

Énumération des suites finies sur des alphabets dénombrable

HLIN602 Logique II Christian Retoré

mise à jour : 27 avril 2020

1. Enumération des formules

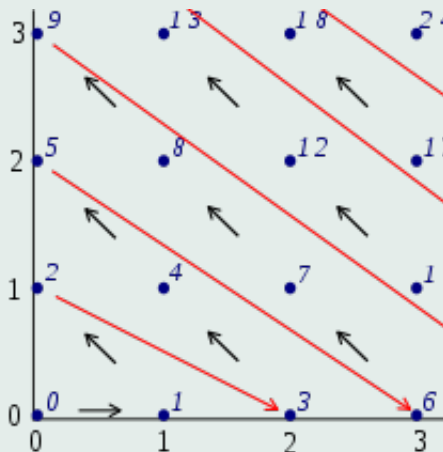
La complétude utilise une énumération dans la complétion d'une théorie cohérente, en énumérant les formules closes.

Voyons comment énumérer des suites finies de symboles appartenant à un alphabet dénombrable.

2. Enumération des paires

Soient $A = \{a_i | i \in \mathbb{N}\}$ et $B = \{b_i | i \in \mathbb{N}\}$ deux énumérations de symboles.
($A = B$ est tout à fait possible.)

Enumération des suites de longueur 2 (ou des paires de $A \times B$) :



$$f(p, q) = \frac{1}{2} [(p + q)^2 + p + 3q]$$

3. Enumération des suites de longueur k

Soit A^1, \dots, A^k des énumérations de symboles.
(Il est fort possible que $\forall i, k \ A^i = A^k$.)

On énumère les suites de n symboles dont le i -ème est dans A^i
par récurrence sur n .

Si on dispose d'une énumération $A^{1-k} = \{x_l | l \in \mathbb{N}\}$ une énumération des suites de k symboles dont le i -ème symbole est dans A^i , une énumération des suites de $k+1$ de $k+1$ symboles dont le i -ème symbole est dans A^i ,
est obtenue en énumérant les suites de longueur 2 constituées d'un élément de A^{1-k} et d'un élément de A^{k+1} .

$$f(a^1_p, a^{1-k}_q) = \frac{1}{2} [(p+q)^2 + p + 3q]$$

4. Énumération des suites finies

Soit A^1, \dots, A^k, \dots une famille dénombrable d'énumération de symboles. Pour énumérer les suites finies constituées d'un symbole dont le i -ème est dans A^i il suffit d'énumérer les couples d'entiers (l, i) dont le premier l est la longueur de la suite, et le deuxième i est le numéro d'une suite de l symboles dont le i -ème symbole est dans A^i en utilisant l'énumération A^{1-l} donnée ci-dessus.

5. Enumération de termes, de formules, de formules closes

Il est plus élégant d'engendrer les termes et les formules comme des arbres à branchement fini lorsqu'il s'agit de connecteurs et à branchement infini lorsqu'il s'agit d'un prédicat, d'une fonction, d'une constante, d'une variable. Mais pour les énumérer il est plus facile de considérer qu'une formule est une suite finie de symboles, et de vérifier que la suite de symboles est correctement formée, et que c'est bien un terme, une formule, une formule close et de l'ôter de l'énumération si la suite de symboles n'est pas correctement formée.

A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
1		2	3		4