D$ et par augmentation (P2) on a $A, B \rightarrow A, D$ donc par décomposition (P6) on a $A, B \rightarrow D$ or nous avons $A, B \rightarrow C$ par union (P5) on a $A, B \rightarrow CD$ et nous savons que $C, D \rightarrow E$ donc par transitivité (P3) on obtient $A, B \rightarrow E$



14

Fermeture d'un ensemble de DF

- Soit F un ensemble de dépendances fonctionnelles sur $R(U)$. Soit $X \rightarrow Y$ une DF.
- F implique $X \rightarrow Y$, noté : $F \models X \rightarrow Y$, signifie que toute instance de relation sur R qui satisfait les dépendances dans F satisfait aussi $X \rightarrow Y$
- Soit $F = \{B \rightarrow D, D \rightarrow H\}$ sur $R(A, B, C, D, E, G, H)$. Soit la dépendance fonctionnelle $B \rightarrow H$.

$$F \models B \rightarrow H$$



15

Fermeture Transitive

- La fermeture transitive (ou clôture) d'un ensemble de dépendances fonctionnelles, F , est ce même ensemble enrichi (F^+) de toutes les dépendances fonctionnelles que l'on peut dériver en appliquant les axiomes d'Armstrong
 - En d'autres termes : F^+ contient toutes les DF impliquées par F : $F^+ = \{X \rightarrow Y \mid F \models X \rightarrow Y\}$



16

Un exemple

- $F = \{A \rightarrow B ; B \rightarrow C\}$
 - La fermeture transitive est en fait :
 $F^+ = \{A \rightarrow B ; B \rightarrow C ; A \rightarrow C ; A \rightarrow A ; A \rightarrow A, B ; A \rightarrow A, C ;$
 $A \rightarrow A, B, C ; A, B \rightarrow A ; A, B \rightarrow A, B ; A, B \rightarrow A, C ; A, B \rightarrow A, B, C ;$
 $A, B, C \rightarrow A ; A, B, C \rightarrow A, B ; A, B, C \rightarrow A, C ; A, B \rightarrow A, B, C ; \dots C \rightarrow C$
 $; B, C \rightarrow C\}$
 - La fermeture contient trop de solutions triviales
 - Calcul des fermetures d'ensembles d'attributs



17

Un exemple

- La fermeture transitive d'un ensemble d'attributs X est notée X^+ elle contient tous les attributs qui dépendent des attributs dans X

$$[X]^+_F = \{A \mid F|_A = X \rightarrow A\}$$

$$F = \{A \rightarrow B ; B \rightarrow C\}, R(AC)$$

A partit de A on peut déterminer l'ensemble des attributs : $A \rightarrow C$ est dans la fermeture de F

- $A \rightarrow C$ est dans la fermeture de F
 A est une surclé (et clé) de R



18

Calcul de la Fermeture Transitive d'un ensemble d'attributs

Entrée : F un ensemble de DF et X un ensemble d'attributs

Sortie : X^+ fermeture transitive de X

Algorithme:

1. Initialiser X^+ à X
2. Trouver une DF $(G \rightarrow D) \in F$ possédant en partie gauche des attributs inclus dans X^+
3. Ajouter dans X^+ les attributs situés en partie droite de la DF
4. Répéter 2) et 3) jusqu'à ce que X^+ ne puisse plus évoluer



19

Exemple

- Soit $F = \{A \rightarrow D ; A,B \rightarrow E ; B,I \rightarrow E ; C,D \rightarrow I ; E \rightarrow C\}$. Calculer la fermeture sous F de AE .



(étape 1) $AE^+ = \{A,E\}$ Initialisation de AE^+ avec AE
 Trouver une DF $(G \rightarrow D) \in F$ possédant en partie gauche des attributs inclus dans X^+ . Ici A est inclus dans AE^+
 Ajouter dans X^+ les attributs situés en partie droite de la DF. Ici C .
 On peut répéter l'étape 2 et 3 car X^+ a été étendu. Ici I
 Plus d'évolution possible. X^+ contient la fermeture transitive

20

Un autre Exemple

- $F = \{A \rightarrow C ; A \rightarrow D ; B,C \rightarrow A ; E \rightarrow B ; E \rightarrow D\}$. Calculer la fermeture sous F de CE .



(étape 1) $CE^+ = CE$
 (étape 2) Comme $E \rightarrow B$ nous pouvons ajouter B à l'ensemble : $CE^+ = BCE$
 (étape 3) Comme $E \rightarrow D$ nous pouvons ajouter D : $CE^+ = BCDE$
 (étape 4) on peut refaire étape 2 et 3. Comme $\{B,C\}$ est inclus dans $\{B,C,D,E\}$ et que $B,C \rightarrow A$ nous avons $C,D \rightarrow I$ alors nous pouvons ajouter I : $CE^+ = ABCDE$
 Pas d'étape 2 ni d'étape 3 possible. La fermeture transitive de CE est donc :

21

Equivalence

- Deux ensembles de DF différents peuvent exprimer les même contraintes :

$$\begin{aligned} F &= \{ A, B \rightarrow D ; D \rightarrow C ; C \rightarrow D ; A, B \rightarrow C \} \\ G &= \{ A, B \rightarrow C ; D \rightarrow C ; C \rightarrow D \} \end{aligned}$$

- F et G sont équivalents (expriment les même contraintes). On note : $F \equiv G$
- G est plus « compacte »



22

Equivalence

- F est équivalent à G ($F \equiv G$) ssi $F^+ = G^+$
- Pour vérifier si F et G sont équivalents :
 - Pour chaque df $X \rightarrow Z$ dans F : vérifier si $X \rightarrow Z$ est dans G^+ (calculer X^+ par rapport à G et vérifier si $Z \subseteq X^+$)
 - De façon similaire, pour chaque df $X \rightarrow Z$ dans G : vérifier si $X \rightarrow Z$ est dans F^+



23

Dépendance fonctionnelle élémentaire

- Soit $R(U)$ une relation, soit X et $Y \subset U$, tels que : $X \rightarrow Y$. La dépendance fonctionnelle $X \rightarrow Y$ est dite **élémentaire** (ou totale) ssi :
 - Y n'est pas inclus dans X , i.e. $Y = U - X$ (Y est le complémentaire de X dans U)
 - il n'existe pas $X' \subset X$ tel que $X' \rightarrow Y$
- La seconde condition indique que X est « la plus petite quantité d'information donnant Y »
- Il n'y a pas d'attribut inutile dans la partie gauche



24

Dépendance fonctionnelle directe

- Soit $R(U)$ une relation, soit X et $Y \subset U$, tels que : $X \rightarrow Y$.
- La dépendance $X \rightarrow Y$ est **directe** s'il n'existe pas Z dans R distinct de X et Y tel que $X \rightarrow Z$ et $Z \rightarrow Y$
- la dépendance n'est pas obtenue par transitivité



25

Dépendance fonctionnelle triviale et simple

- Soit $R(U)$ une relation, soit X et $Y \subset U$, tels que : $X \rightarrow Y$.
 - La dépendance $X \rightarrow Y$ est **triviale** si $Y - X$ est vide
 - Une dépendance fonctionnelle est **simple** si elle ne comporte qu'un seul attribut en partie droite et si elle n'est pas triviale
- $X \rightarrow A_1, A_2, \dots, A_n \Leftrightarrow \{X \rightarrow A_1 ; X \rightarrow A_2 ; \dots ; X \rightarrow A_n\}$
- Il est toujours possible de présenter les dépendances fonctionnelles sous forme simple (P6)



26

Couverture Minimale

- Couverture minimale d'un ensemble de DF : sous ensemble minimum de dépendances fonctionnelles élémentaires qui permettent de générer toutes les autres
- Tout ensemble de dépendances fonctionnelles possède une couverture minimale (pas forcément unique)



27

Algorithme pour Couverture Minimale

Entrée : F un ensemble de DF et X un ensemble d'attributs

Sortie : M : la couverture minimale de F

Algorithme :

- Algorithmique :

 1. Décomposer chaque DF pour avoir un seul attribut à droite (P6). (*les cibles de DF n'ont qu'un attribut - DF simples*)
 2. Supprimer les attributs en surnombre à gauche :
Pour tout $X \rightarrow Y$, s'il existe un $Z \subseteq X$ tel que $Z \rightarrow Y$ alors remplacer $X \rightarrow Y$ par $Z \rightarrow Y$ (propriétés P1, P3 et P4) (*pas d'attribut inutile dans les DF de M - DF élémentaires*)
 3. Supprimer les DF redondantes (qu'on peut obtenir par les axiomes d'Armstrong – DF directes)



26

Recherche DF élémentaires

- Soit F un ensemble de DF, soit $f \in F$, la DFA $A, B, C, D \rightarrow Y$

A est un **attribut inutile** dans f si on peut engendrer

B, C, D, ... \rightarrow Y

à partir des DF de F et des propriétés P1, P3 et P4 (réflexivité, transitivité, pseudo-transitivité)



29

Recherche DF élémentaires

- Exemple

$$F = \{A \rightarrow B : A, B \rightarrow C\}$$

B est inutile dans $A, B \rightarrow C$ car $A \rightarrow C$ peut être généré

P4 : $X \rightarrow Y$ $Y, Z \rightarrow W$ alors $X, Z \rightarrow W$
 $A \rightarrow B$ $B, A \rightarrow C$ alors $A, A \rightarrow C$
et donc $A \rightarrow C$



30

Exemple

- Soit $\{A, B, C, D, E, F\}$ un ensemble d'attributs
- L'ensemble des DF est composé de :
- $F = \{f_1 : A, B \rightarrow C, D ; f_2 : C \rightarrow D ; f_3 : E \rightarrow D ; f_4 : F \rightarrow E, D ; f_5 : B \rightarrow A ; f_6 : E, F \rightarrow F ; f_7 : D \rightarrow E\}$



31

Exemple

$F = \{f_1 : A, B \rightarrow C, D ; f_2 : C \rightarrow D ; f_3 : E \rightarrow D ; f_4 : F \rightarrow E, D ; f_5 : B \rightarrow A ; f_6 : E, F \rightarrow F ; f_7 : D \rightarrow E\}$

1) Eclatement des DF

$f_1 : g'_1 : A, B \rightarrow C$ et $g''_1 : A, B \rightarrow D$
 $f_4 : g'_4 : F \rightarrow E$ et $g''_4 : F \rightarrow D$

(les cibles de df n'ont qu'un attribut)

2) Suppression des attributs inutiles (à examiner g'_1 , g''_1 et f_6)

Pour g'_1 et g''_1 A est étranger
 $P4 \quad X \rightarrow Y \quad Y, Z \rightarrow W \quad$ alors $X, Z \rightarrow W$
 $B \rightarrow A \quad A, B \rightarrow C \quad$ alors $B \rightarrow C$
 pour f_6 E est étranger
 $F \rightarrow E \quad E, F \rightarrow F \quad$ $F, F \rightarrow F$

(pas d'attribut inutile dans les DF de M)



32

Exemple

$F = \{f_1 : A, B \rightarrow C, D ; f_2 : C \rightarrow D ; f_3 : E \rightarrow D ; f_4 : F \rightarrow E, D ; f_5 : B \rightarrow A ; f_6 : E, F \rightarrow F ; f_7 : D \rightarrow E\}$

Etapes précédentes : $g'_1 : B \rightarrow C$; $g''_1 : B \rightarrow D$; $f_6 : F \rightarrow F$; $g'_4 : F \rightarrow E$; $g''_4 : F \rightarrow D$

3) Suppression des DF redondantes

g''_1 redondante car g'_1 et f_2
 g''_4 redondante avec g'_4 et f_3
 f_6 redondante par réflexivité

(pas de DF redondantes dans M)

Couverture minimale :

$M = \{g'_1 : B \rightarrow C ; f_2 : C \rightarrow D ; f_3 : E \rightarrow D ; g'_4 : F \rightarrow E ; f_5 : B \rightarrow A ; f_7 : D \rightarrow E\}$



33

Dépendances fonctionnelles et clés

- Une clé d'une relation R(A_1, \dots, A_n) est un sous ensemble X des attributs de la relation R tel que les deux conditions ci-dessous sont vérifiées :
 1. $X \rightarrow A_1, \dots, A_n$
 2. Il n'existe pas de $Y \subset X$ tel que $Y \rightarrow A_1, \dots, A_n$
 - Un attribut clé et un attribut qui appartient à cette clé et un attribut non clé est un attribut qui n'y appartient pas
 - Super clé : tout ensemble d'attributs satisfaisant la 1ère propriété constitue une super clé de R
 - Une super clé de R contient donc une clé de R
 - Une clé de R est une super clé minimale de R
 - Si $X=U$, la relation est dite « toute clé » : la clé est composée de l'ensemble des attributs



34

Exemple

A	B	C	D
A1	B1	C1	D1
A1	B2	C1	D2
A2	B2	C2	D3
A3	B1	C1	D2
A4	B4	C3	D2

- L'un des attributs peut-il jouer le rôle de clé ?
 - Quelles associations d'attributs peuvent jouer ce rôle ?



35

Exemple

A	B	C	D
A1	B1	C1	D1
A1	B2	C1	D2
A2	B2	C2	D3
A3	B1	C1	D2
A4	B4	C3	D2

- A ne peut pas car A₁ détermine plusieurs B₁ (B₁, B₂)
 - B ne peut pas car B₁ détermine plusieurs A (A₁, A₂)
 - C ne peut pas car C₁ détermine plusieurs B (B₁, B₂)
 - D ne peut pas car D₂ détermine plusieurs C (C₁, C₂)
 - A,B oui car pas deux fois la même occurrence
 - A,C non car A₁, C₁ détermine plusieurs B (B₁, B₂)
 - A,D oui car pas deux fois la même occurrence
 - B,C non car B₁, C₁ détermine plusieurs A (A₁, A₂)
 - B, D oui car pas deux fois la même occurrence
 - C,D non car C₁, D₂ détermine plusieurs A (A₁, A₂)
 - A,B,C oui car pas deux fois la même occurrence
 - B,C, D oui car pas deux fois la même occurrence
 - A,B,C,D oui car pas deux fois la même occurrence - ABCD est une super clé



36

Exemple Intuitif

- Soit la relation $R(A,B,C,D,E)$ et $F = \{A \rightarrow C, A \rightarrow D, BC \rightarrow A, E \rightarrow B, E \rightarrow D\}$. Calculez la liste des clés candidates de R , F^+

E doit faire partie de la clé parce qu'il n'apparaît jamais dans une partie des DF. Comme A , B , C et D interviennent à droite des DF, il est inutile de calculer A^+ , B^+ , C^+ , D^+ . Une clé candidate doit avoir comme fermeture $\{A, B, C, D, E\}$.

Calcul de la fermeture de $E^+ = \{B, D, E\}$. E ne peut donc pas être seul clé. Il faut ajouter les combinaisons des attributs avec E : Calcul des fermetures de AE^+ , BE^+ , CE^+ , DE^+

Ne vérifient pas la fermeture : $BE^+ = \{B, D, E\}$; $DE^+ = \{B, D, E\}$

Vérifient la fermeture : $AE^+ = \{A, B, C, D, E\}$; $CE^+ = \{A, B, C, D, E\}$ (voir exemple précédent)

 Les clés candidates sont : AE^+ et CE^+

37

Recherche des clés

Entrée : ensemble des attributs et ensemble des DF

Sortie : ensemble de relations avec leurs clés

Algorithme :

1. Recherche de la couverture minimale M
2. Regroupement des DF de M
 - Réunir dans un même ensemble E_i toutes les DF ayant même source (autant de E_i que de source de DF différentes)
3. Regroupement des E_i
 - On regroupe dans un même ensemble les DF de E_i et E_j s'ils contiennent des DF réciproques ($X \rightarrow Y$ et $Y \rightarrow X$)
4. Création des relations
 - Réunir dans un même ensemble E_i toutes les DF ayant même source (autant de E_i que de source de DF différentes)



Exemple

- Soit $\{A, B, C, D, E, F\}$ un ensemble d'attributs
- L'ensemble des DF est composé de :
- $F = \{f_1 : A, B \rightarrow C, D ; f_2 : C \rightarrow D ; f_3 : E \rightarrow D ; f_4 : F \rightarrow E, D ; f_5 : B \rightarrow A ; f_6 : E, F \rightarrow F ; f_7 : D \rightarrow E\}$

Etape 1 (voir transparent précédent) :

$M = \{g_1 : B \rightarrow C ; g_2 : C \rightarrow D ; g_3 : E \rightarrow D ; g_4 : F \rightarrow E ; g_5 : B \rightarrow A ; g_7 : D \rightarrow E\}$

39

Exemple

- Etape 2
 - $E_1 = \{B \rightarrow C ; B \rightarrow A\}$ $E_2 = \{C \rightarrow D\}$
 - $E_3 = \{E \rightarrow D\}$ $E_4 = \{F \rightarrow E\}$ $E_5 = \{D \rightarrow E\}$
 - Etape 3
 - $E_1 ; E_2 ; E'_3 = E_3 \cup E_5 ; E_4$
 - Etape 4
 - $R_1 (\underline{B}, C, A)$; $R_2 (\underline{C}, D)$; $R_3 (\underline{E}, D)$ D clé candidate ;
 - $R_4 (\underline{F}, E)$



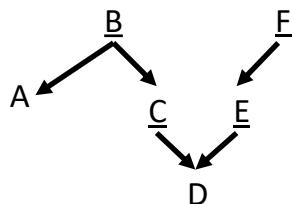
Graphes des dépendances fonctionnelles

- A partir du schéma de la base de données, il est possible de dessiner le graphe des dépendances fonctionnelles
 - Le principe est le suivant :
 - Le ou les attributs clés primaires sont soulignés
 - Il y a une flèche du ou des attributs clés primaires vers les attributs non clés primaires



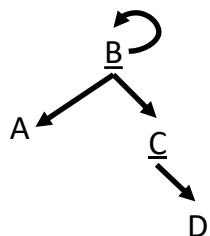
Exemple

- R₁ (B,C,A) ; R₂ (C, D) ; R₃ (E, D) ; R₄ (F, E)



Exemple

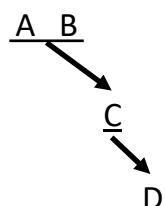
- Autojointure $R_1 (\underline{B}, C, A, \text{ref}B)$; $R_2 (C, \underline{D})$



43

Exemple

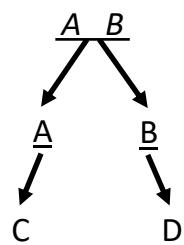
- Clé primaire multi-attributs
 $R_1 (\underline{A}, \underline{B}, C)$; $R_2 (\underline{C}, D)$



44

Exemple

- Clé primaire multi-attributs avec relations complexes $R_1 (\underline{A}, \underline{B})$; $R_2 (\underline{A}, C)$; $R_3 (\underline{B}, D)$



45

Le principe de la Normalisation

- Le point de départ est la relation universelle : l'ensemble de tous les attributs
 - Objectif : une représentation canonique des données présentant un minimum de redondances à l'intérieur de chaque relation et un maximum d'indépendance entre les différentes relations
 - Principe de la normalisation : remplacer une relation par d'autres relations afin que la jointure de ces relations permette de retrouver la relation initiale



46

Décomposition

- Critères attendus de la décomposition :
 - Décomposition sans perte d'information
 - Décomposition préservant les DF



47

Décomposition sans perte d'information

- Théorème de décomposition de Casey-Delobel (1973) :
 - Soit $R(X,Y,Z)$ une relation où X,Y,Z sont des ensembles d'attributs. Soit $X \rightarrow Y$ une DF vérifiée dans R .
 - Alors il existe R_1 et R_2 deux relations telle que :
 $R_1(X, Y)$ et $R_2(X, Z)$ et $R = \text{JOINTURE}(R_1, R_2 / R_1.X = R_2.X)$
 - La décomposition de R dans les deux relations R_1 et R_2 est garantie sans perte d'information



48

Décomposition sans perte d'information

- Théorème de Heath :

Toute relation $R(X,Y,Z)$ est décomposable sans perte d'information en $R_1(X,Y)$ et $R_2(X,Z)$ s'il existe une DF telle que $X \rightarrow Y$



49

Décomposition préservant les DF

- La décomposition de $R(A, F)$ en $R_1(A_1, F_1)$, $R_2(A_2, F_2)$ est une décomposition qui préserve les dépendances fonctionnelles ssi $F^+ = (F_1 \cup F_2)^+$
- Soit la relation Entreprise (Ville, Rue, Code) et $F = \text{Ville}, \text{Rue} \rightarrow \text{Code}; \text{Code} \rightarrow \text{Ville}$

Ville	Rue	Code
MONTPELLIER	COMEDIE	34000
MONTPELLIER	GARE	34000



50

Décomposition préservant les DF

- La décomposition de Entreprise en $R_1(\text{Ville}, \text{Code})$ et $R_2(\text{Rue}, \text{Code})$ évite la redondance Ville, Code et est une décomposition qui est sans perte d'information mais qui elle ne préserve pas la dépendance fonctionnelle :

$\text{Ville}, \text{Rue} \rightarrow \text{Code}$

R1	
Ville	Code
MONTPELLIER	34000

R2	
Rue	Code
COMEDIE	34000
GARE	34000



51

Première Forme Normale

- Une relation est en 1FN ssi tous ses attributs sont atomiques (mono-valués)

PERSONNE	Num	Nom	Prénoms
	1	DUPONT	Jean, Paul, Jacques
	2	DURANT	Pierre, Patrick, Eric
	3	DUJARDIN	Marie, Emilie
LIVRE	Code	Titre	Auteur
	3A	Tintin	Hergé
	3B	Astérix	Goscinny, Uderzo



52

Première Forme Normale

- Comment normaliser en 1FN ? 2 solutions
 - Créer autant d'attributs que le nombre maximum de valeurs (stockage horizontal)
Personne (Num, Nom, Prenom1, Prenom2, Prenom3)
 - Créer une nouvelle relation comprenant la CP de la relation initiale et l'attribut multi-valué
 - Attention : éliminer l'attribut de la relation initiale
Livre (Code, Titre) - Auteur (Code, NomAuteur)
 - Avantage vs inconvénients ?



53

Deuxième Forme Normale

- Une relation est en seconde forme normale (2FN)ssi
 - Elle est en 1FN
 - Tout attribut n'appartenant pas à la clé primaire est en DF totale avec la clé

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, Nom, DateEmprunt)
AUTEUR (NumAuteur, Nom, Adresse)

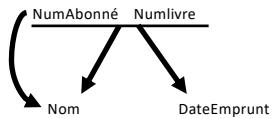
- #### • EMPRUNT et AUTEUR en 2FN ?



54

Deuxième Forme Normale

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, Nom, DateEmprunt)
avec NumAbonné → Nom



55

Deuxième Forme Normale

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, Nom, DateEmprunt)
avec NumAbonné → Nom

- Comment normaliser ?
 - Isoler la DF responsable dans une nouvelle relation.
Elle devient CP dans la relation initiale
 - Eliminer l'attribut cible de la DF dans la relation initiale

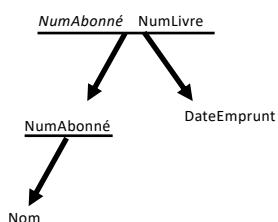
ABONNÉ (NumAbonné, Nom)



56

Deuxième Forme Normale

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, DateEmprunt)
ABONNE (NumAbonné, Nom)



57

Deuxième Forme Normale

- Attention : la seconde forme normale implique que :
« Tout attribut n'appartenant pas à la clé primaire est en DF totale avec la clé »
 - Ceci doit être vrai pour les clés candidates
 - A l'origine C. Date avait précisé que pour des raisons de simplicité, il suppose que chaque relation a une seule clé candidate ...



58

Troisième Forme Normale

- Une relation est en 3FN ssi
 - Elle est en 2FN
 - Elle ne contient pas de DF transitive entre attributs non clés

EMPRUNT (NumAbonné, NumLivre, DateEmprunt)
ABONNE (NumAbonné, Nom)
AEROPORT(Num, Nom, Categorie, Salaire)

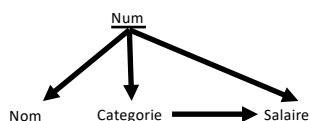
- EMPRUNT, ABONNE, AEROPORT en 3NF ?



59

Troisième Forme Normale

AEROPORT(Num, Nom, Categorie, Salaire)
avec Categorie → Salaire



60

Troisième Forme Normale

AEROPORT(Num, Nom, Categorie, Salaire)
avec Categorie → Salaire

- Comment normaliser en 3FN ?
 - Isoler la DF transitive dans une nouvelle relation
 - Eliminer l'attribut cible de la DF dans la nouvelle relation

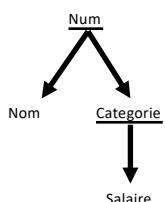
PILOTE (Num, Nom, *Categorie*)
GRILLE (*Categorie*, Salaire)



61

Troisième Forme Normale

PILOTE (Num, Nom, *Categorie*)
GRILLE (*Categorie*, Salaire)



62

Résultat de la normalisation en 3FN

- Théorème : toute relation R admet au moins une décomposition en 3FN telle que:
 - La décomposition préserve les DF
 - Toutes les composantes sont en 3FN
 - Conséquences : Il est souhaitable que les relations soient en 3FN car il existe toujours une décomposition sans perte d'information et préservant les DF d'un schéma en 3FN



63

Exemple

- Soit $R(A,B,C)$ avec les DF $\{A \rightarrow B ; B \rightarrow C\}$ et A,B,C monovalués
- clé primaire de R ?
- forme normale de R ?
- l'extension suivante est-elle possible pour R ?
- Proposer une décomposition en 3FN pour R

A	B	C
A1	B1	C1
A2	B2	C2
A3	B2	C1
A4	B3	C3



64

Exemple

- Soit $R(A,B,C)$ avec les DF $\{A \rightarrow B ; B \rightarrow C\}$ et A,B,C monovalués
- clé primaire de R ? **A**
- forme normale de R ? **2FN car $B \rightarrow C$**
- l'extension suivante est-elle possible pour R ? **NON car $B2$ donne $C2$ et $C1$**
- Proposer une décomposition en 3FN pour R :
 $R1 (A,B)$ et $R2 (B,C)$

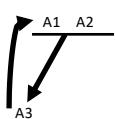
A	B	C
A1	B1	C1
A2	B2	C2
A3	B2	C1
A4	B3	C3



65

La forme Boyce and Codd

- Une relation est en BCFN (Boyce and Codd Normal Form) ssi elle est en 3FN et qu'aucun attribut de la clé ne dépend d'un attribut non clé. $R (A1, A2, A3)$ est en BCFN s'il n'existe pas $A3 \rightarrow A1$



66

La forme Boyce and Codd

- Théorème :

Toute relation admet une décomposition en BCFN sans perte d'information

Une décomposition BCFN ne conserve pas les DF



67

La forme Boyce and Codd

COURS (Matiere, Classe, Professeur) avec :

- Un professeur n'enseigne qu'une seule matière
- Une classe n'a qu'un seul enseignant par matière
Matiere, Classe → Professeur et
Professeur → Matiere
- La relation est en 3NF mais il existe une DF entre Professeur (non clé) et Matiere (partie de la clé)



68

La forme Boyce and Codd

Décomposition :

- SPECIALITE (Professeur, Matiere)
- ENSEIGNANT (Classe, Professeur)
- Décomposition sans perte d'information mais perte de la DF
Matiere, Classe → Professeur
- La DF ne peut pas être prise en compte par le SGBD. Nécessité d'avoir un trigger ou un programme à côté



Rappel

AEROPORT(Num, Nom, Categorie, Salaire)

AEROPORT	Num	Nom	Categorie	Salaire
	1	DUPONT	PILOTE	40
	2	DURANT	MECANICIEN	15
	3	DUJARDIN	PILOTE	40
	4	DURATEAU	ACCUEIL	8

- hypothèse : la catégorie détermine le salaire



70

Souvent au niveau BCFN et 3NF

- Plus d'anomalie de stockage
- Modification : modification du salaire des pilotes pour tous
- Insertion : on peut stocker le salaire d'un contrôleur sans avoir un employé de cette catégorie
- Suppression : si DURANT est supprimé on conserve l'information sur le salaire des mécaniciens



71

Dépendances multi-valuées

- Soit R (X, Y, Z) une relation. On dit que $X \twoheadrightarrow Y$ (X multi détermine Y ou il y a une dépendance multi-valuée de Y sur X) si pour toute extension de R ($X \twoheadrightarrow Y$) :

A chaque valeur de X correspond toujours le même ensemble de valeurs de Y et cet ensemble de valeurs ne dépend pas de Z



72

Dépendances multi-valuées

- Un étudiant peut faire plusieurs sports et parler plusieurs langues

R (NumEtudiant, Sport, Langue)

NumEtudiant	Sport	Langue
1	FOOTBALL	FRANCAIS
1	TENNIS	ANGLAIS
1	NATATION	FRANCAIS
1	TENNIS	FRANCAIS

- NumEtudiant $\Rightarrow\!\!>$ Sport, Langue
- Répétition de l'information : 1 – FRANCAIS, 1 - TENNIS

73

Dépendances multi-valuées

- Les dépendances multi-valuées sont une généralisation des dépendances fonctionnelles :

$$\text{si } X \rightarrow Y \text{ alors } X \Rightarrow\!\!> Y$$
- De même que pour les DF, une dépendance multi-valuée D est déductible de F si elle est obtenue par application des axiomes d'Armstrong

74

D'autres formes normales

- Il existe d'autres formes normales mais elles ne sont généralement peu utilisées car elles se font au dépend souvent de la perte de DF et en outre elles ont tendance à éclater complètement les relations
- Coût excessif pour les opérations de jointures

75

Test de validité de la décomposition

- Vérification qu'une décomposition est sans perte d'information
 - Soit $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ une relation à n attributs décomposée, par normalisation en R_1, R_2, \dots, R_m
 - 1ère étape : création du tableau
 - Création d'un tableau dont les lignes correspondent aux relations R_1, \dots, R_m et les colonnes les n attributs de la relation initiale
 - A l'intersection d'une ligne i et d'une colonne j , mettre α_i si $A_j \in R_i$ et $\beta_{i,j}$ sinon



76



Test de validité de la décomposition

- 2nd étape : unification
 - On considère le tableau comme l'extension de R. On examine les DF sur ce tableau
 - Si une DF n'est pas vérifiée, on unifie les valeurs de la cible aussi : si l'une des valeurs est α_i et les autres des $\beta_{i,j}$, on remplace les $\beta_{i,j}$ par des α_i



77



Test de validité de la décomposition

- 3ième étape : validation
 - Si le tableau contient au moins 1 ligne ne comportant que des α , la décomposition est sans perte d'information sinon elle est avec perte



78



Exemple

R (NumEt, NomEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)
avec

NumEt → NomEt

NumEt, CodeUV → NoteTest, NoteCC

- Décomposé en

R1 (NumEt, NomEt)

R2 (NumEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)



79

Exemple

R (NumEt, NomEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)
R1 (NumEt, NomEt)
R2 (NumEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)

Création du tableau

R	NumEt	NomEt	CodeUv	NoteTest	NoteCC
R1					
R2					

Projection des relations R1 et R2. α_i indique que l'attribut est dans la relation à la ième colonne

R	NumEt	NomEt	CodeUv	NoteTest	NoteCC
R1	α_1	α_2	$\beta_{1,3}$	$\beta_{1,4}$	$\beta_{1,5}$
R2	α_1	$\beta_{2,2}$	α_3	α_4	α_5



80

Exemple

R (NumEt, NomEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)
R1 (NumEt, NomEt)
R2 (NumEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC)

Vérification de la DF : NumEt → NomEt. Si α_i un donne un $\beta_{i,m}$ unifier : mettre un α_m

R	NumEt	NomEt	CodeUv	NoteTest	NoteCC
R1	α_1	α_2	$\beta_{1,3}$	$\beta_{1,4}$	$\beta_{1,5}$
R2	α_1	$\beta_{2,2}$ α_2	α_3	α_4	α_5

Il existe une ligne qu'avec des α alors la décomposition est sans perte d'information



81

Exemple

R (NumEt, NomEt, CodeUV, NoteTest, NoteCC) avec

NumEt → NomEt

NumEt, CodeUV → NoteTest, NoteCC

Décomposé en :

R1 (NumEt, NomEt, NoteTest)

R2 (NumEt, CodeUV, NoteCC)

Avec perte ou sans perte ?



82

- Des questions ?



83
