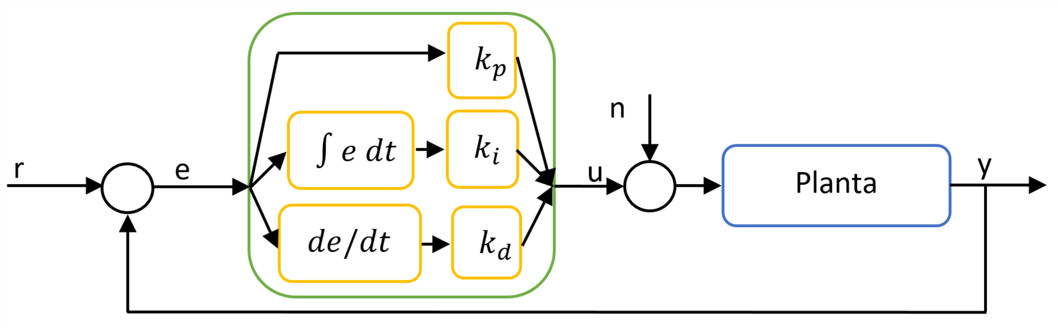
Clase 6 - Control PID

Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires
Laboratorio de Control Automático (86.22)
Dr. Ing. Claudio D. Pose

Definición

- El control PID es simplemente un caso particular de un controlador genérico diseñado por loop shaping.
- Es muy utilizado debido a que resuelve sin mucho esfuerzo ni conocimiento específico de la planta, una gran cantidad de problemas de control.
- Los diversos parámetros a ajustar tienen un significado físico intuitivo.

Modelo en bloques (forma paralela)



Formulación

Si bien no es un controlador propio, como las plantas a controlar tienen funciones estrictamente propias, el lazo L resulta propio.

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$

$$C(s) = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s}$$

$$C(s) = k_d \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{s} \quad z_{1,2} = -\frac{k_p}{2} \pm \frac{\sqrt{k_p^2 - 4 k_d k_i}}{2 k_d}$$

Efecto de cada parámetro - Proporcional

- Un control únicamente proporcional tiene efectos similares al ajuste de ganancia del lazo.
- Un valor mayor aumenta la respuesta de control ante un error de la misma magnitud.
- Además, disminuye el error en estado estacionario al escalón.
- Hace al sistema más rápido, a costa de un mayor esfuerzo de control y menor estabilidad.

Efecto de cada parámetro - Integral

- Inyecta un polo en cero en el controlador, permitiendo error nulo al escalón.
- Genera una acción de control proporcional al error acumulado.
- Incrementa el tiempo de establecimiento.
- Hace al sistema más rápido, a costa de un mayor esfuerzo de control y menor estabilidad.

Efecto de cada parámetro - Derivativo

- Impone una acción de control contraria al sentido de evolución deseado del sistema, proporcional a la velocidad de cambio del error.
- Mejora el overshoot y el tiempo de establecimiento.
- Inicialmente, mejora la estabilidad del sistema.
- Es un parámetro extremadamente sensible al ruido de medición.

Efecto de cada parámetro

Parámetro	Estabilidad	T. crec.	Sobrepico	T. Estab.	Error EE
k_p	Peor	Menor	Mayor	Ligero cambio	Menor
k_i	Peor	Menor	Mayor	Mayor	Cero
k_d	Ligera mejora	Ligero mayor	Menor	Menor	Sin cambio

Efectos de incrementar cada parámetro.

Implementaciones digitales

- De acuerdo al método que se utilice, existen diferentes implementaciones de un controlador PID en un sistema digital.
- Cada método tiene las mismas ventajas y desventajas presentadas anteriormente.
- El controlador establece la relación entre el error y la acción de control, se desea calcular cual es la acción de control en base a los errores y acciones de control pasadas.

Implementación - Forward difference

$$s = \frac{z-1}{T}$$

$$\frac{u_k}{e_k} = \frac{k_d(\frac{z-1}{T})^2 + k_p\frac{z-1}{T} + k_i}{\frac{z-1}{T}}\frac{T}{T} = \frac{k_d\frac{z^2-2z+1}{T} + k_p(z-1) + k_i T}{z-1}$$

$$u_k z - u_k = k_d\frac{z^2-2z+1}{T}e_k + k_p(z-1)e_k + k_i T e_k$$

$$u_k - u_k z^{-1} = k_d\frac{z-2+z^{-1}}{T}e_k + k_p(1-z^{-1})e_k + k_i T z^{-1} e_k$$

No es posible implementar un PID por este método dado que resulta en un sistema no causal.

Implementación - Backwards difference proporcional

$$s = \frac{z-1}{Tz}$$

$$\frac{u_k}{e_k} = k_p$$

$$u_k = k_p e_k$$

Implementación - Backwards difference integral

$$
\begin{aligned}
s &= \frac{z-1}{Tz} \\
\frac{u_k}{e_k} &= \frac{Tz}{z-1}\frac{z^{-1}}{z^{-1}} = \frac{T}{1-z^{-1}} \\
u_k - u_{k-1} &= Te_k \\
u_k &= Te_k + u_{k-1} = Te_k + Te_{k-1} + u_{k-2} \\
u_k &= T\sum_{i=0}^{k} e_i = T\sum_{i=0}^{k-1} e_i + Te_k \\
u_k &= e_{k-1}^{acum} + Te_k
\end{aligned}
$$

Implementación - Backwards difference derivativo

$$
\begin{aligned}
s &= \frac{z-1}{Tz} \\
\frac{u_k}{e_k} &= \frac{z-1}{Tz}\frac{z^{-1}}{z^{-1}} = \frac{1-z^{-1}}{T} \\
u_k &= \frac{(e_k - e_{k-1})}{T}
\end{aligned}
$$

Implementación - Backwards difference completo

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$

$$C(z) = k_p + k_i \frac{T}{1 - z^{-1}} + k_d \frac{1 - z^{-1}}{T}$$

$$u_k = k_p e_k + k_i (e_{k-1}^{acum} + T e_k) + k_d \frac{(e_k - e_{k-1})}{T}$$

Fácil e intuitivo de implementar, pero el backwards difference no permite controladores muy rápidos.

Implementación - Bilineal integral

$$
\begin{aligned}
s &= \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1} \\
\frac{u_k}{e_k} &= \frac{T}{2}\frac{z+1}{z-1}\frac{z^{-1}}{z^{-1}} = \frac{T}{2}\frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \\
u_k - u_{k-1} &= \frac{T}{2}e_k + \frac{T}{2}e_{k-1} \\
u_k &= \frac{T}{2}e_k + \frac{T}{2}e_{k-1} + u_{k-1} = \frac{T}{2}e_k + \frac{T}{2}e_{k-1} + \frac{T}{2}e_{k-1} + \frac{T}{2}e_{k-2} + u_{k-2} \\
u_k &= \frac{T}{2}e_k + Te_{k-1} + \frac{T}{2}e_{k-2} + u_{k-2} \\
u_k &= I_{k-1} + \frac{T}{2}e_k + \frac{T}{2}e_{k-1}
\end{aligned}
$$

Implementación - Bilineal derivativo

$$s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$$

$$\frac{u_k}{e_k} = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}\frac{z^{-1}}{z^{-1}} = \frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

$$u_k + u_{k-1} = \frac{2}{T}(e_k - e_{k-1})$$

$$u_k = \frac{2}{T}(e_k - e_{k-1}) - D_{k-1}$$

Implementación - Bilineal completo

$$u_k = k_p e_k + k_i(I_{k-1} + \frac{T}{2}e_k + \frac{T}{2}e_{k-1}) + k_d(2\frac{e_k - e_{k-1}}{T} - D_{k-1})$$

$$I_k = I_{k-1} + \frac{T}{2}e_k + \frac{T}{2}e_{k-1}$$

$$D_k = 2\frac{e_k - e_{k-1}}{T} - D_{k-1}$$

Ajuste PID empírico

- Existen varios métodos de ajuste de PID empíricos, que no requieren de conocimiento de la planta.
- Se basan en ciertas reglas, que derivan en un conjunto de valores para los parámetros.
- El más utilizado es el método de Ziegler-Nichols.

Ajuste PID manual

- Se comienza con $k_i = 0$ y $k_d = 0$. Se aumenta k_p hasta que la salida oscile, y luego se disminuye ese valor a la mitad.
- Con ese valor de k_p seteado, se aumenta k_i hasta que el error de estado estacionario sea nulo pero no se deteriore demasiado para la aplicación deseada.
- Por último, se somete la planta a perturbaciones y se aumenta el valor de k_d hasta que el rechazo de perturbaciones sea lo suficientemente rápido.

Ajuste PID Ziegler-Nichols

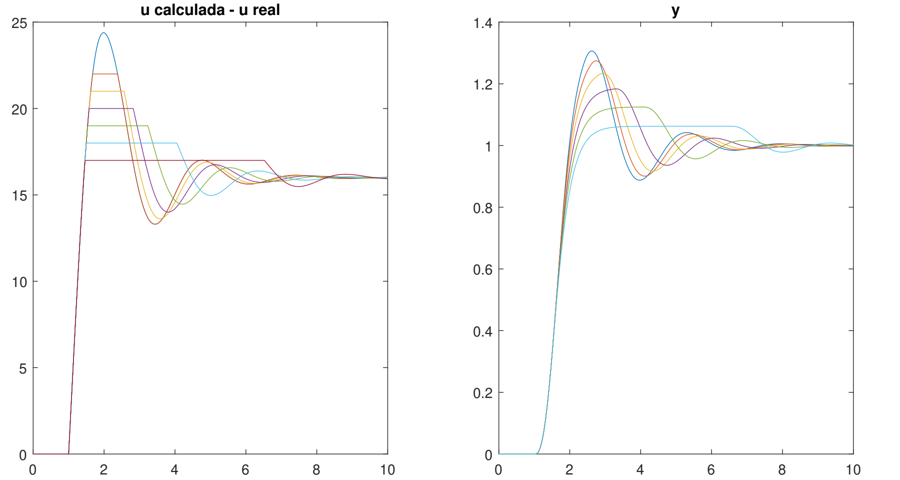
Se comienza con $k_i = 0$ y $k_d = 0$. Se aumenta k_p hasta que la salida oscile. Se toma nota del valor de oscilación $k_o = k_p$ y del período de oscilación T_o. Luego, los parámetros del controlador se calculan de la siguiente manera:

Parámetro	k_p	k_i	k_d
P	$0.5k_o$	-	-
PI	$0.45k_o$	$0.54k_o/T_o$	-
PID	$0.6k_o$	$1.2k_o/T_o$	$3k_oT_o/40$

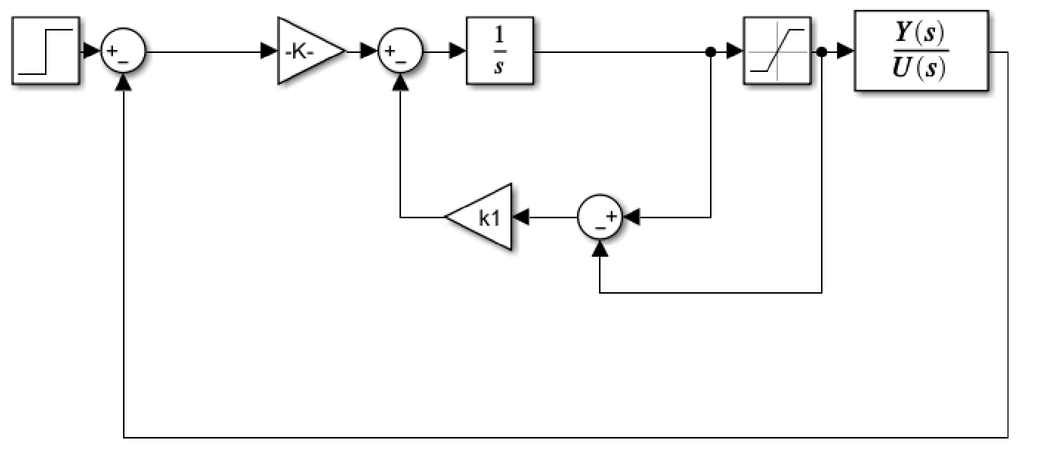
Anti-windup

- Por acción del control integral, mientras haya error con un mismo signo, el término integral seguirá creciendo, y con él la acción de control.
- Sin embargo, en una aplicación real, los límites del actuador podrían ser alcanzados.
- Esto lleva a una situación donde, por más que la acción de control real (saturada) sea máxima, la acción de control calculada siga creciendo sin sentido.
- Además, cuando el error por fin cambie de signo, la acción de control real no disminuirá, ya que la calculada seguirá siendo mayor al valor de saturación.

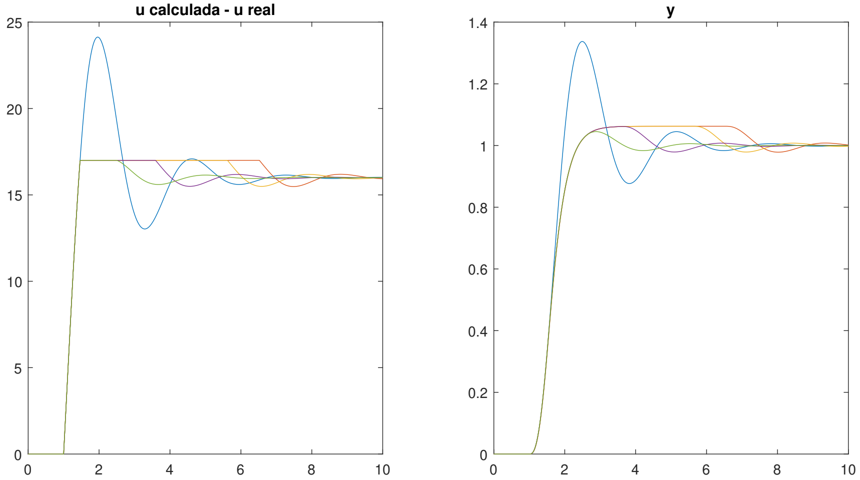
Anti-windup


u calculada - u real
25
20
15
10
5
0
0
2
4
6
8
10
y
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
2
4
6
8
10

Anti-windup



Anti-windup


u calculada - u real
25
20
15
10
5
0
0
2
4
6
8
10
y
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
2
4
6
8
10