

Programmation Linéaire

HLIN606

Eric Bourreau (Info)
+ Vincent Boudet (Math-Info)



Programmation Linéaire

Programmation Mathématique

programmation linéaire



Tous

Vidéos

Images

Livres

Actualités

Plus ▼

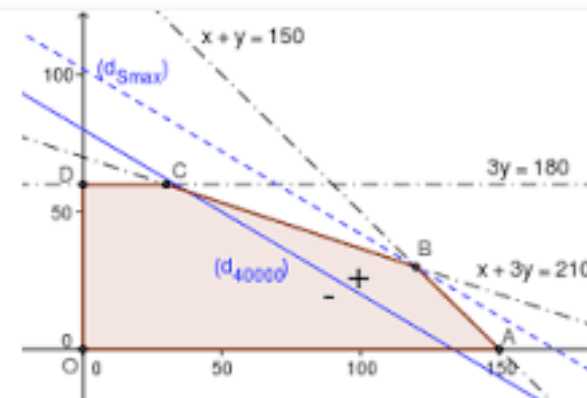
Outils de recherche

Environ 330 000 résultats (0,35 secondes)

Elle est également désignée par le nom de **programmation linéaire**, terme introduit par George Dantzig vers 1947, mais cette appellation tend à être abandonnée à cause de la confusion possible avec la notion de **programmation** informatique.

[Optimisation linéaire — Wikipédia](https://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation_lin%C3%A9aire)

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation_linéaire](https://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation_lin%C3%A9aire)



Répartition C/TD/TP

- Cours 8h00-9h30, tous les lundis
- TD / TP
 - Lun 9h45-11h15 TD 5.04 (Info) TD 5.22 (MathInfo)
 - De nombreux exercices corrigés ensemble pour illustrer le cours et les concepts en ***modélisation***
 - TP 11h30-13h00 en salle machine (Bâtiment 6) : saisie des exercices sous Calc pour la ***résolution***

Plan du cours

- **Cours**

- | | |
|--|--------------|
| – Intuition à la programmation linéaire (PL) | Intuition |
| – La résolution graphique | Géométrie |
| – Le simplexe | Analyse |
| – La résolution algébrique | Algèbre |
| – La PLNE (PL en nombre entiers) | Combinatoire |
| – La dualité, les coûts réduits | Math |
| – Les écarts complémentaires | Théorie |

- **TD**

- | | |
|---|-------------|
| – Aciérie, Aéroports, Cimenterie, | La pratique |
| Examens, Ferme, Hertz, Ligne | La pratique |
| d'assemblage, Hôpitaux, Numéricable, | La pratique |
| Pokemon Go, Père Noël, PUBG, | La pratique |
| Portefeuille financier, Publicités, SNCF, | La pratique |
| Stade, Top14, VeloMagg, Verrerie, WoW. | La pratique |

- **TP**

- | | |
|-------------------------------------|-------------|
| – Résolution sous Excel/Calc/Sheets | L'exécution |
|-------------------------------------|-------------|

MCC

- 70% Examen écrit
- 30% TP noté la dernière semaine (3h),
pas de règle du MAX !!
- Il est beaucoup plus facile d'obtenir des points lors du tp noté que lors de l'écrit. Il suffit d'être présent aux TPs et de pratiquer.

Exercice 1

- Trouver trois valeurs entières croissantes telle que
 - leur somme fasse 35
 - L'écart entre la plus petite et la deuxième soit le moitié de l'écart entre la deuxième et la plus grande
 - Le cumul du premier nombre, des deux premiers et des trois ensemble fasse 64.

Solution

- Sachant $x < y < z$
 - $x + y + z = 35$
 - $(y - x) = (z - y) / 2$
 - $(x) + (x + y) + (x + y + z) = 64$
- Ce qui se réécrit
 - $1x + 1y + 1z = 35$
 - $-2x + 3y - 1z = 0$
 - $3x + 2y + 1z = 64$
- Ce qui donne $x=9$, $y=11$ et $z=15$

Méthodologie

- Modéliser les relations entre les variables
 - ➔ Un SYSTEME D'EQUATIONS
 - n variables
 - n équations
- Utiliser une technique de résolution pour trouver la solution
 - ➔ Le pivot de Gauss

Rappel Pivot de Gauss

- La méthode du pivot de Gauss est un algorithme pour déterminer les solutions d'un système d'équations linéaires.

$$A.X = B$$

- Il produit la forme échelonnée *réduite* d'une matrice à l'aide d'opération élémentaires sur lignes :
 - Échange de deux lignes
 - Multiplication d'une ligne par un scalaire non nul
 - Ajout du multiple d'une ligne à une autre ligne
- La forme échelonnée produit une matrice triangulaire
- La forme réduite consiste à « remonter » les valeurs des coefficients de X

Algorithme (wikipédia)

Soit une matrice A de dimension $n \times m$

Pivot de Gauss

```
r = 0                                     (r est l'indice de ligne du dernier pivot trouvé)
Pour j de 1 jusqu'à m                     (j décrit tous les indices de colonnes)
|   Rechercher max(|A[i,j]|,  $r+1 \leq i \leq n$ ). Noter k l'indice de ligne du maximum
|                                       (A[k,j] est le pivot)
|   Si A[k,j] ≠ 0 alors
|   |   r=r+1                           (r désigne l'indice de la future ligne servant de pivot)
|   |   Diviser la ligne k par A[k,j]    (On normalise la ligne de pivot de façon que le pivot
|   |                                   prenne la valeur 1)
|   |   Échanger les lignes k et r      (On place la ligne du pivot en position r)
|   |   Pour i de 1 jusqu'à n            (On simplifie les autres lignes)
|   |   |   Si i ≠ r alors
|   |   |   |   Soustraire à la ligne i la ligne r multipliée par A[i,j] (de façon à annuler A[i,j])
|   |   |   Fin Si
|   |   Fin Pour
|   Fin Si
Fin Pour
```

Fin Pivot de Gauss

Exercice 2

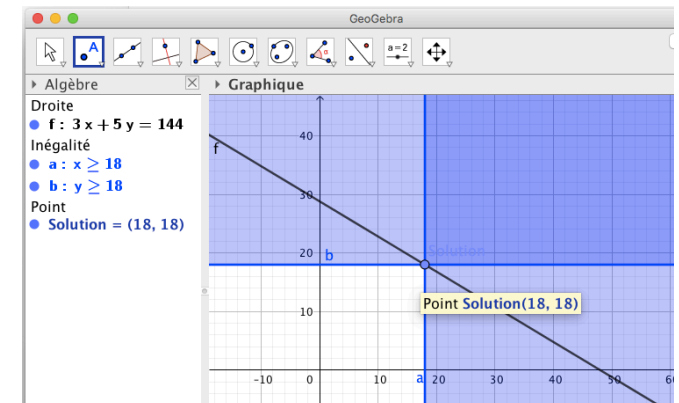
- L'âge de mon père à ma naissance était le double de son père à sa naissance
- A quel âge minimum puis-je devenir père pour que la somme de tous nos âges fasse 144 ?

Remarque :

on considère que l'on ne peut pas avoir (légalement) d'enfant avant 18 ans

Solution

- x mon âge
- y l'âge de mon grand père à la naissance de son fils
- A ma naissance :
 - moi (0) – père ($2y$) – grand père ($2y+y$)
- A la naissance de mon fils
 - fils (0) – moi (x) – père ($2y+x$) – grand père ($3y+x$)
- Min x ?
 - $(x)+(2y+x)+(3y+x) = 144 \Rightarrow 3x+5y=144$
 - $x \geq 18$
 - $y \geq 18$



Un programme Linéaire

- MODÉLISATION
 - Des variables avec un domaine de variation
 - Une fonction objectif (à optimiser)
 - Un ensemble de contraintes
(inéquations linéaires !!)
- RÉOLUTION
 - Un algorithme (polynomial)

Exemple *réel*



- PUBG, le jeu révélation de l'année 2017, est un Battle Royale. Une centaine de joueurs sont parachutés sur une île, pour s'entretuer. Pour cela, des armes, ont gentiment été disséminées par les organisateurs. Il suffit de trouver les plus efficaces et de les utiliser. Alex, grâce à un entraînement quotidien, réussit un headshot à chaque tir, c'est à dire : un tir, un mort. Actuellement il possède une arbalète avec 8 flèches, un kar avec 5 balles (fusil de sniper), un fusil à pompe avec 4 cartouches. En fouillant une maison, il tombe sur kalachnikov avec 7 balles.
- Sachant qu'il a trouvé un sac à dos de niveau 2 (15kg) et que les poids des armes sont 4, 7, 6 et 5 kg respectivement, quelles sont les armes qu'il doit emporter pour maximiser son nombre de kills ?



Solution

- $x_a = 0/1$ si je prends l'arbalète
- $x_k = 0/1$ si je prends le kar
- $x_p = 0/1$ si je prends le pompe
- $x_{ak} = 0/1$ si je prends l'AK
- Contrainte :
 - $4x_a + 7x_k + 6x_p + 5x_{ak} \leq 20$
- Maximiser
 - $8x_a + 5x_k + 4x_p + 7x_{ak}$