Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Научно-образовательная корпорация ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Направление подготовки 09.03.04 Программная инженерия

Отчёт по проектной работе

По дисциплине «Физика» (третий семестр)

Группа:
P3212

Студенты:
Беляев Михаил
Кирилл Пархоменко
Дениченко Александр
Разинкин Александр
Анатолий Соколов

Лектор:
Горбенко Анна Петровна

Практик:
Егоров Михаил Юрьевич

Санкт-Петербург
2023 г.

1 Условие

В вершинах равнобедренного треугольника с длинами боковых сторон l находятся три небольших по размерам положительно заряженных шарика, связанных попарно тремя легкими нерастяжимыми и непроводящими нитями. Шарики, находящиеся в вершинах основания, имеют массу m и заряд q. Третий шарик имеет массу M и заряд Q. Нить, соединяющую одинаковые шарики, пережигают, и шарики начинают двигаться. Найдите максимальные скорости среднего и боковых шариков. Силы тяжести нет.

2 Постановка задачи

Дан равнобедренный треугольник с боковыми сторонами длиной l и некоторым углом между ними. В каждой из вершин основания треугольника находится небольшой по размеру положительно заряженный шарик. Два шарика, расположенных в вершинах основания, имеют массу m. Третий шарик, находящийся на вершине треугольника, имеет массу M. Шарики связаны попарно легкими, нерастяжимыми и непроводящими нитями. После разрыва нижней нити шарики начинают двигаться. Требуется изучить движение шариков в зависимости от введённого параметра, который обозначим γ.

$$\gamma = \frac{M}{2m} \tag{1}$$

Предполагается, что в задаче отсутствуют силы тяжести.

3 Анализ задачи и формул

После пережигания нити система шариков будет совершать периодическое колебательное движение. Начальное и промежуточное состояния, а также состояние, соответствующее четверти периода этого движения представлены ниже:

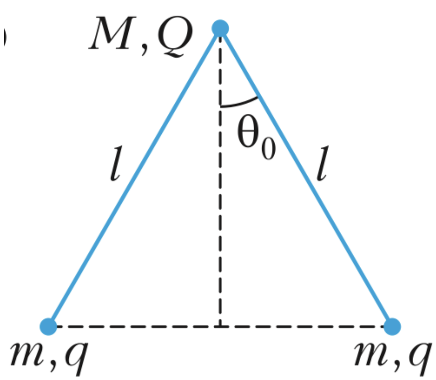

Рис.1 Начальная конфигурация

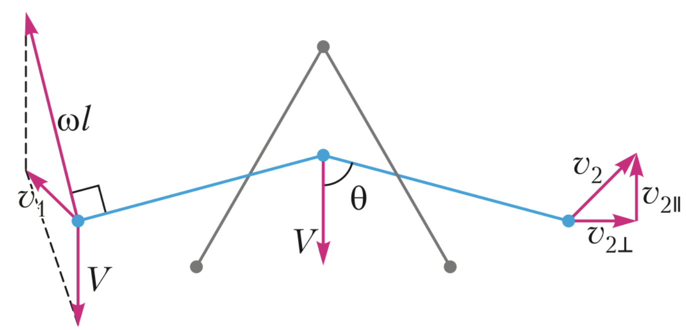

Рис.2 Промежуточная конфигурация

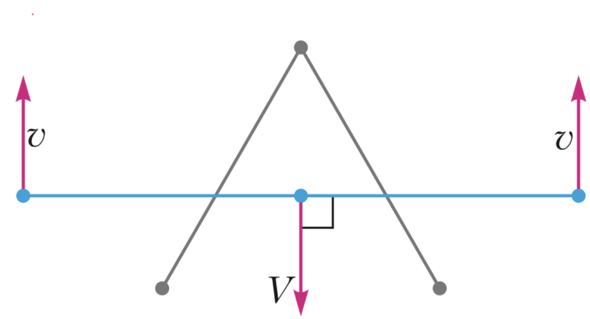

Рис.3 Линейная конфигурация

Вследствие симметрии действия электрических сил и сил натяжения нитей на центральный шарик он будет двигаться прямолинейно и ускоренно на всей первой четверти цикла вплоть до линейной конфигурации системы. В этом положении действующая на него результирующая сила обращается в ноль, а величина скорости достигает максимального значения.

Для анализа скоростей запишем законы сохранения импульса и энергиив промежуточной конфигурации:

$$M\vec{V} + m\vec{v_1} + m\vec{v_2} = 0;\ \frac{MV^2}{2} + mv^2 = \frac{kq^2}{2l}(\frac{1}{sin\theta_0} - \frac{1}{sin\theta}) \tag{2}$$

В линейной конфигурации:

$$M\vec{V} + 2m\vec{v} = 0;\ \frac{MV^2}{2} + mv^2 = \frac{kq^2}{2l}(\frac{1}{sin\theta_0} - 1) \tag{3}$$

$$V_{max} = V(\theta = \frac{\pi}{2}) = \sqrt{\frac{mkq^2}{M(M+2m)l}}\left(\frac{1}{sin\theta_0} - 1\right) \tag{4}$$

$$v\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Mkq^2}{m(M+2m)l}}\left(\frac{1}{sin\theta_0} - 1\right) \tag{5}$$

При $\gamma >> 1$ центральный шарик практически неподвижен и боковые шарики, двигаясь по круговым траекториям радиусом l, проходят линейную конфигурацию с максимальными скоростями. В противоположном случае $\gamma << 1$ боковые шарики движутся практически прямолинейно.

Связь скоростей центрального и бокового шариков:

$$v^2 = \frac{kq^2}{2ml}\left(\frac{1}{sin\theta_0} - \frac{1}{sin\theta}\right)\left(\frac{1-(1+2\gamma)(\frac{sin\theta}{1+\gamma})^2}{1-(1+\gamma)(\frac{sin\theta}{1+\gamma})^2}\right) \tag{6}$$

Исследование экстремума скорости бокового шарика в линейной конфигурации:

$$v^2\left(\frac{\pi}{2} + \delta\right) = \left(\frac{kq^2}{2ml}\frac{\gamma}{\gamma+1}\left(\frac{1-sin\theta_0}{sin\theta_0}\right)\right)\cdot\left(1 - \left(\frac{sin\theta_0}{2\,(1-sin\theta_0)} - \frac{1+\gamma}{\gamma^2}\right)\delta^2\right) \tag{7}$$

$$v^2\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{cases} v_{max}^2,\ if\ \left(\frac{sin\theta_0}{2(1-sin\theta_0)} - \frac{1+\gamma}{\gamma^2}\right) > 0 \\ v_{min}^2,\ if\ \left(\frac{sin\theta_0}{2(1-sin\theta_0)} - \frac{1+\gamma}{\gamma^2}\right) < 0 \end{cases} \tag{8}$$

Маскимальная скорость бокового шарика, которая достигается в первой четверти цикла при $\theta_0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ для случая при:

$$\left(\frac{sin\theta_0}{2\,(1-sin\theta_0)} - \frac{1+\gamma}{\gamma^2}\right) < 0;\ z = \frac{1+\gamma}{sin\theta}\ \ => \ v^2(z) = \frac{kq^2}{2ml(1+\gamma)}\left(\frac{1+\gamma}{sin\theta_0} - z\right)\left(\frac{z^2-(1+2\gamma)}{z^2-(1+\gamma)}\right),\ z \in \left(1+\gamma,\ \frac{1+\gamma}{sin\theta_0}\right) \tag{9}$$

4 Вывод