

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Научно-образовательная корпорация ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Направление подготовки 09.03.04 Программная инженерия

Отчёт по лабораторной работе №3

По дисциплине «Математическая статистика» (четвёртый семестр)
Проверка статистической гипотезы

Студент:

Дениченко Александр
Разинкин Александр
Соколов Анатолий

Практик:

Милованович Екатерина Воиславовна

Санкт-Петербург
2024 г.

Цель работы

На основании данных анализа двух выборок из нормально распределённых совокупностей. Проверить статистическую гипотезу предполагая при этом, что дисперсии их равны.

Данные

Выборка из генеральной совокупности X: 0.55 2.86 0.98 1.51 3.70 -0.31 3.83 3.69 2.63 -0.93 4.25

Выборка из генеральной совокупности Y: -0.31 -0.22 4.97 0.75 2.73 1.03 4.43 2.26 4.23 4.57 2.57 2.24 0.86

1 Решение

Объёмы выборок:

$$n_x = 11$$

$$n_y = 13$$

Оценки математических ожиданий:

$$\bar{m}_x = \frac{1}{n_x} \sum_{i=1}^{n_x} x_i \approx 2.069$$

$$\bar{m}_y = \frac{1}{n_y} \sum_{i=1}^{n_y} y_i \approx 2.316$$

Оценки дисперсии равны:

$$\bar{\sigma}_x^2 = \frac{1}{n_x - 1} \sum_{i=1}^{n_x} (x_i - \bar{m}_x)^2 \approx 3.255$$

$$\bar{\sigma}_y^2 = \frac{1}{n_y - 1} \sum_{i=1}^{n_y} (y_i - \bar{m}_y)^2 \approx 3.338$$

Выдвигаем нулевую гипотезу:

$$H_0 : M(X) = M(Y)$$

Выдвигаем альтернативную гипотезу:

$$H_1 : M(X) \neq M(Y)$$

Введём статистический критерий:

$$T = \frac{\bar{m}_y - \bar{m}_x}{\sqrt{(n_x - 1)\bar{\sigma}_x^2 + (n_y - 1)\bar{\sigma}_y^2}} \sqrt{\frac{n_x n_y (n_x + n_y - 2)}{n_x + n_y}}$$

Определим критическое значение для статистического критерия. Число степеней свободы:

$$n_x + n_y - 2 = 22$$

По таблице Стьюдента:

$$t_{\text{кр}} = t_{0.05;22} \approx 2.074$$

Получим допустимую область:

$$O = [-t_{\text{кр}}; t_{\text{кр}}] = [-2.074; 2.074]$$

Посчитаем значение статистического критерия для наших выборок:

$$T^* = \frac{2.316 - 2.069}{\sqrt{(11 - 1) \cdot 3.255 + (13 - 1) \cdot 3.338}} \sqrt{\frac{11 \cdot 13 \cdot (11 + 13 - 2)}{11 + 13}} \approx 0.33$$

$$T^* \in O \Rightarrow H_0 \text{ принимается}$$

Вывод

На основании данных анализа двух выборок из нормально распределённых совокупностей проверили статистическую гипотезу предполагая при этом, что их дисперсии равны.