1 Задачи

Трамвай

$s_0; v_{max}$−? Найдём зависимоть скорости от расстояния: за dt - $dv = adt$. Так как $dt = \frac{ds}{v}$, то $vdv = (a_0 - bs)ds$. Проинтегрируем и получим: $\int_0^v vdv = \int_0^s (a_0-bs)ds$; $\frac{v^2}{2} = a_0 s - \frac{bs^2}{2}$; $v = \sqrt{(2a_0 - bs)s}$. При $v = 0$; $s_0 = \frac{2a_0}{b}$. v_{max} при $\frac{dv}{ds} = 0$ $=> \frac{1}{2}\frac{2a_0-2bs}{\sqrt{2a_0 s - bs^2}} = 0$. Тогда s $= \frac{a_0}{b} = \frac{s_0}{2}$. Подставим его в v, которое будет max. $v_{max} = \sqrt{2a_0\frac{a_0}{b} - b\frac{a_0^2}{b^2}} = \frac{a_0}{\sqrt{b}}$

Частица y=kx2

a−? Продифференцируем дважды уравнение траектории по времени: $y^{\cdot} = 2kxx^{\cdot}$; $y^{\cdot\cdot} = 2k(x^{\cdot 2} + xx^{\cdot\cdot})$. В точке x = 0 величина $|x^{\cdot}| = v$: $a = (y^{\cdot\cdot})_{x=0} = 2kv^2$.

Точка по окружности радиуса r

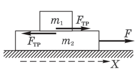
a−? По усл: $\frac{dv}{dt} = \frac{-v2}{r}$; $dt = \frac{ds}{v}$; $\frac{dv}{v} = \frac{-ds}{r}$. $\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -\int_0^s \frac{ds}{r} => ln\frac{v}{v_0} = -\frac{s}{r} => v = v_0 e^{-\frac{s}{r}}$(s/r). В данном случае $|a_\tau| = a_n => a = \sqrt{2}a_n = \sqrt{2}\frac{v^2}{r} = \sqrt{2}(v_0^2/r)e^{-2s/r}$

2 Задачи

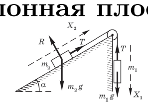
Блок, нерастяжимая нить

a_1−? Выбираем положительное направление оси X вверх, тогда основное уравнение динамики в проеции: $\begin{cases} m_1 a_{1x} = T - m_1 g \\ m_2 a_{2x} = T - m_2 g \end{cases}$. Воспользуемся кинематической связью: $a_1 = a_0 + a'$, $a_2 = a_0 - a'$ (a' - ускорение груза 1 относ блока). Решаем: $m_1(a_0 + a') + m_1 g = m_2(a_0 - a') + m_2 g$; $a' = \frac{(m_1-m_2)}{m_1+m_2}(g - a_0)$; $a_1 = a_0 + a' = \frac{2m_2a_0 + (m_1-m_2)g}{m_1+m_2}$

Брусок массы m1

t_0−?  Основное уравнение динамики для бруска будет иметь вид: $m_1a_1 = F_{tr}$, $m_2a_2 = F - F_{tr}$. При росте F растёт F_{tr} и имеет предел $F_{trmax} = \mu m_1 g$ и при его достижении доска начнёт выскальзывать: $a_2 \geq a_1$. $(\alpha t - \mu m_1 g)/m_2 \geq \mu g$(где равенство достиг при $t = t_0$), тогда $t_0 = (m_1 + m_2)\mu g/\alpha$

Наклонная плоскость

$|a|$−?  При отстутствии F_{tr} тело бы начало скользить ввехр по плоскости. При добавлении F_{tr} направление движения не изменится, уменьшится a. Мы сможем определить направление F_{tr} действ на тело m_2, когда узнаем направление a при отстутствии F_{tr}. 1)$m_1 g$, 2)$m_2 g sin\alpha = \frac{3}{2}m_1 g\frac{1}{2} = \frac{3}{4}m_1 g < m_1 g$ - тело m_2 движется вверх, F_{tr} направлена противоположно. m_1: $m_1\overline{g} + \overline{T} = m_1\overline{a_1}$; m_2: $\overline{T} + m_2\overline{g} + F_{tr} = m_2\overline{a_2}$; $\overline{a_1}|_{x_1} = \overline{a_2}|_{x_2} = a$ $\begin{cases} m_1 a = m_1 g - T \\ m_2 a = T - m_2 g sin\alpha - \mu m_2 g cos\alpha \end{cases}$;$(m_1 + m_2)a = m_1 g - m_2 g(sin\alpha + \mu cos\alpha)$; $a = \frac{\frac{m_1}{m_2} - (sin\alpha + \mu cos\alpha)}{\frac{m_1}{m_2}+1} \cdot g = 0.05g$

3 Задачи

Две тележки

v−? Рассмотрим прыжок человека и импульс системы в от прыжка, до преземления невключительно. $(M + m)\overline{v_0} = M\overline{v} + m(\overline{u} + \overline{v}) = (M + m)\overline{v} + m\overline{u}$; $\overline{v} = \overline{v_0} - \frac{m}{m+M}\overline{u}$; $(\overline{u} + \overline{v}) = \overline{v_0} - \frac{m}{m+M}\overline{u} + \overline{u} = \overline{v_0} + \frac{M}{m+M}\overline{u}$; Далее рассмотрим преземление человека на тележку из состояния полёта: $m(\overline{v_0} + \frac{M}{m+M}\overline{u}) + M\overline{v_0} = (m + M)\overline{v'}$; $(m + M)\overline{v_0} + \frac{mM}{m+M}\overline{u} = (m + M)\overline{v'}$; $\overline{v'} = \overline{v_0} + \frac{mM}{(m+M)^2}\overline{u}$

два человека

v−? Рассмотрим первый случай, когда один человек спрыгивает с тележки: $(m + M)\overline{v} + m(\overline{u} + \overline{v})$; $\overline{v} = -\frac{m\overline{u}}{M+2m}$ ($\overline{v}$ - скорость тележки после прыжка первого человека) Следующий случай, когда второй человек спрыгивает: $(m+M)(-\frac{m\overline{u}}{M+2m}) = M\overline{v'} + m(\overline{u} + \overline{v'}) = (m + M)\overline{v'} + m\overline{u}$ ($\overline{v'}$ - скорость тележки после прыжка второго человека). $(m + M)\overline{v'} = -m\overline{u}(\frac{m+M}{M+2m}+1) = -m\overline{u'}\frac{2M+3m}{(M+2m)}$; $\overline{v'} = -\frac{m\overline{u}(2M+3m)}{(M+2m)(M+m)}$

шайбы*

T−? Рассмотрим ситуацию в ИСО: $T_1 = T_2 = m_1\frac{v_1^2}{r_1} = m_2\frac{v_2^2}{r_2} = a_{n1} = a_{n2}$. $r_1 + r_2 = l$; $r_1 m_1 = r_2 m_2$ | $r_1 = \frac{m_2}{m_1+m_2}l$; $r_2 = \frac{m_1}{m_1+m_2}l$ Рассмотрим с-систему: $\overline{P_0} = 0$; $m_1 v_1 = m_2 v_2$; $\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}$ | $v_1 = v_c$; $v_c + v_2 = v$; $v_1 + v_2 = v$ | $v_1 = \frac{m_2}{m_1+m_2}v$; $v_2 = \frac{m_1}{m_1+m_2}v$ | $T = \frac{m(\frac{m_2}{m_1+m_2}v)^2}{(\frac{m_2}{m_1+m_2})l} = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}\frac{v^2}{l}$. R−? $R = \frac{v_2^2 m_2}{T} = (\frac{m_1+m_2}{m_1})l$

4 Задачи

Космический
$\Delta\alpha -?$ $dm < 0$(масса ракеты уменьшается). $(m+dm)(\overline{v}+d\overline{v}) - dm(\overline{u}+\overline{v}+d\overline{v}) = m\overline{v}$ ($\overline{u}$ - скорость газа относ корабля). После раскрытия скобок: $md\overline{v} - dm\overline{u} = 0$. $d\overline{v} = \frac{dm}{m}\overline{u}$ => $dv = v_0 d\alpha = -\frac{dm}{m}u$. $v = const = v_0$. $\int_0^{\Delta\alpha} d\alpha = -\frac{u}{v_0}\int_{m_0}^{m}\frac{dm}{m}$. $\Delta\alpha = \frac{u}{v_0}ln(\frac{m_0}{m})$

Железнодорожная из бункера
$v(t)-?$ $d\overline{p} = \overline{F}dt$. $(m+dm)(\overline{v}+d\overline{v} - m\overline{v} = \overline{F}dt)$. После раскрытия скобок получим: $d(m\overline{v}) = \overline{F}dt$. $\Delta m\overline{v} = \overline{F}dt$. При t=0, v(0)=0. $m\overline{v} = \overline{F}t ->$ $\overline{v} = \frac{\overline{F}t}{m} = \frac{\overline{F}t}{m_0+\mu t}$

Железнодорожная нагружена песком
$v(t)-?$ до: $m, \overline{v}$. после: $(m+dm)(\overline{v}+d\overline{v})$ - тележка. $(-dm)\overline{v}$ - песок в ЛСО. $d\overline{p} = \overline{F}dt$. $(m+dm)(\overline{v}+d\overline{v}) + (-dm)\overline{v} - m\overline{v} = \overline{F}dt$. После раскрытия скобок: $md\overline{v} = \overline{F}dt$. $m(t)dv = Fdt$. $dv = \frac{Fdt}{m(t)} = \frac{Fdt}{m_0-\mu t} = \frac{F}{-\mu}\int_0^t d(ln(m_0-\mu t))$. $v(t) = -\frac{F}{\mu}ln(m_0-\mu t)|_{m_0}^{m_0-\mu t} = \frac{F}{\mu}ln(\frac{m_0}{m_0-\mu t})$

5 Задачи

Шарик
$x_{max}-?$ E = const. $T_1 + (u_1)_{mg} + (u_1)_{kx} = (u_2)_{mg} + (u_2)_{kx} + T_2$. $T_1 = 0; (u_1)_{kx} = 0; (u_2)_{mg} = 0; T_2 = 0$. $mgx_m = \frac{kx_m^2}{2}$. $x_m = \frac{2mg}{k}$

Небольшое тело
$A_F-?$ $\Delta E = A$. $F = -2m\overline{g}(1-ay)$. $\Delta E = E_2 - E_1 = u_2 - u_1 = mgy = A_F$. $\delta A_F = (\overline{F}; d\overline{r}) = F_y dy$. $F_y = 2mg(1-ay)$. $\int_{\cdot}^{\cdot} \delta A_F = \int_0^y 2mg(1-ay)dy = 2mgy - mgay^2$. $mgy = 2mg - mgay^2$. $y = \frac{1}{a}$ (весь пусть подъёма s = y-0). $A_F(\frac{1}{2a}) = 2mg\frac{1}{2a} - mga\frac{1}{4a^2} = \frac{mg}{a} - \frac{mg}{4a} = \frac{3}{4}\frac{mg}{2a}$. $\Delta u = mg\frac{1}{2a} = \frac{mg}{2a}$

Три одинаковые
1)$v-?$2)$A_K-?$ $\phi = k\frac{q}{a} + k\frac{q}{a} = 2k\frac{q}{a}$. В поле конс. Кулоновской силы. $u_1 = 3k\frac{q^2}{a}$ (потенциальная). $u_1 = \frac{1}{2}\sum_{i!=j}\phi_{ij}q_i = \frac{1}{2}2k\frac{q^2}{a}\cdot 3 = 3\frac{kq^2}{a}$. $E-const$. $E_1 = E_2$. '$u_1 = u_2 + T_2$; $T_1 = 0$'-> $3k\frac{q^2}{a} = 3k\frac{q^2}{r} + \frac{mv^2}{2}\cdot 3$. $T_2 = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$. $mv^2 = 2kq^2(\frac{1}{a} - \frac{1}{r})$. $v = \sqrt{\frac{2kq^2(r-a)}{mra}}$. $A_K = \frac{u_1}{3} = \frac{kq^2}{a}$