TD résolution

Exercice B :

$A = \forall x . \exists y . \exists z . (R(x,y) \land S(y,z))$

$B = (\forall x . (\exists y . R(x,y))) \land (\forall y (\exists z . S(y,z)))$

① Mise sous forme prénexe de $\neg A$

On doit prouver que $B \vdash A$, donc que $B \land \neg A$ est insatisfiable.

$\neg A = \neg(\forall x . \exists y . \exists z . (R(x,y) \land S(y,z)))$

$= \exists x . \forall y . \forall z (\neg R(x,y) \lor \neg S(y,z))$

② Skolémisation de $\neg A$

$s(\neg A) = s(\exists x . \forall y . \forall z (\neg R(x,y) \lor \neg S(y,z)))$

$= s(\forall y . \forall z . (\neg R(x,y) \lor \neg S(y,z))[a/x])$ pas de $\forall$ avant $\exists$

$= s(\forall y . \forall z . (\neg R(a,y) \lor \neg S(y,z)))$

$= s(\neg R(a,y) \lor \neg S(y,z))$

$= h(\neg R(a,y)) \lor h(\neg S(y,z))$

$= \neg s(R(a,y)) \lor \neg s(S(y,z))$

$= \neg R(a,y) \lor \neg S(y,z)$

① Mise sous forme prénexe de B

$B = (\forall x . (\exists y . R(x,y))) \land (\forall t . (\exists z . S(t,z)))$

$= \forall x . \forall t . \exists y . \exists z . R(x,y) \land S(t,z)$

② Skolémisation de B

$s(B) = s(\forall x . \forall t . \exists y . \exists z . R(x,y) \land S(t,z))$

$= s(R(x,y) \land S(t,z)[f(y)/y][g(z)/z])$

$= s(R(x,f(y)) \land S(t,g(z)))$

$= s(R(x,f(y))) \land s(S(t,g(z)))$

$= R(x,f(y)) \land S(t,g(z))$