



Session 1 : Ecrit
Date : 14 / 05 / 2019
Licence 3

Durée de l'épreuve : 2h00
aucun document autorisé
aucun appareil électronique autorisé

Programmation Linéaire, HLIN606

EXERCICE 1 (5 points)

Résoudre **numériquement** le Programme Linéaire suivant :

$$\begin{cases} \text{Max } 100 x_1 + 84 x_2 + 96 x_3 \\ 10 x_1 + 7 x_2 + 6 x_3 \leq 900 \quad (1) \\ 9 x_1 + 12 x_2 + 15 x_3 \leq 1000 \quad (2) \\ x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}^+ \end{cases}$$

EXERCICE 2 (5 points)

Faire du verre c'est facile, vous prenez 750g de sable (plus précisément de la silice SiO_2), 200g de calcaire (CaCO_3) et 250g de nitrite (Na_2CO_3 , proche du natron, qui servait à embaumer les momies égyptiennes). Vous chauffez (de 800 à 1300° pour tout faire fondre, puis jusqu'à 1500° pour faire disparaître les bulles) et vous obtenez 1 kg de silicate (du verre liquide) et (hélas) 200g de CO_2 que vous rejetez dans l'atmosphère.

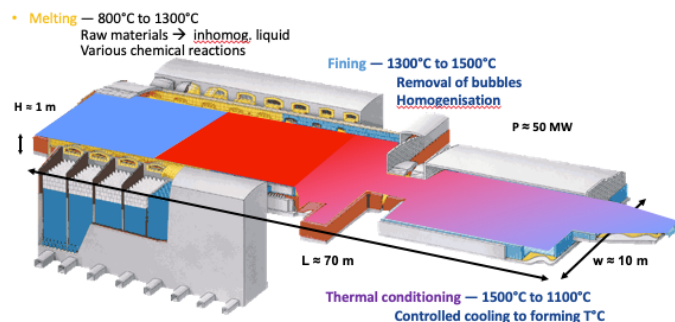
En sortie du four, le verre en fusion va lentement refroidir (*cooling*) jusqu'à 1100° puis fournir une couche de verre plate (le *float*). Ce verre, découpé en plaques (*jumbo*) va subir différents traitements complémentaires sur d'autres machines en fonction de son utilisation (ajout d'oxydes fer pour colorer le verre, ou bien d'oxyde de magnésium pour le robustifier, ajout de zircon pour améliorer ses propriétés thermiques ou encore une polarisation pour faire les miroirs).

Vous êtes en charge de la nouvelle ligne *float* de production d'Aniche-Emerchicourt où deux type de produits vont être fabriqués puis transformés, l'un (V1) à destination de la branche *bâtiment* pour faire principalement des fenêtres, l'autre (V2) pour la branche *automobile* pour faire des pare-brises. La différence, à quantité identique V1 doit refroidir plus lentement que V2 (2h au lieu de 1h45) mais ensuite demande moins de temps de traitements (30 min au lieu de 50 min) avant de sortir de l'usine.

Les revenus escomptés des verres V1 et V2 sont respectivement de 2,3€/kg et 2,5€/kg.

L'usine est en coulée continue (c'est à dire que le four est constamment alimenté pour produire du verre qui arrive 24h/24 7j/7) alors que les traitements chimiques ne s'appliquent que durant la journée (7h par jour).

Déterminer la part de production entre V1 et V2 fournissant le meilleur rendement.



EXERCICE 3 (5 points +1)

Résoudre **graphiquement** le Programme Linéaire suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } 900x_1 + 1000x_2 \\ 10x_1 + 9x_2 \leq 100 \quad (1) \\ 7x_1 + 12x_2 \leq 84 \quad (2) \\ 6x_1 + 15x_2 \leq 96 \quad (3) \\ x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+ \end{array} \right.$$

Point Bonus

Faire le lien entre l'exercice 1 et l'exercice 3 et expliquer l'équivalence entre les solutions.

EXERCICE 4 (5 points)

Une mère de famille voudrait utiliser l'ordinateur qu'elle vient d'offrir à son fils en école d'ingénieur. Elle trouve sur Internet un logiciel d'optimisation gratuit et souhaite mettre en œuvre ses (vieux) cours de Programmation Linéaire afin de construire un modèle mathématique pour l'aider à gérer son budget annuel. Elle sépare d'un côté ses dépenses, de l'autre les recettes mensuelles. Depuis longtemps, elle notait ses dépenses de vie courante dans un cahier : elle sait qu'elle y consacre chaque mois 660 € en moyenne.

Le loyer de son appartement lui coûte 760 € par mois. Elle compte aussi 160 € de téléphone, Internet et téléphones portables pour toute la famille tous les deux mois, 1 000 € pour EDF/GDF tous les six mois, 400 € mensuels pour la voiture et 120 € d'impôts tous les quatre mois. Pour ses revenus, elle touche une allocation de 180 € par la caisse d'allocations familiales de son domicile et un salaire de 2 300 € net par mois. Pour les loisirs, elle sait qu'elle dépensera au moins 200 € par mois (inscription à la piscine pour les aînés, club de foot du petit dernier, salle de gym pour elle), mais elle souhaite en dépenser plus (restaurant, cinéma, vacances).

Aidez là à équilibrer son budget tout au long de l'année tout en maximisant ses dépenses de loisirs ?

