



ГБПОУ колледж «Царицыно»

Отделения управления и информационных технологий.

Теория вероятностей и математическая статистика Индивидуальный проект по теме 4:

Оценка параметров статистических распределений

Студент: Уколов Алексей

Группа: П2-3

Преподаватель: к.ф.-м.н. Мещеряков В.В.

Москва 2019

Оглавление

1.Нормальное распределение	4
2.Равномерное распределение.	6
3.Экспонинцеальное распределение.	9
Литература и интернет-источники	12

Введение:

Цель данной пояснительной записки является окончание проектной темы «Оценка параметров статистических распределений».

1. Нормальное распределение

Нормальное распределение, также называемое **распределением по Гривусу**, **распределением Гаусса** или **Гаусса — Лапласа** — распределение вероятностей, которое в одномерном случае задаётся функцией плотности вероятности, совпадающей с функцией Гаусса:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

где параметр μ — математическое ожидание (среднее значение), медиана и мода распределения, а параметр σ — среднеквадратическое отклонение (σ^2 — дисперсия) распределения.

Задача 1. Сгенерировать гистограмму и функцию pdf, эмпирическую кумуляту и cdf с заданными значениями:

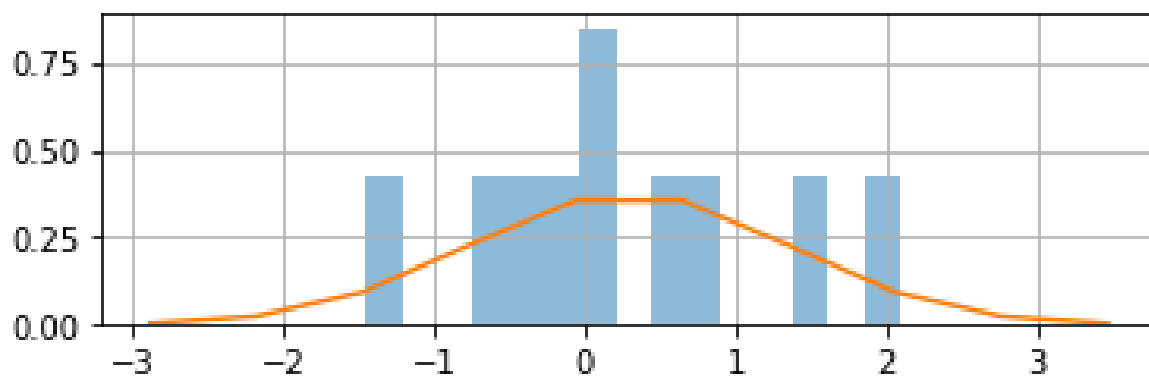
$N=10, 10^{**}2; 10^{**}3; 10^{**}4; \mu = 0.0; \sigma = 1.0.$

Код:

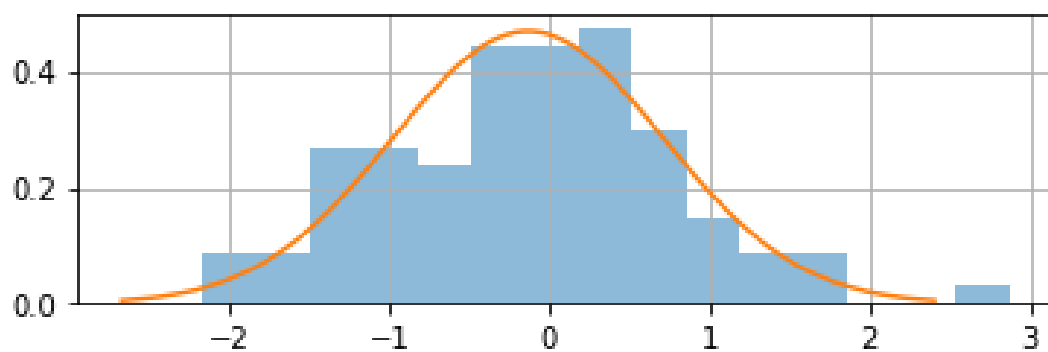
```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import statsmodels.api as sm
import seaborn as sns
N = 1000
mu = 0.0
sigma = 1.0
data = np.random.normal(mu, sigma, N)
xsum = 0
for i in range(N):
    xsum = xsum + data[i]
xmean = xsum/N
Dsum = 0
for i in range(N):
    Dsum = Dsum + (data[i] - xmean)**2
Ds = Dsum/(N - 1)
s = np.sqrt(Ds)
import statistics as st
xmean = st.mean(data)
Ds = st.stdev(data)
s = st.variance(data)
plt.subplot(211)
nbins = 15
plt.hist(data, nbins, alpha=0.5, normed=True)
x = np.linspace(xmean - 3*s, xmean + 3*s, N)
f = np.exp(-(x - xmean)**2/2/s**2)/s/np.sqrt(2*np.pi)
plt.plot(x, f)
plt.grid(True)
plt.subplot(212)
ecdf = sm.distributions.ECDF(data)
F = ecdf(x)
```

```
plt.step(x, F)
plt.grid(True)
sns.kdeplot(data, cumulative=True)
```

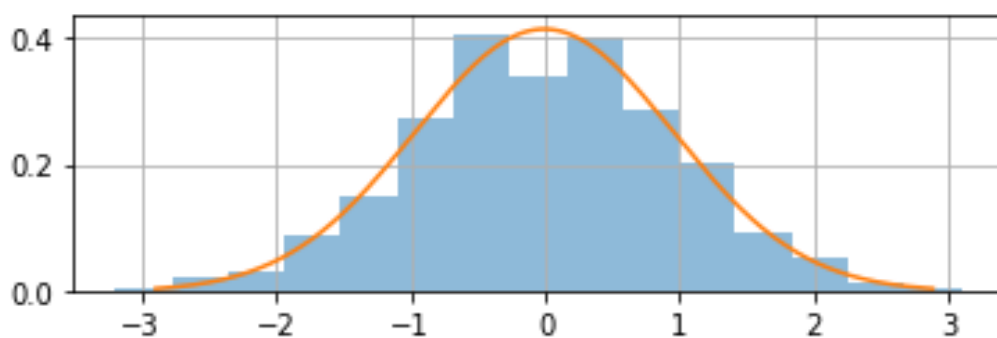
при N=10



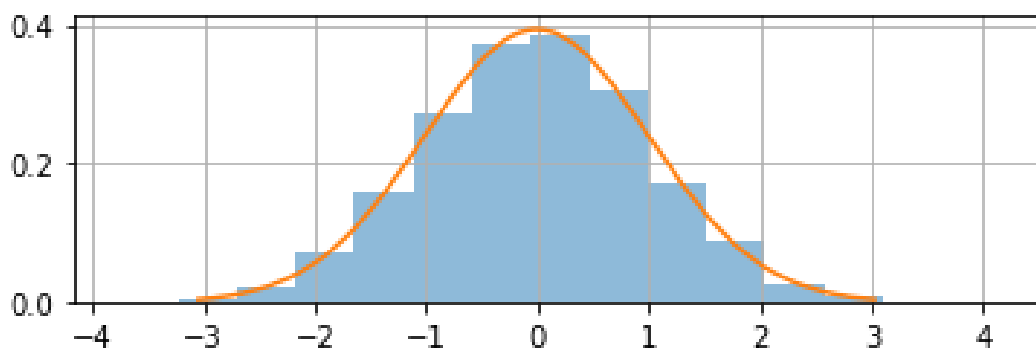
При N=100



При N=1000



При N=10000



2.Равномерное распределение.

Говорят, что случайная величина имеет непрерывное равномерное распределение на отрезке $[a,b]$, где $a,b \in \mathbb{R}$ если её плотность $f_X(x)$ имеет вид:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & x \in [a,b] \\ 0 & x \notin [a,b] \end{cases}$$

Пишут: $X \sim U[a,b]$. Иногда значения плотности в граничных точках $x=a$ и $x=b$ меняют на другие, например 0 или $1/(2(b-a))$. Так как интеграл Лебега от плотности не зависит от поведения последней на множествах меры нуль, эти вариации не влияют на вычисления связанных с этим распределением вероятностей.

Задача 3. Построить гистограмму и эмпирическую кумуляту с значениями: $N=10, 10^2, 10^3, 10^4$; $a = 8; b = 13$.

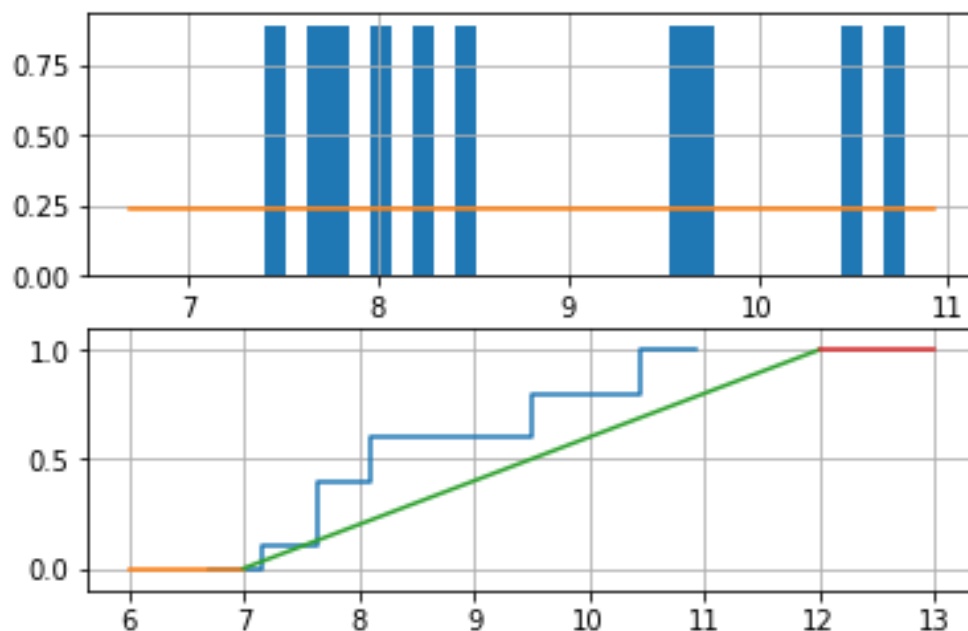
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import statsmodels.api as sm
import statistics as st
a=7
b=12
N=10
data=np.random.uniform(a,b,N)
xsum=0
for i in range(N):
    xsum+=data[i]
xmean=xsum/N
Dsum=0
for i in range(N):
    Dsum=Dsum + (data[i]-xmean)**2
Ds=Dsum/(N-1)
Ds=st.variance(data)
xmean=st.mean(data)
a_s=xmean-np.sqrt(3*Ds)
b_s=xmean+np.sqrt(3*Ds)
9
plt.subplot(211)
nbins=30
plt.hist(data,nbins,normed=True)
x=np.linspace(a_s,b_s,N)
f=1/(b_s-a_s)*x**0
plt.plot(x,f)
plt.grid(True)
plt.subplot(212)
ecdf=sm.distributions.ECDF(data)
F=ecdf(x)
plt.step(x,F)
x1=np.linspace(a-1,a,N)
x2=np.linspace(a,b,N)
x3=np.linspace(b,b+1,N)
```

```

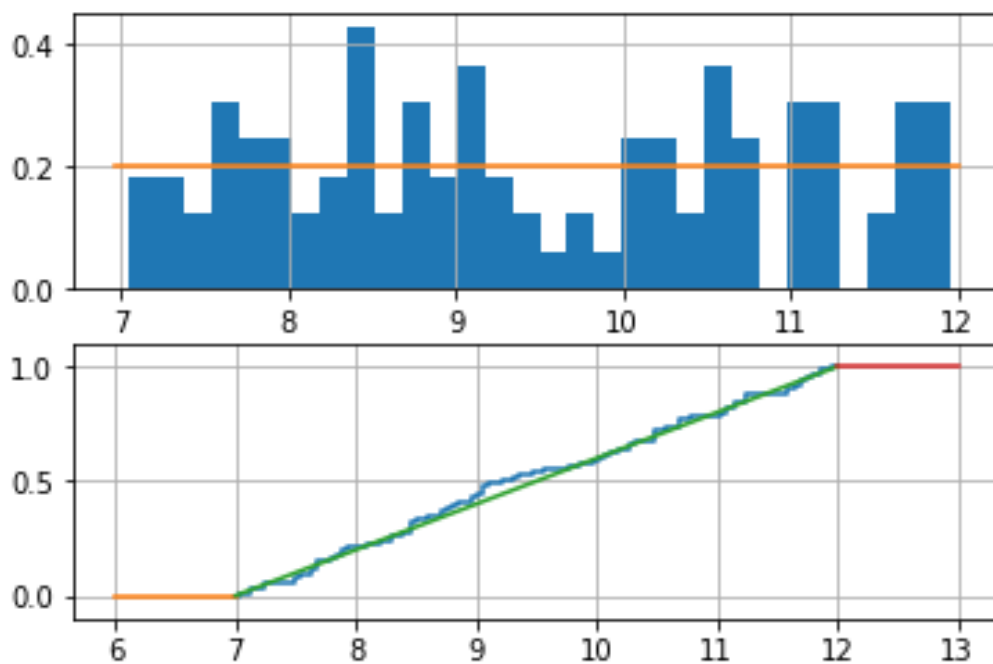
F1=0*x**0
F2=(x-a_s)/(b_s-a_s)
F3=1*x**0
plt.plot(x1,F1,x2,F2,x3,F3)
plt.ylim(-0.1,1.1)
plt.grid(True)

```

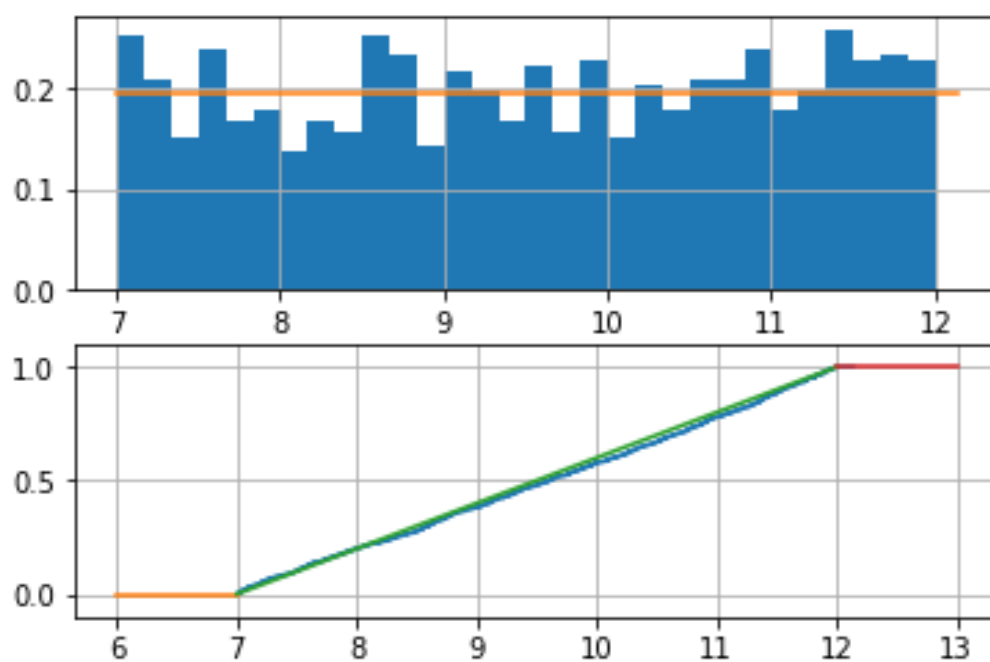
При N=10



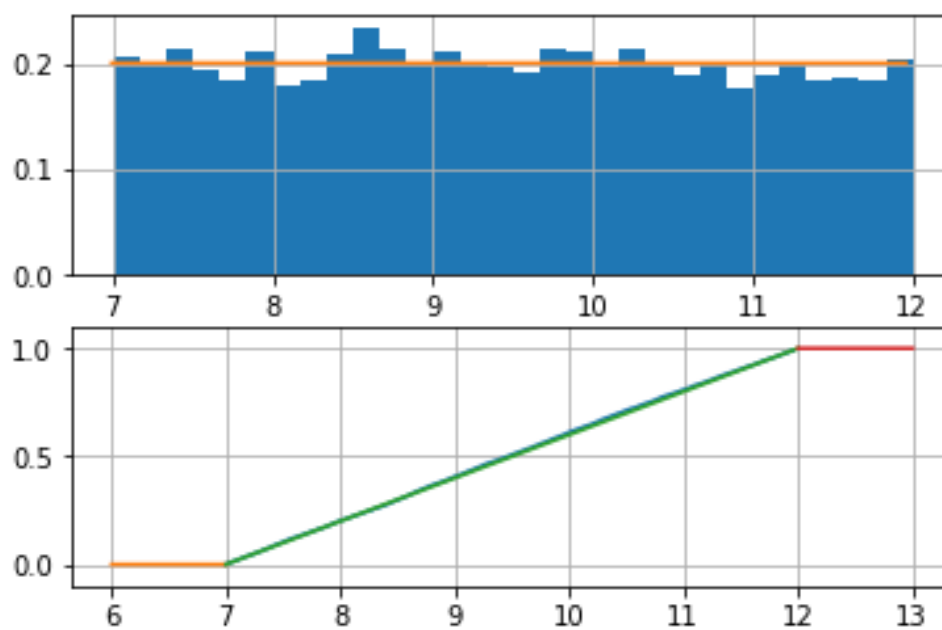
При N=100



При $N=1000$



При $N=10000$



3. Экспоненциальное распределение.

Экспоненциальное (или показательное) распределение — абсолютно непрерывное распределение, моделирующее время между двумя последовательными свершениями одного и того же события.

Случайная величина x имеет экспоненциальное распределение с параметром $\lambda > 0$, если её плотность имеет вид

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & X \geq 0 \\ 0 & X < 0 \end{cases}$$

Интегрируя плотность, получаем функцию экспоненциального распределения:

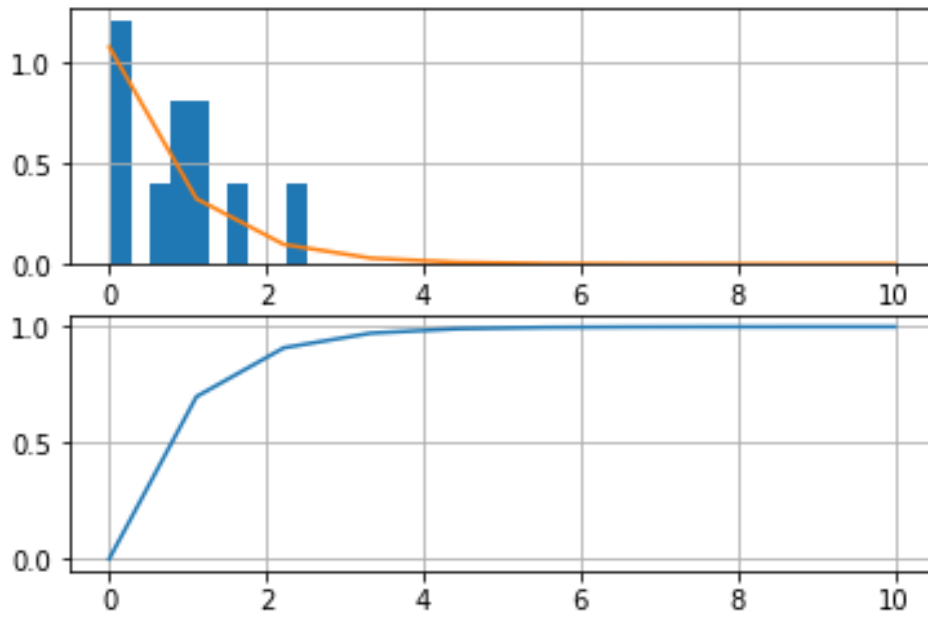
$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

Задача 3. Построить гистограмму, функцию pdf, ecdf и эмпирическую кумуляту с заданными значениями: $N=10, 10^{**}2, 10^{**}3, 10^{**}4$; $\mu = 1.0$.

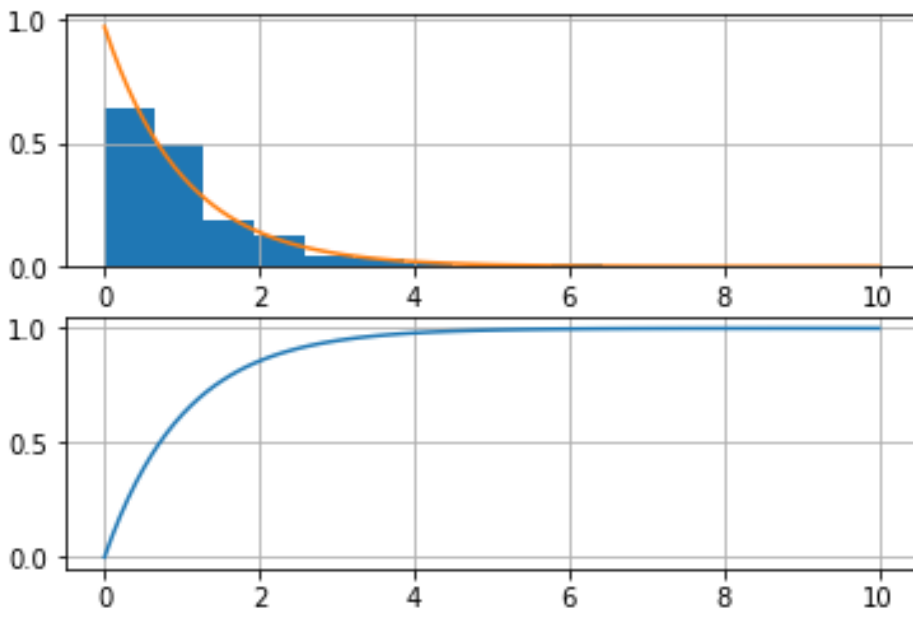
КОД:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
N=10
mu=1.0
data=np.random.exponential(mu,N)
xsum=0
for i in range(len(data)):
    xsum+=data[i]
xmean=xsum/len(data)
plt.subplot(211)
nbins=10
plt.hist(data,nbins,normed=True)
x=np.linspace(0,10.0,N)
Fpdf=np.exp(-x/xmean)/xmean
plt.plot(x,Fpdf)
plt.grid(True)
plt.subplot(212)
Fcdf=1-np.exp(-x/xmean)
plt.plot(x,Fcdf)
plt.grid(True)
```

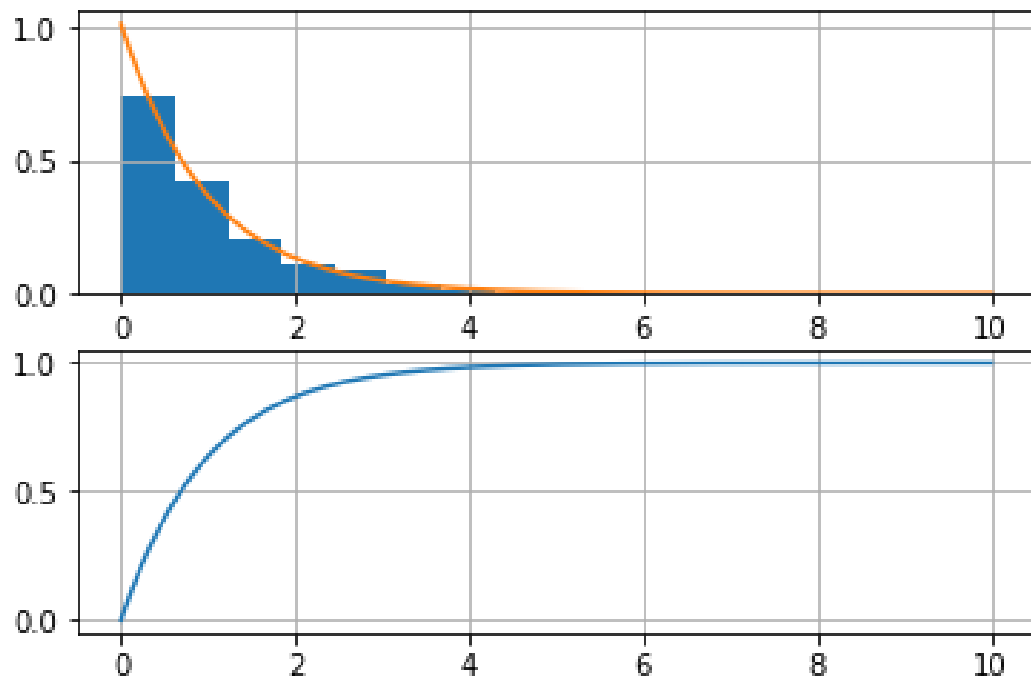
$N = 10.$



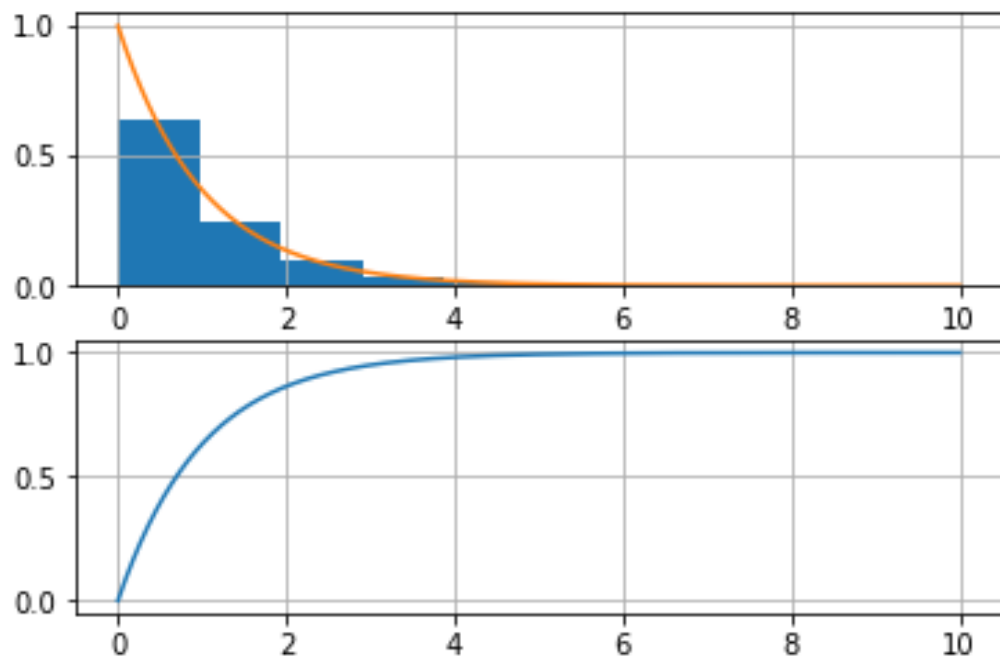
$N = 100$



N =1000



N =10000



Литература и интернет-источники

- https://ru.wikipedia.org/wiki/Экспоненциальное_распределение
- https://ru.wikipedia.org/wiki/Нормальное_распределение
- https://ru.wikipedia.org/wiki/Непрерывное_равномерное_распределение