

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Научно-образовательная корпорация ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Направление подготовки 09.03.04 Программная инженерия

Отчёт по лабораторной работе №3
По дисциплине «Методы оптимизации» (4 семестр)

Студент:

Дениченко Александр Р3212

Практик:

Селина Елена Георгиевна

Санкт-Петербург
2024 г.

Задание

Найти экстремум функции на отрезке методом квадратичной аппроксимации. Три итерации метода выполнить вручную + написать программу на одном из языков программирования.

$$f(x) = \frac{1}{7}x^7 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x; \quad [a, b] = [1, 1.5]; \quad \varepsilon = 0.0001$$

1 Выполнение расчётов

Зададим начальную точку:

$$x_1 = 1$$

и величину шага по оси ox $\Delta x = 0.25$. Вычислим вторую точку:

$$x_2 = x_1 + \Delta x = 1.25$$

Вычислим значение функции в этих точках:

$$f(x_1) = \frac{1}{7}1^7 - 1^3 + \frac{1}{2}1^2 - 1 = -1.3571;$$

$$f(x_2) = \frac{1}{7}1.25^7 - 1.25^3 + \frac{1}{2}1.25^2 - 1.25 = -1.7407$$

Сравним значения функции в данных точках, если $f(x_1) > f(x_2) \Rightarrow x_3 = x_1 + 2\Delta x$, иначе $x_3 = x_1 - \Delta x$:

$$f(x_1) > f(x_2)$$

$$-1.3571 > -1.7407$$

Положим, что $x_3 = x_1 + 2\Delta x$:

$$x_3 = 1 + 2 \cdot 0.25 = 1.5$$

Расчитаем значение функции в этой точке:

$$f(x_3) = -1.3092$$

Найдём минимум среди значений функций:

$$F_{min} = \min\{f_1, f_2, f_3\}, \quad x_{min} = x_i$$

$$F_{min} = f_2 = -1.7407, \quad x_{min} = x_2 = 1.25$$

Вычислим точку минимума \bar{x} квадратичного интерполяционного полинома:

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \frac{(x_2^2 - x_3^2)f_1 + (x_3^2 - x_1^2)f_2 + (x_1^2 - x_2^2)f_3}{(x_2 - x_3)f_1 + (x_3 - x_1)f_2 + (x_1 - x_2)f_3}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \frac{(1.25^2 - 1.5^2) \cdot (-1.3571) + ((1.5)^2 - 1^2) \cdot (-1.7407) + (1^2 - 1.25^2) \cdot (-1.3092)}{(1.25 - 1.5) \cdot (-1.3571) + (1.5 - 1) \cdot (-1.7407) + (1 - 1.25) \cdot (-1.3092)}$$

$$\bar{x} = 1.24263$$

$$f(\bar{x}) = -1.73577$$

Проверим выполнение условий окончания расчёта:

$$\left| \frac{F_{min} - f(\bar{x})}{f(\bar{x})} \right| < \varepsilon, \quad \left| \frac{x_{min} - \bar{x}}{\bar{x}} \right| < \varepsilon$$

$$\left| \frac{-1.7407 + 1.73577}{-1.7357} \right| > 0.0001, \quad \left| \frac{1.25 - 1.24263}{1.24263} \right| > 0.0001$$

Оба условия не выполняются, поэтому проверим принадлежность \bar{x} к интервалу $[x_1, x_2]$ и если он принадлежит этому интервалу, то выберем наименьшую точку из x_{min} ; \bar{x} , так же две точки по обе стороны от неё и обозначим эти точки в

обычном порядке, перейдём к подсчёту минимального аргумента и функции. Иначе если \bar{x} не принадлежит к интервалу, то положим точку $x_1 = \bar{x}$ и перейдём к вычислению x_2 .

У нас \bar{x} принадлежит интервалу, тогда наименьшая точка будет $\bar{x} = 1.24263$

Тогда выберем окаймляющие точки и подсчитаем в них функции:

$$x_1 = 1; f(x_1) = -1.3571$$

$$x_2 = 1.24263; f(x_2) = -1.73577$$

$$x_3 = 1.25; f(x_3) = -1.3092$$

Минимальная функция и аргумент очевидны, поэтому подсчитаем нового кандидата на локальный минимум:

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \frac{(1.24263^2 - 1.25^2) \cdot (-1.3571) + (1.25^2 - 1^2) \cdot (-1.73577) + (1^2 - 1.24263^2) \cdot (-1.3092)}{(1.24263 - 1.25) \cdot (-1.3571) + (1.25 - 1) \cdot (-1.73577) + (1 - 1.24263) \cdot (-1.3092)}$$

$$\bar{x} = 1.24254$$

$$f(\bar{x}) = -1.73571$$

Проверим условия:

$$\left| \frac{-1.73577 + 1.73571}{-1.73571} \right| < 0.0001, \quad \left| \frac{1.24263 - 1.24254}{1.24254} \right| < 0.0001$$

Условия выполнены, поэтому принимаем экстремум в точке:

$$(1.24254, -1.73571)$$