Лабораторная работа №3. Численное интегрирование

Цель работы: найти приближенное значение определенного интеграла с требуемой точностью различными численными методами.

№ варианта определяется как номер в списке группы согласно ИСУ.

Лабораторная работа состоит из двух частей: вычислительной и программной.

Обязательное задание (до 80 баллов)

Исходные данные:

1. Пользователь выбирает функцию, интеграл которой требуется вычислить (3-5 функций), из тех, которые предлагает программа.
2. Пределы интегрирования задаются пользователем.
3. Точность вычисления задается пользователем.
4. Начальное значение числа разбиения интервала интегрирования: n=4.
5. Ввод исходных данных осуществляется с клавиатуры.

Программная реализация задачи:

1. Реализовать в программе методы по выбору пользователя:
   - Метод прямоугольников (3 модификации: левые, правые, средние)
   - Метод трапеций
   - Метод Симпсона
2. Методы должны быть оформлены в виде отдельной(ого) функции/класса.
3. Вычисление значений функции оформить в виде отдельной(ого) функции/класса.
4. Для оценки погрешности и завершения вычислительного процесса использовать правило Рунге.
5. Предусмотреть вывод результатов: значение интеграла, число разбиения интервала интегрирования для достижения требуемой точности.

Вычислительная реализация задачи:

1. Вычислить интеграл, приведенный в таблице 1, точно.
2. Вычислить интеграл по формуле Ньютона – Котеса при $n = 6$.
3. Вычислить интеграл по формулам средних прямоугольников, трапеций и Симпсона при $n = 10$.
4. Сравнить результаты с точным значением интеграла.
5. Определить относительную погрешность вычислений для каждого метода.
6. В отчете ***отразить последовательные вычисления***.

Необязательное задание (до 20 баллов)

1. Установить сходимость рассматриваемых несобственных интегралов 2 рода (2-3 функции). Если интеграл - расходящийся, выводить сообщение: «Интеграл не существует».
2. Если интеграл сходящийся, реализовать в программе вычисление несобственных интегралов 2 рода (заданными численными методами).
3. Рассмотреть случаи, когда подынтегральная функция терпит бесконечный разрыв: 1) в точке a, 2) в точке b, 3) на отрезке интегрирования

Оформить отчет, который должен содержать:

1. Титульный лист.
2. Цель лабораторной работы.
3. Порядок выполнения работы.
4. Рабочие формулы методов.
5. Листинг программы.
6. Результаты выполнения программы.
7. Вычисление заданного интеграла.
8. Выводы

Таблица 1

Интеграл для вычислительной части лабораторной работы

Вариант	Интеграл для вычислений в отчете	Вари-ант	Интеграл для вычислений в отчете
1	$\int_{0}^{2}(-x^3-x^2-2x+1)dx$	15	$\int_{1}^{2}(5x^3-2\,x^2+3x-15)dx$
2	$\int_{-3}^{-1}(-3x^3-5x^2+4x-2)dx$	16	$\int_{2}^{4}(3x^3-4x^2+5x-16)dx$
3	$\int_{0}^{2}(-x^3-x^2+x+3)dx$	17	$\int_{1}^{2}(3x^3-4x^2+7x-17)dx$
4	$\int_{-3}^{-1}(-2x^3-4x^2+8x-4)dx$	18	$\int_{2}^{4}(x^3-5x^2+3x-16)dx$
5	$\int_{2}^{4}(-2x^3-3x^2+x+5)dx$	19	$\int_{2}^{4}(x^3-3x^2+6x-19)dx$
6	$\int_{1}^{2}(3x^3+5x^2+3x-6)dx$	20	$\int_{2}^{4}(4x^3-3x^2+5x-20)dx$
7	$\int_{0}^{2}(4x^3-5x^2+6x-7)dx$	21	$\int_{0}^{2}(2x^3-5x^2-3x+21)dx$
8	$\int_{2}^{3}(3x^3-2x^2-7x-8)dx$	22	$\int_{3}^{5}(2x^3-3x^2+4x-22)dx$
9	$\int_{1}^{2}(2x^3-3x^2+5x-9)dx$	23	$\int_{2}^{4}(-x^3-2x^2+3x+23)dx$
10	$\int_{2}^{4}(x^3-3x^2+7x-10)dx$	24	$\int_{3}^{5}(x^3-2x^2-5x+24)dx$
11	$\int_{1}^{3}(2x^3-9x^2-7x+11)dx$	25	$\int_{0}^{2}(2x^3-4x^2+6x-25)dx$
12	$\int_{1}^{2}(x^3+2x^2-3x-12)dx$	26	$\int_{2}^{4}(3x^3-2x^2+7x+26)dx$
13	$\int_{1}^{3}(-2x^3-5x^2+7x-13)dx$	27	$\int_{3}^{5}(2x^3-3x^2-5x+27)dx$
14	$\int_{2}^{4}(2x^3-2x^2+7x-14)dx$	28	$\int_{0}^{2}(x^3-3x^2+6x-28)dx$

Контрольные вопросы

1. В каких случаях применяется численное интегрирование?
2. На чем основано численное интегрирование?
3. Что такое квадратурные формулы?
4. Каким образом связана задача численного интегрирования и интерполяция?
5. Как оценивается погрешность квадратурной формулы?
6. Какие частные случаи формулы Ньютона-Котеса Вы знаете?
7. Как называется метод численного интегрирования, в котором подынтегральная функция заменяется полиномом нулевой степени?
8. В каком методе численного интегрирования подынтегральная функция заменяется квадратичным полиномом?
9. Чем отличается метод трапеций от метода Симпсона?
10. В чем суть метода средних прямоугольников?
11. Что представляет собой формула для вычисления интеграла методом трапеции?
12. Как определить число разбиений интервала интегрирования, используя неравенство для оценки абсолютной погрешности для метода трапеций?
13. Что такое правило Рунге?
14. Каким образом можно уменьшить погрешность решения при численном интегрировании?
15. Когда удобнее пользоваться квадратурной формулой Гаусса?