

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Научно-образовательная корпорация ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники  
Направление подготовки 09.03.04 Программная инженерия

**Отчёт по лабораторной работе №3**  
По дисциплине «Базы данных» (второй семестр)

**Студент:**

Дениченко Александр Р3112

**Практик:**

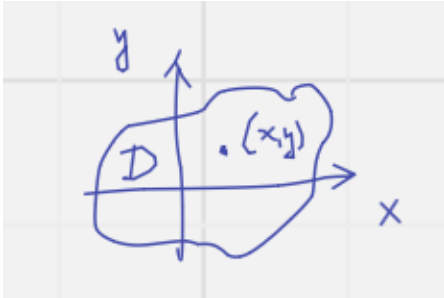
Лисицина В.В

Санкт-Петербург  
2023 г.

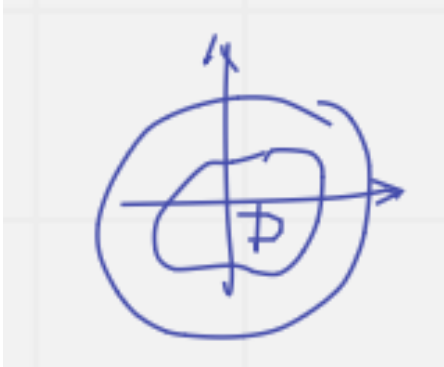
# 1 ФНП и скалярное поле

## П.1 Основные понятия

$\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \dots \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) : x_i \in \mathbb{R}, i = 1 \dots n\}$   
 $\mathbb{D} \in \mathbb{R}^n$   
 $n = 2(x, y)$



Ограниченность  $\mathbb{D}$  - ограничена, если существует  $M > 0$  Для любых  $(x, y) \in \mathbb{D} \sqrt{x^2 + y^2} \leq \delta(M, O) \leq M$



Внутренняя точка (IntD)  $M(x, y)$  - внутренняя, если существует  $\mathcal{E} > 0 : U_{\mathcal{E}}(M) \in D == \{(x', y') : \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2} < \mathcal{E}\}$



Граничная точка (знак частных производных) $\mathcal{D}$ :  $M(x, y)$  - граничная точка, если существует  $\mathcal{E} > 0 : U_{\mathcal{E}}(M) \cap \mathcal{D} \neq \emptyset$  and  $U_{\mathcal{E}}(M) \cap \bar{\mathcal{D}} \neq \emptyset$



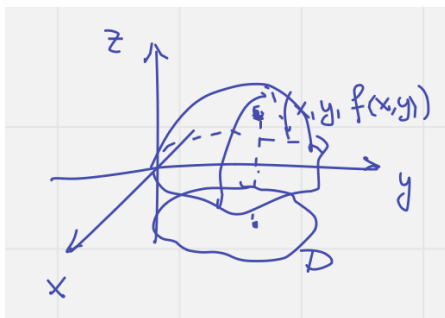
Изолированная точка: существует  $\mathcal{E} > 0 : U_{\mathcal{E}}(M) \cap D = \emptyset$



$\mathcal{F} : D \rightarrow \mathbb{R} \quad \forall (x, y) \in D \text{ and } \forall (x, y) \in D \Rightarrow !z \in \mathbb{R} : z = f(x, y)$

$D$  - область определения

$E$  - множество точек



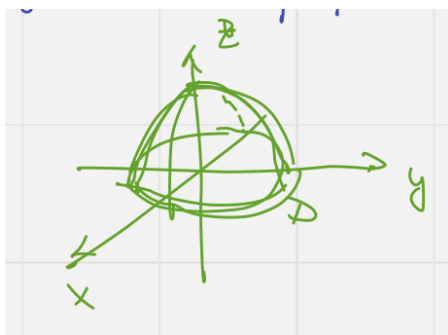
$\Gamma = \{(x, y, f(x, y)) : (x, y) \in D\}$  - график

Пример:  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$

$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ z \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$E = [0; 1]$

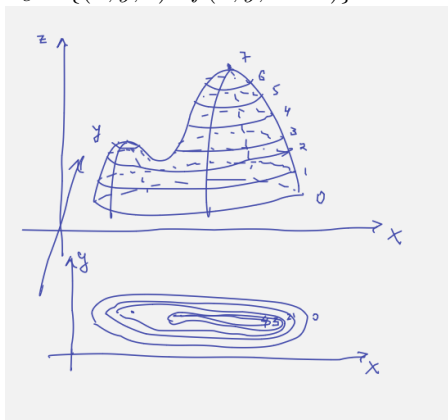


## П.2 Линии и поверхности уровня

$$n = 2 \quad f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$L_c = \{(x, y) : f(x, y) = c\}$$

$$S_c = \{(x, y, z) : f(x, y, z) = c\}$$



## п.3 Частное и полное приращение

$$f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}, \quad n=2$$

$$z = f(x, y)$$

$$\Delta z = f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y)$$

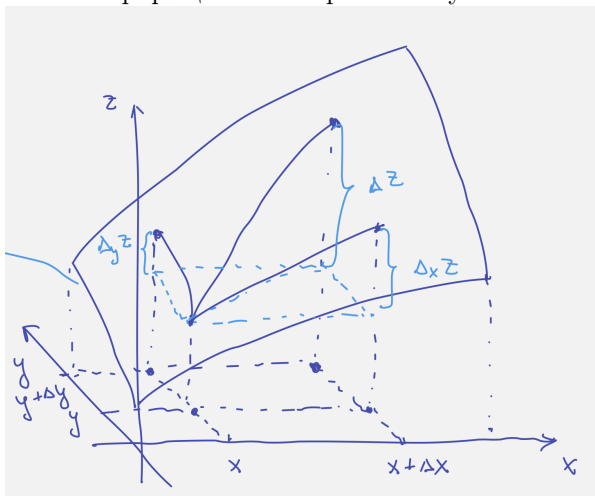
полное приращение

$$\Delta_x z = f(x + \Delta x, y) - f(x, y)$$

частное приращение по переменной x

$$\Delta_y z = f(x, y + \Delta y) - f(x, y)$$

частное приращение по переменной y



$$\Delta z = \Delta_x z + \Delta_y z$$

Пример:

$$S = xy$$

$$x=1 \quad \Delta x = 0,1$$

$$y=2 \quad \Delta y = 0,2$$

$$\Delta S = (x + \Delta x)(y + \Delta y) - xy = x\Delta y + y\Delta x + \Delta x\Delta y = 0,42$$

$$\Delta_x S + \Delta_y S = (x + \Delta x)y - xy + (y + \Delta y)x - xy = \Delta x \cdot y + \Delta y \cdot x$$

п.4 Предел и непрерывность

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta_\varepsilon > 0 : \forall x \in U_\delta(x_0) \cap \mathcal{D}_f \Rightarrow f(x) \in U_\varepsilon(A)$$

$$\lim_{M \rightarrow M_0} f(M) = A \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta_\varepsilon > 0 : \forall M \in U_\delta(M_0) \cap \mathcal{D}_f \Rightarrow f(M) \in U_\varepsilon(A)$$

$$M(x, y), M(x_1, y_1)$$

$$1) z = x^2 + y^2 \quad \mathcal{D} = \mathbb{R}^2 \quad \Delta z = (x_0 + \Delta x)^2 + (y_0 + \Delta y)^2 - x_0^2 - y_0^2 = 2x_0\Delta x + \Delta x^2 + 2y_0\Delta y + \Delta y^2 - (\Delta x > 0, \Delta y > 0) - > 0$$

z - непрерывная на  $\mathcal{D} = \mathbb{R}^2$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow 0} \left( \frac{2xy}{x^2 + y^2} \right) = |y = kx| = \lim_{(x,y) \rightarrow 0} \left( \frac{2xkx}{x^2 + (kx)^2} \right) = \frac{2k}{1+k^2}$$

