Filtros multirate (parte 1)

Procesamiento de señales

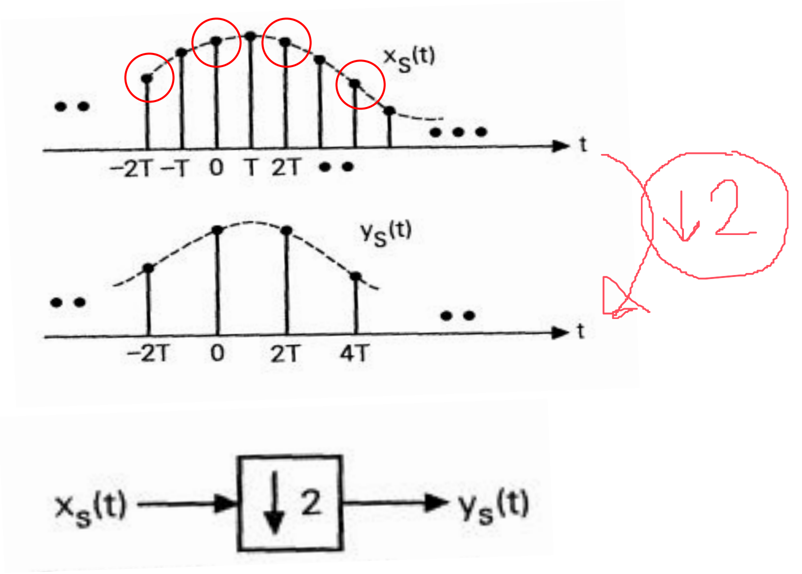
FACULTAD DE INGENIERÍA

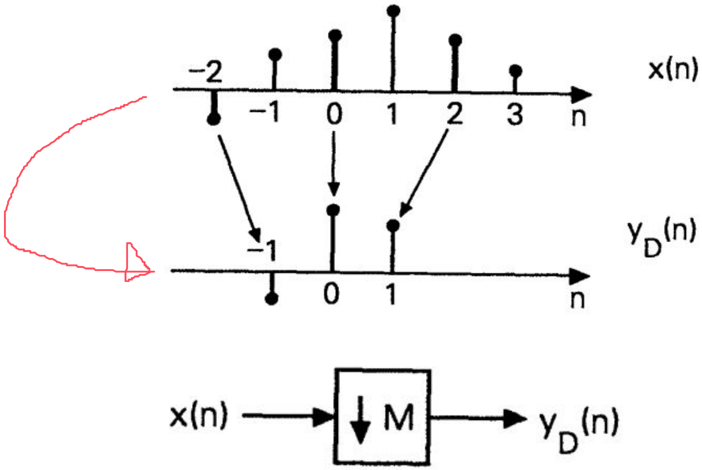
Ing. Débora P. Copa ● Dra. Cecilia G. Galarza
IIBM LPSC

Repaso
Decimación / expansión

Repaso
Decimación

Sistema lineal **variante** en el tiempo

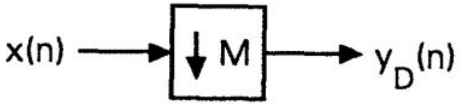




$$y_D(n) = x(Mn)$$

comprimo
en tiempo

Repaso
Decimación

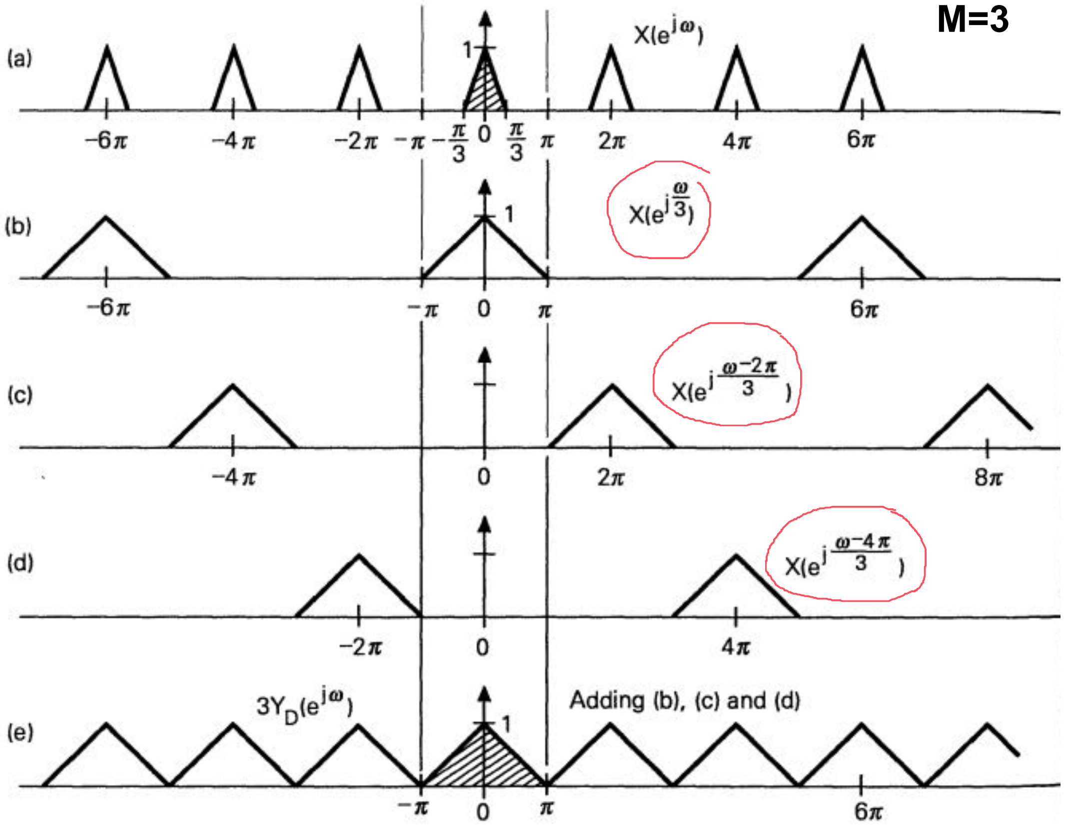


$$Y_D(z) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} X(z^{\frac{1}{M}}W^k) \qquad W = e^{-j\frac{2\pi}{M}}$$

$$Y_D(e^{j\omega}) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} X(e^{j\frac{\omega-2\pi k}{M}})$$

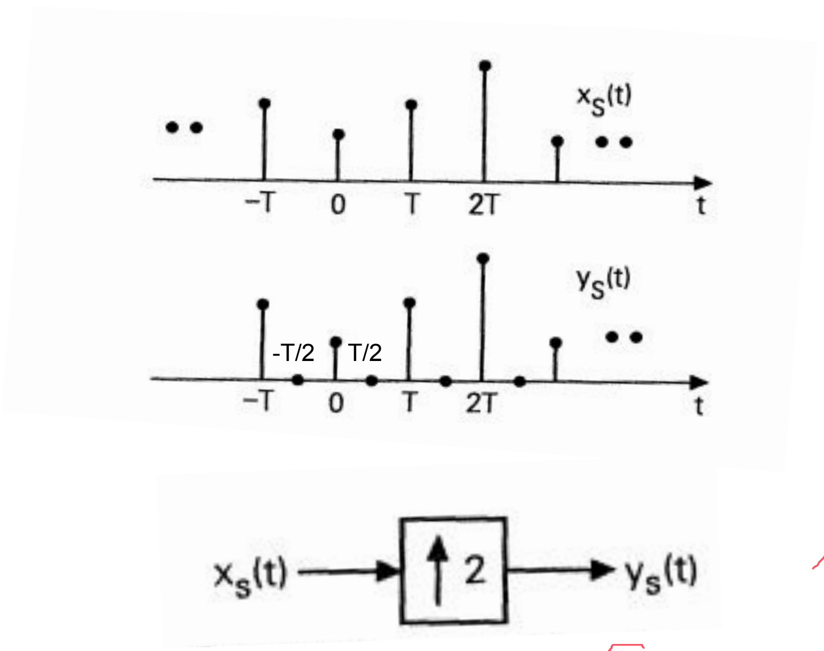
$$Y_D(e^{j\omega}) = \frac{1}{3}\left(X(e^{j\frac{\omega}{3}}) + X(e^{j\frac{\omega-2\pi}{3}}) + X(e^{j\frac{\omega-4\pi}{3}})\right)$$

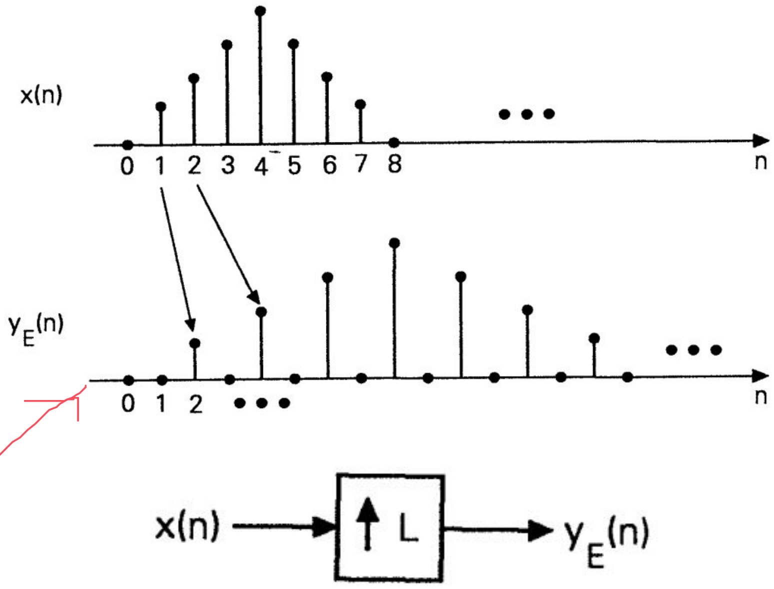
M=3



Repaso
Expansión

Sistema lineal **variante** en el tiempo

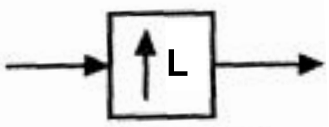




Se expande

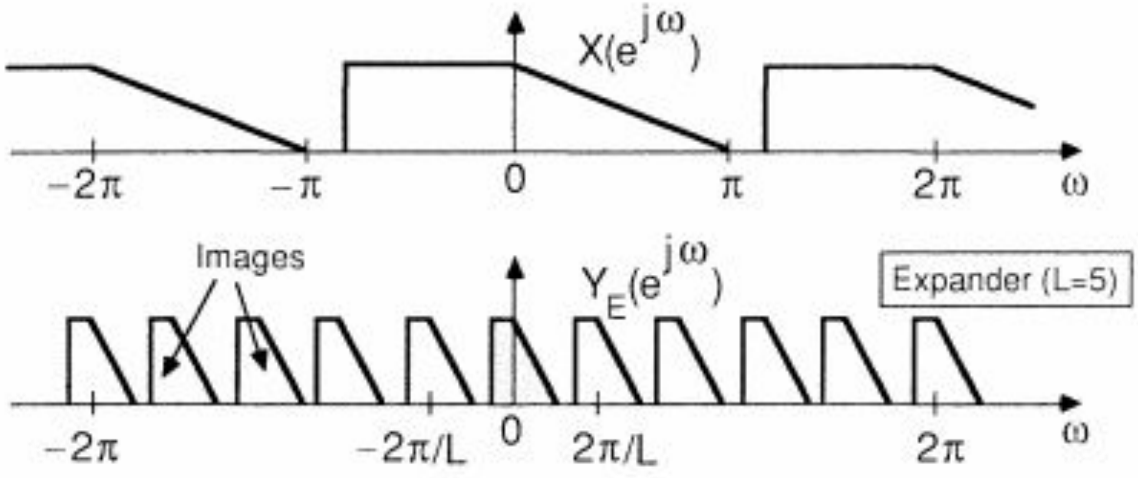
$$y_E(n) = \begin{cases} x(n/L), & \text{if } n \text{ is integer-multiple of } L \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Repaso
Expansión



$$Y_E(z) = X(z^L)$$

$$Y_E(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega L})$$



Se comprime

- ➔ incremento en $fs^{(up)}$ = L fs, aparecen L-1 muestras nuevas
- ➔ efecto de aparición de imágenes (compresión del eje) entonces no hay pérdida de información

Energía

Actividad 1 - Decimación

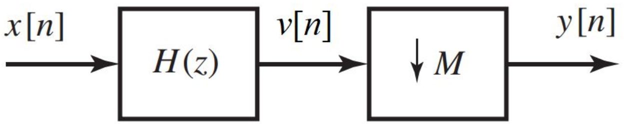
Actividad 1

Filtros multirate

Se desea decimar una señal $x[n]$ por un factor de M=5. En el campus puede encontrar esta señal en el archivo **`'x_input.mat'`**.

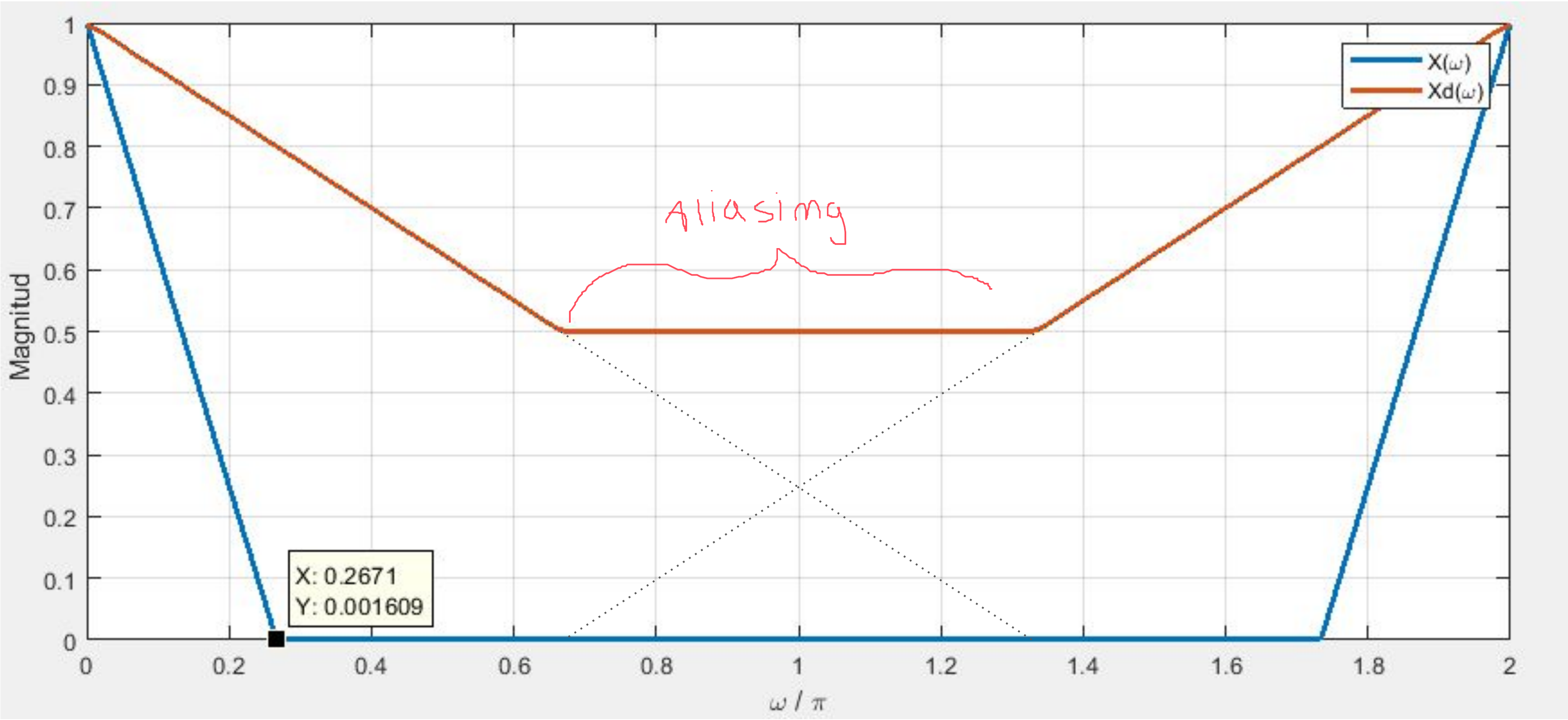
a) Realice el submuestreo directo de la señal $x[n]$ y grafique su espectro junto al de la entrada (en el intervalo $[0,2\pi)$). Se recomienda normalizar la amplitud de cada espectro para poder compararlos. ¿Por cuánto se escala el espectro de la señal submuestreada? ¿Podría recuperarse la señal original?

b) Implemente un filtro FIR $H(z)$ de acuerdo al esquema de la Figura con un diseño adecuado para evitar el efecto aliasing. ¿Qué frecuencia de corte elegiría? Utilice un filtro FLG óptimo (LS) con $\delta_S=\delta_p=0.01$ y $\Delta\omega=0.01\pi$. Obtenga $y[n]$ a la salida y grafique su espectro junto al de $x[n]$ y $v[n]$. Por otro lado, grafique los espectros de la señal $y[n]$ con y sin el filtro implementado. Observe los resultados y analice la necesidad de utilizar el esquema de la Figura.

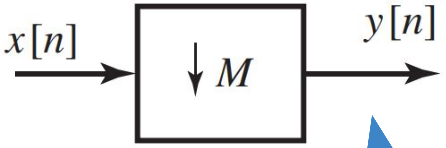


Actividad 1

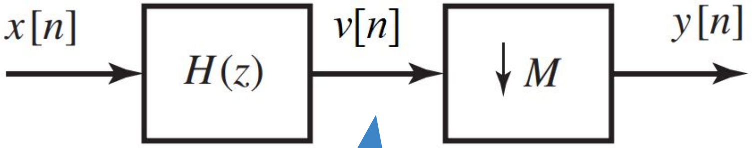
Filtros multirate: Submuestreo



Actividad 1
Filtros multirate: Submuestreo



que ocurre a la salida?



para qué agregamos un filtro?

Actividad 1
Filtros multirate: Submuestreo

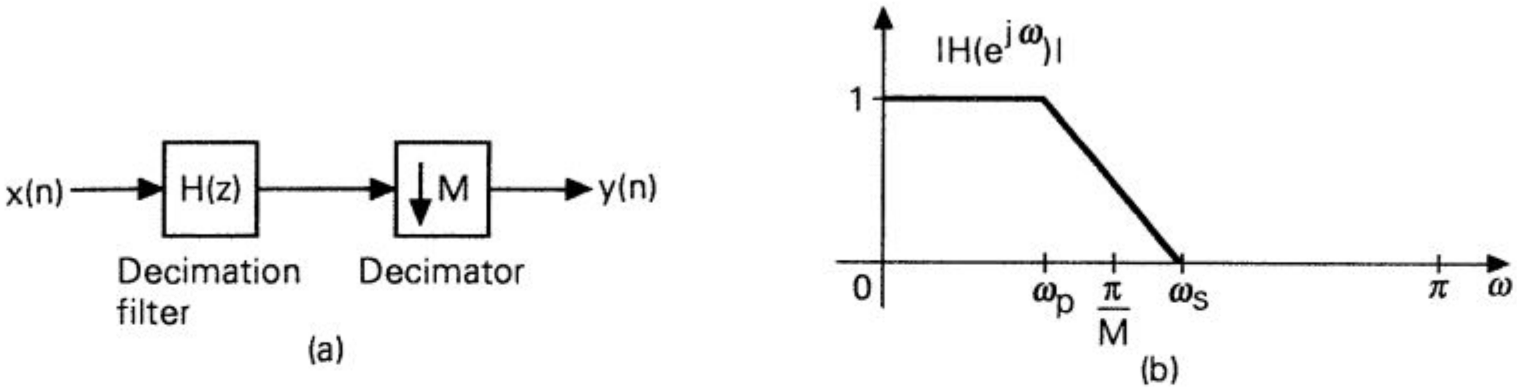
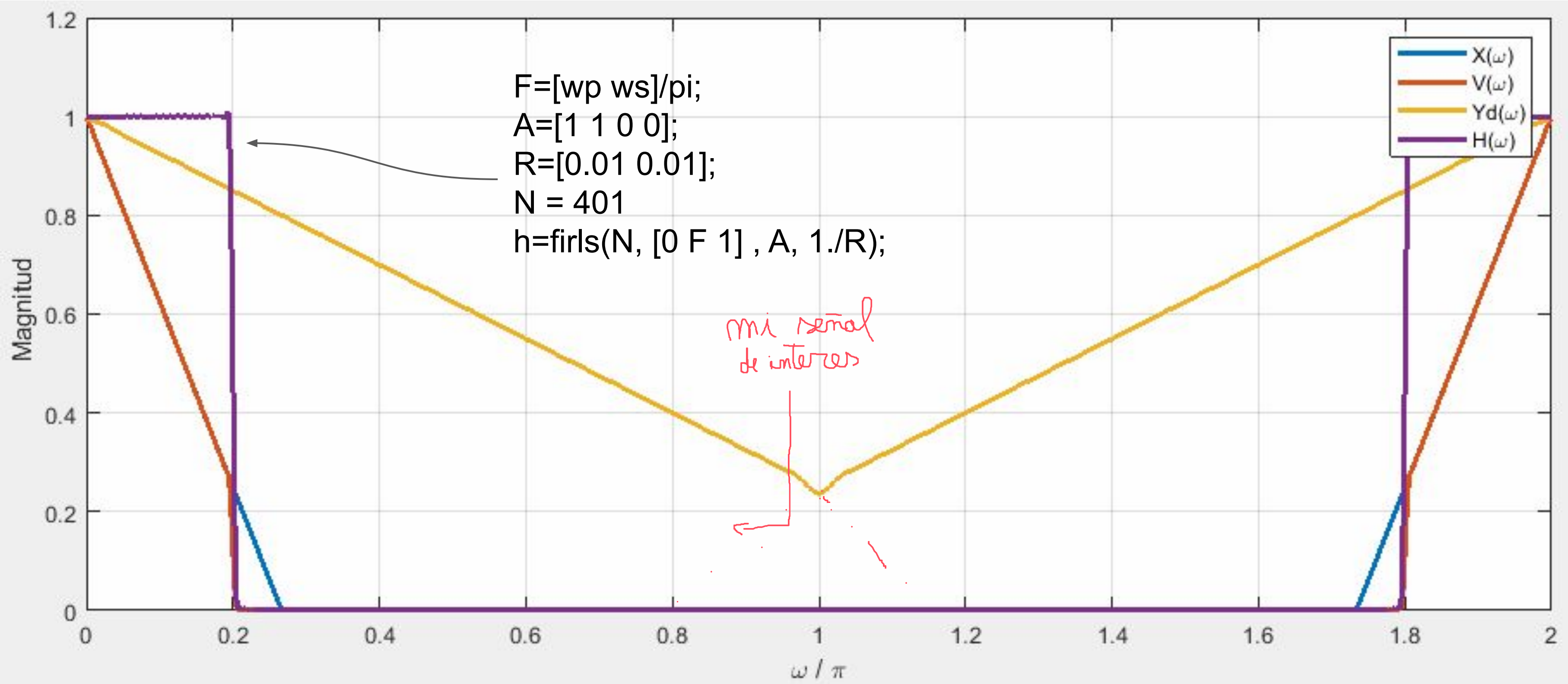


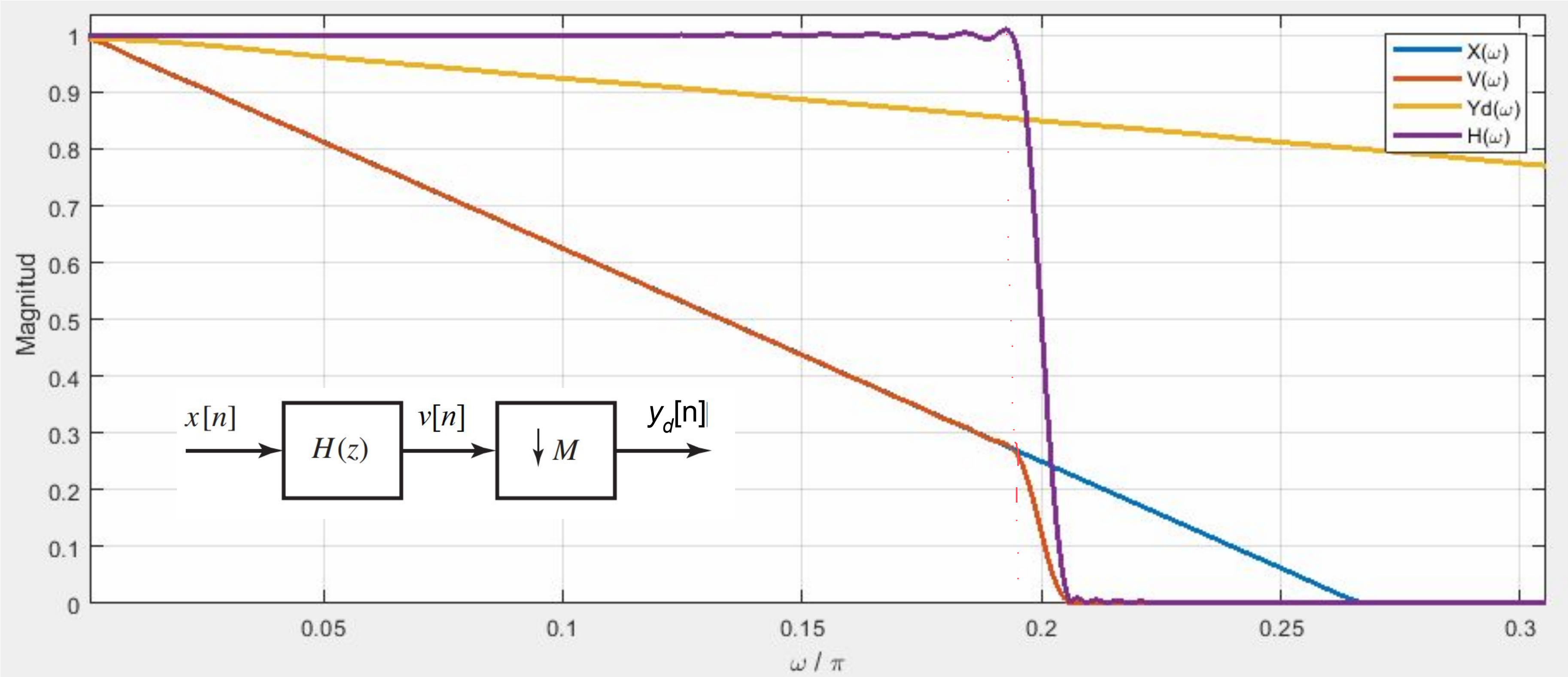
Figure 4.1-7 (a) The complete decimation circuit, and (b) typical response of the decimation filter.

Actividad 1

Filtros multirate: Submuestreo



Actividad 1
Filtros multirate: Submuestreo



Actividad 2 - Sobremuestreo e interpolación

Actividad 2

Sobremuestreo e interpolación

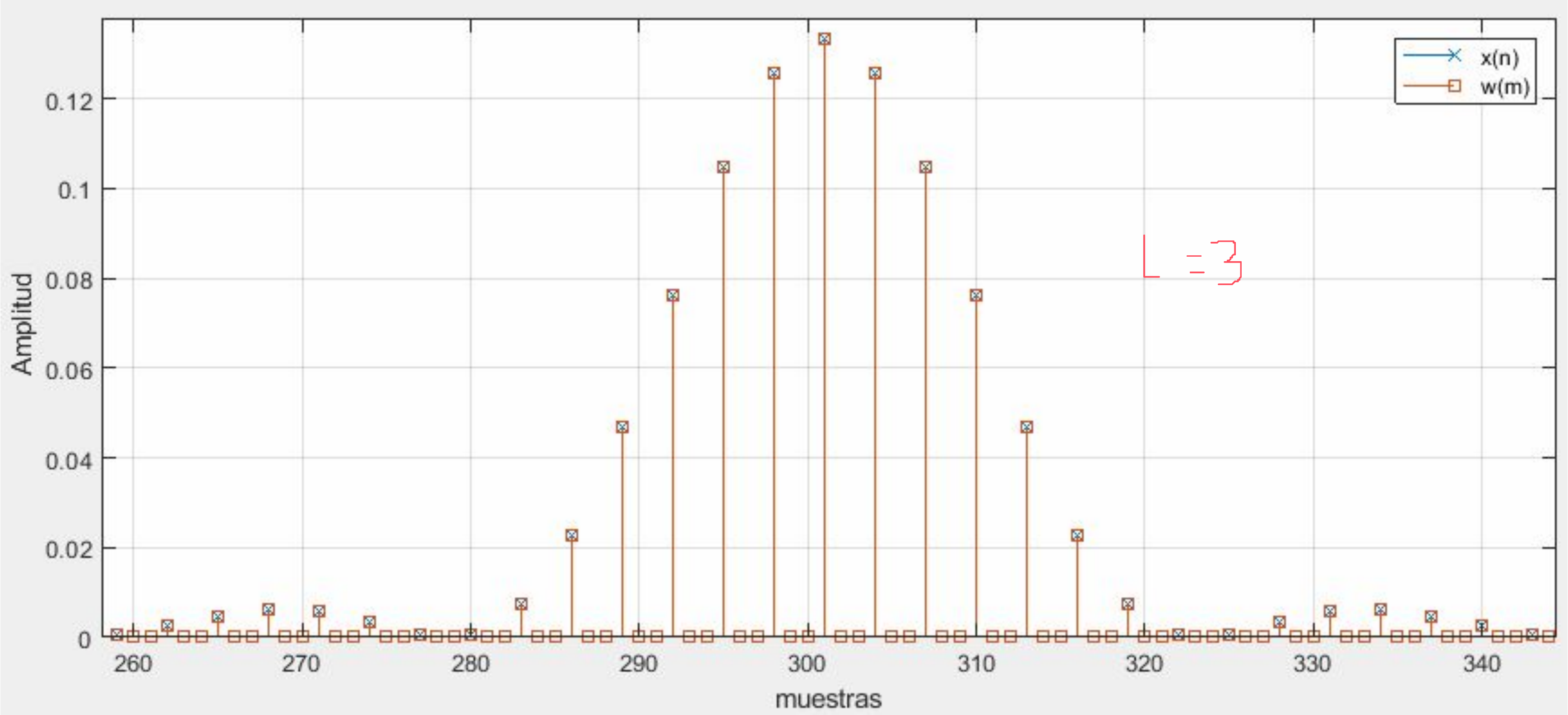
Se desea realizar la interpolación de una señal $x[n]$ por un factor de L=3. Utilice la misma señal de entrada del Ejercicio 1.

a) Realice el sobremuestreo de $x[n]$ (puede utilizar la función **`upsample(x,L)`**) y observe su respuesta temporal mediante stem(). Grafique simultáneamente los espectros de $x[n]$ y $w[n]$. ¿En cuánto se redujo el ancho de banda de la señal luego de la expansión temporal?.

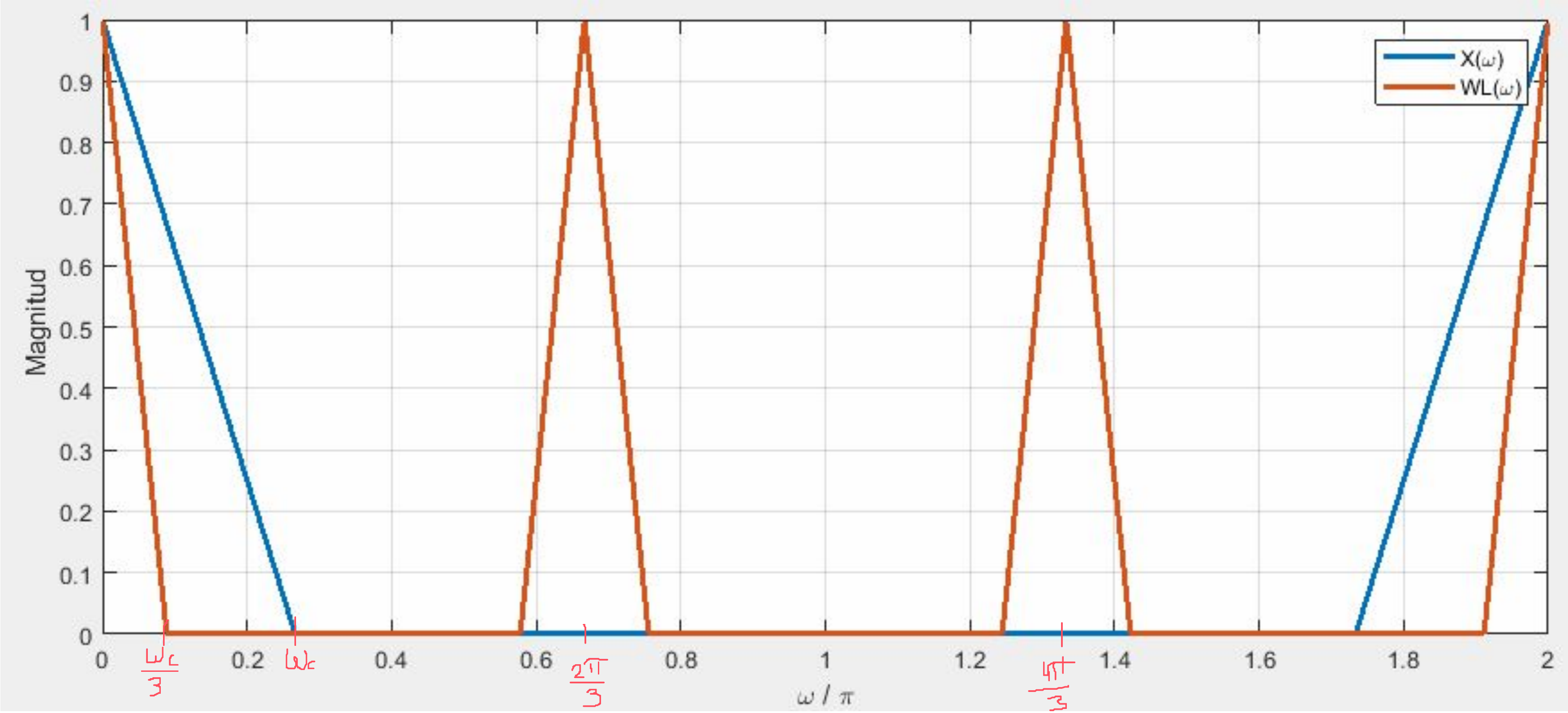
b) De acuerdo al esquema de la Figura, implemente un filtro FIR $H(z)$, con mismos parámetros que el ejercicio anterior, pero con frecuencias adecuadas para realizar el interpolado. Obtenga $y[n]$ y grafique su espectro junto al de $x[n]$ y $w[n]$. Por otro lado, grafique con stem(), $w[n]$ e $y[n]$ en el tiempo y verifique el interpolado. ¿Es necesario escalar la secuencia de salida $y[n]$?.

Actividad 2

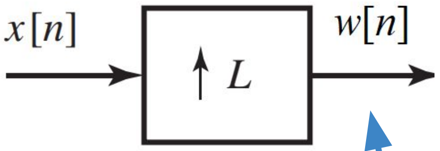
Sobremuestreo e interpolación



Actividad 2
Sobremuestreo e interpolación

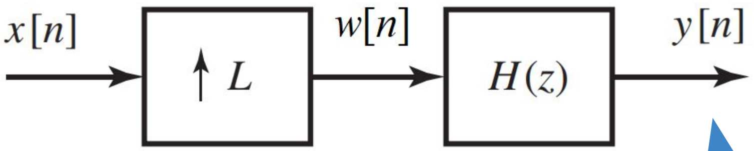


Actividad 2
Sobremuestreo e interpolación



que ocurre a
la salida?

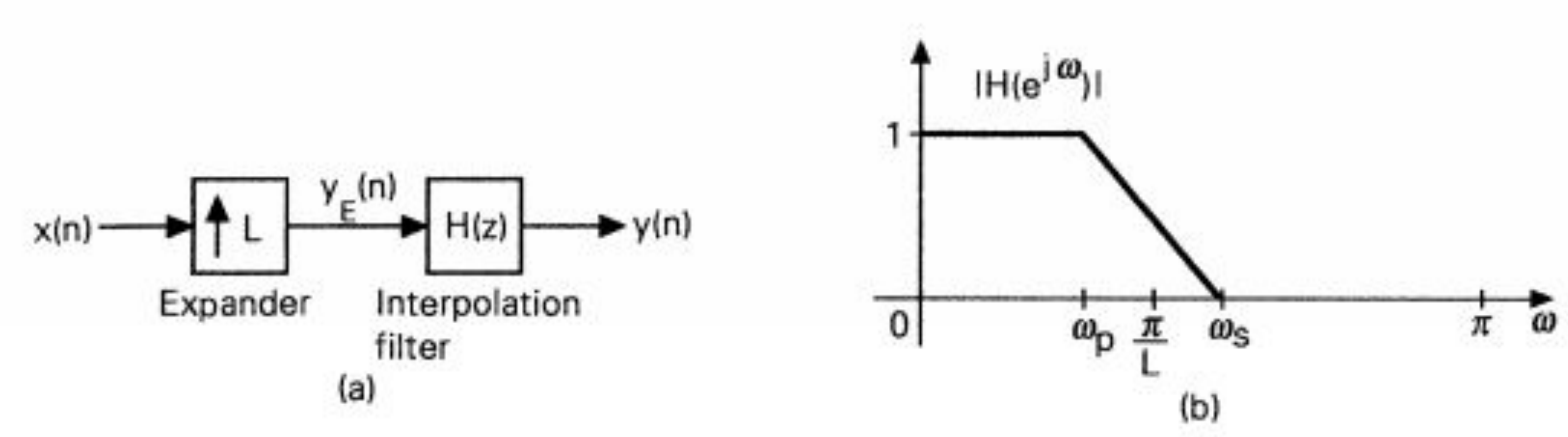
los alias aparecen
despues del interpolado.



para qué
agregamos
un filtro?

Actividad 2

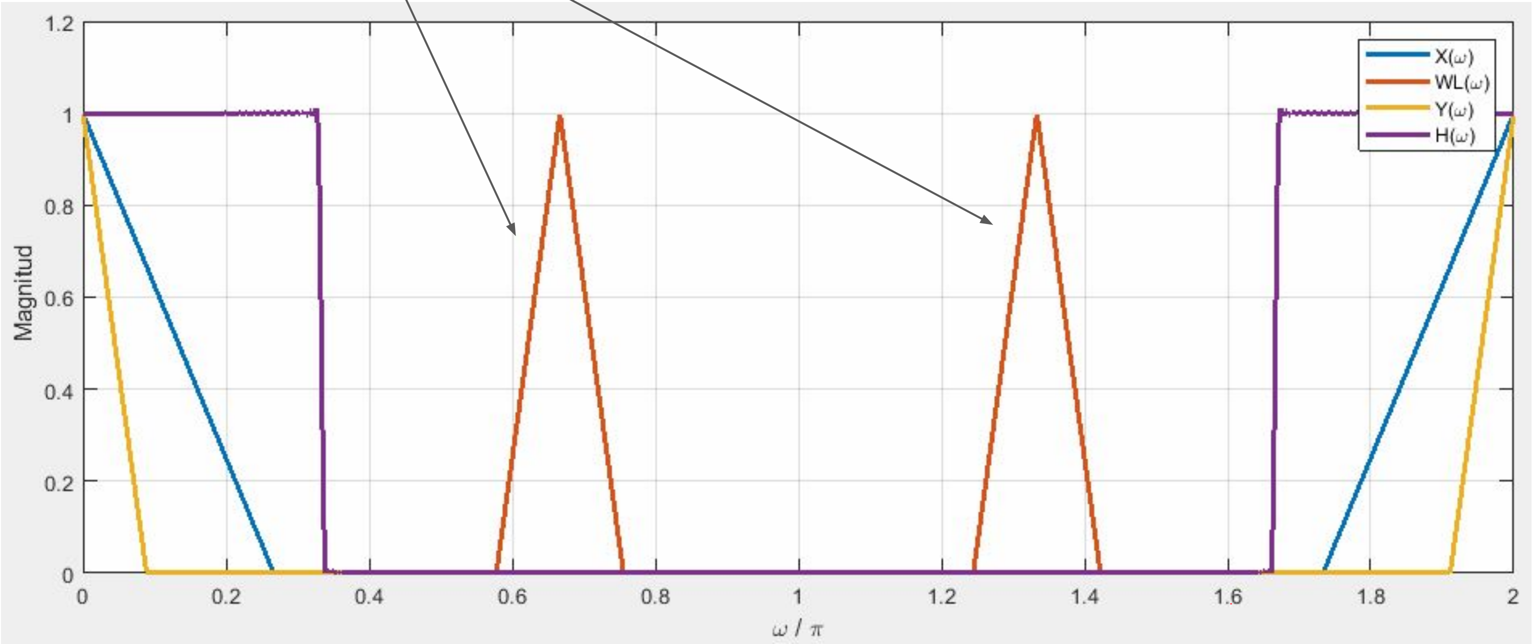
Sobremuestreo e interpolación



Actividad 2

Sobremuestreo e interpolación

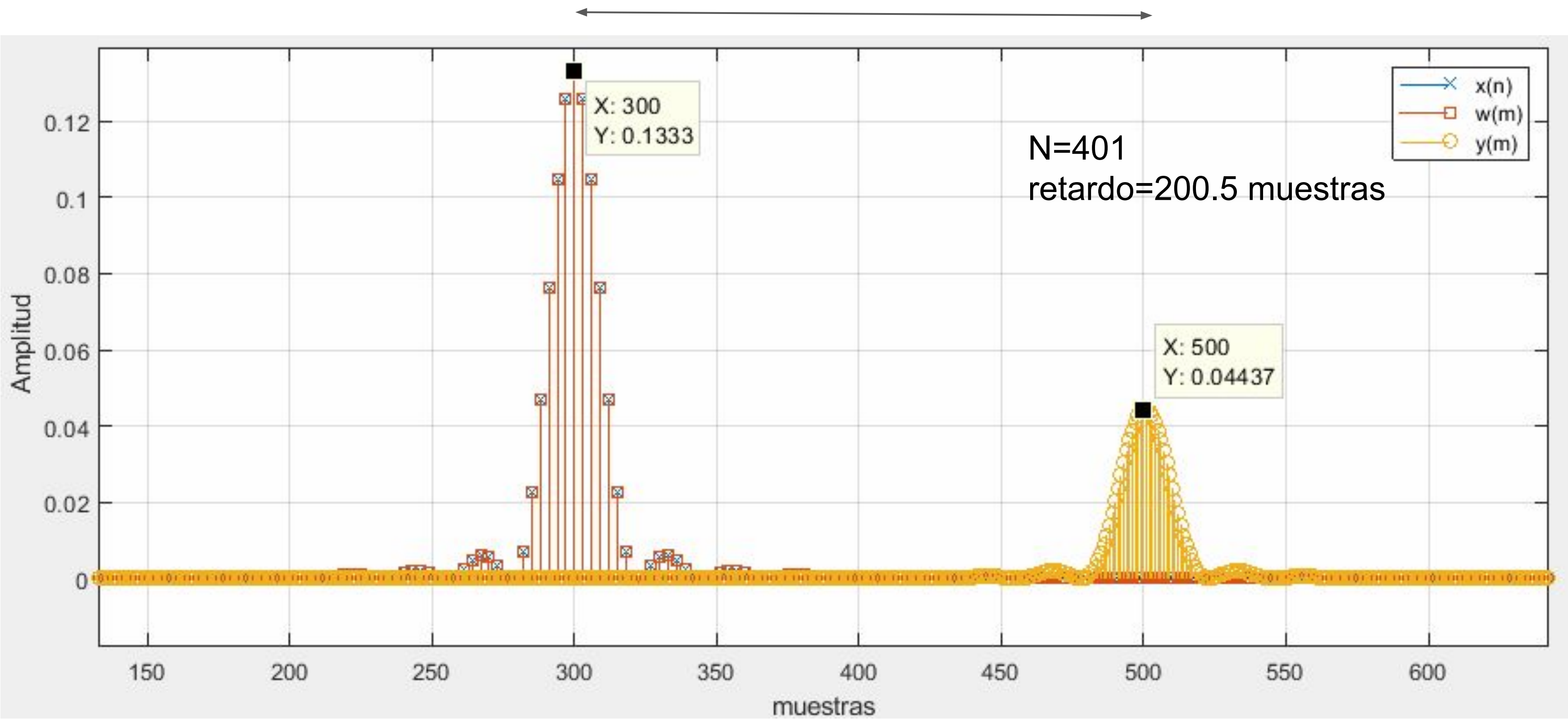
L-1 imágenes



Actividad 2

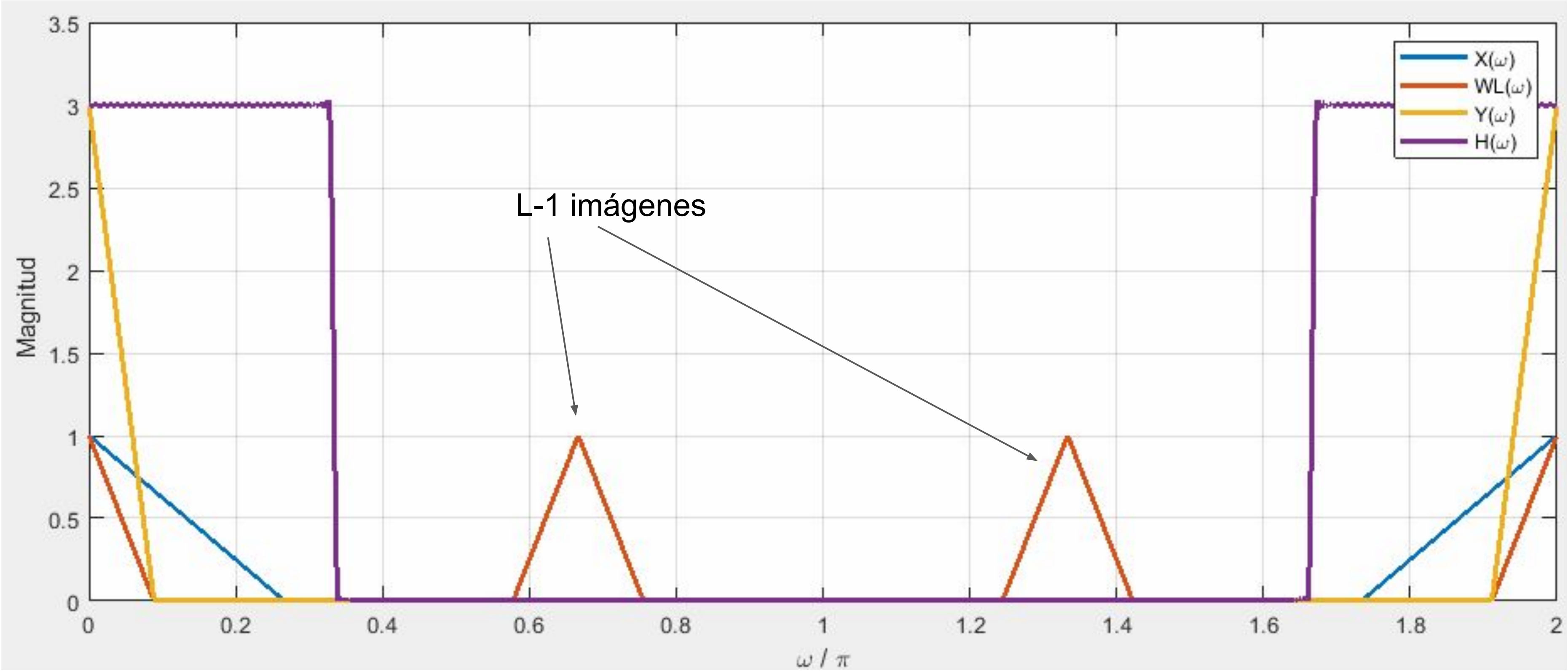
Sobremuestreo e interpolación

m = 200,5 muestras



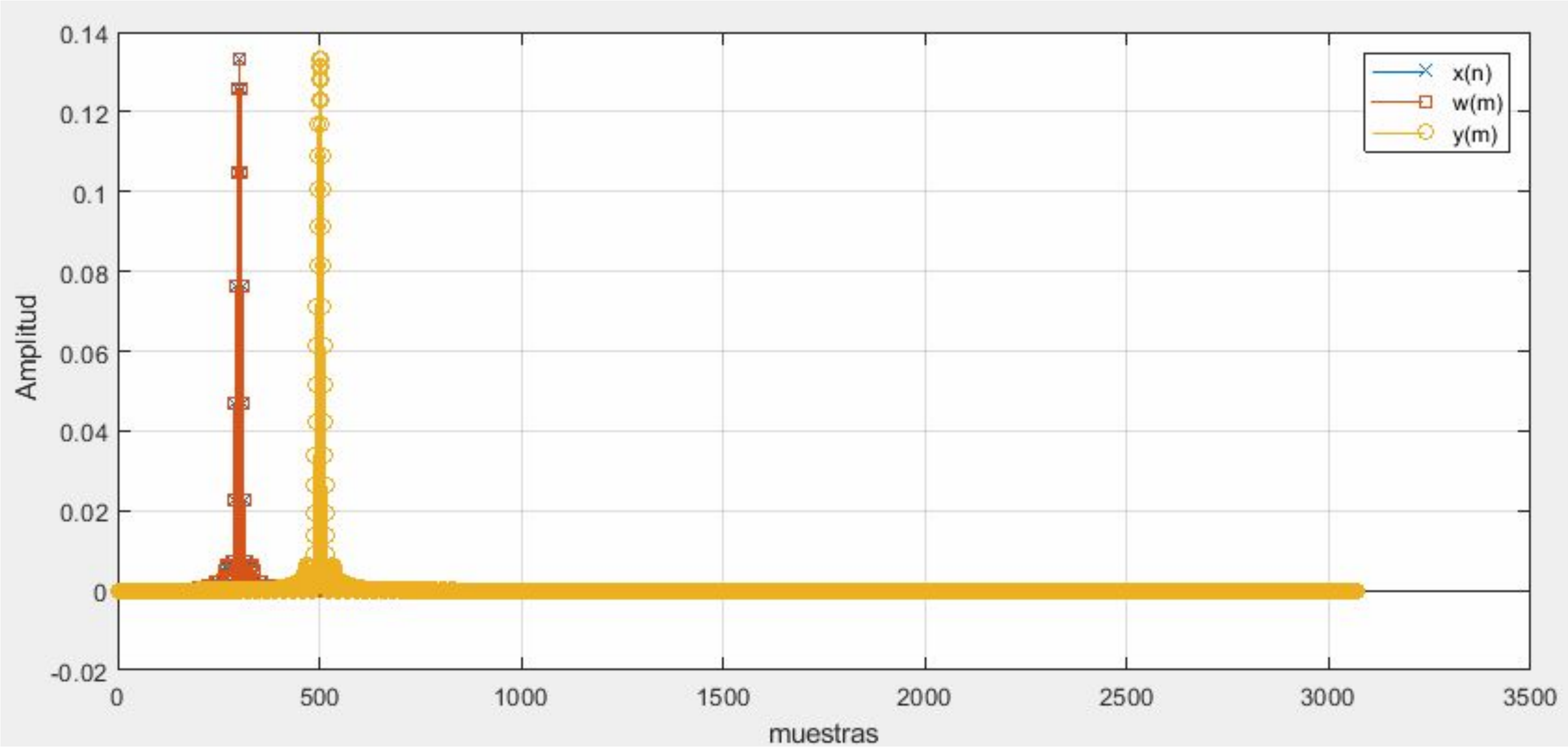
Actividad 2

Sobremuestreo e interpolación

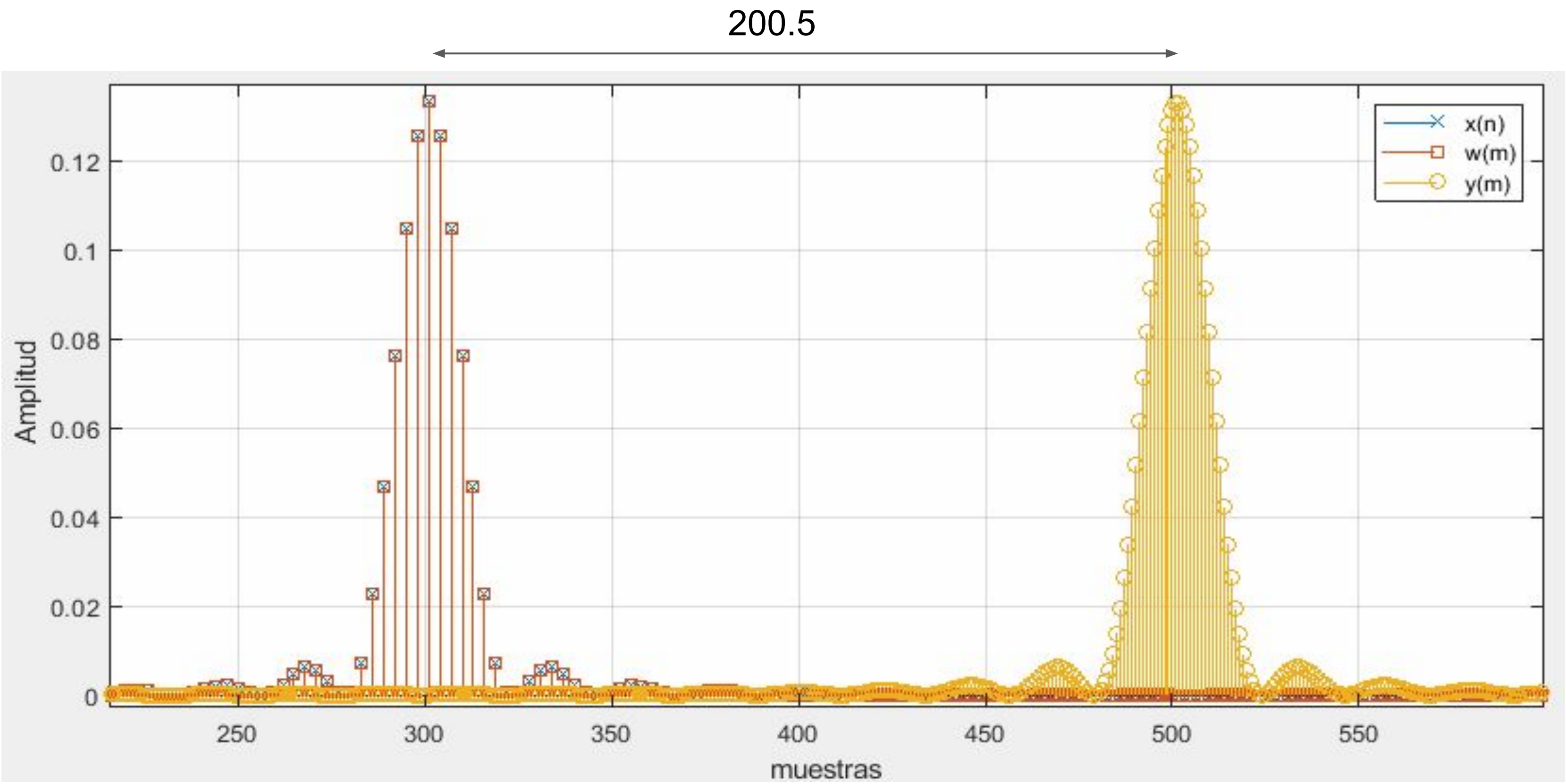


Actividad 2

Sobremuestreo e interpolación



Actividad 2
Sobremuestreo e interpolación



Actividad 3 - Tasa de muestreo fraccional

Actividad 3
Tasa de muestreo fraccional

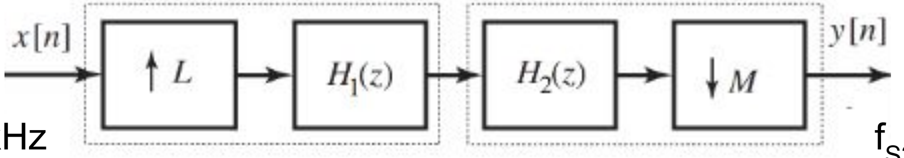
Un sistema debe procesar una señal digital x[n] muestreada a 12 kHz, pero dado que el sistema posee solo un conversor D/A de 28 kHz para reconstruir la señal, se requiere implementar una etapa de remuestreo para permitir la compatibilidad con el sistema (ver Figura).

a) Determine los factores *L* y *M* tal que se cumpla con el requerimiento de muestreo en la señal de salida *y*[n].

b) Considerando las mismas tolerancias del ejercicio 1 y 2, determine las frecuencias de corte de los filtros de interpolación y antialiasing. Implemente el filtro que considere apropiado. ¿Qué retardo produce el sistema a la salida?.

c) Utilice la señal del Ejercicio 1 como entrada *x*[*n*] suponiendo que proviene de un muestreo a f_{s1}=12 kHz y aplíquela como entrada al sistema de remuestreo. Compare *x*[*n*] con *y*[*n*] (tenga en cuenta el retardo introducido por el sistema y utilice el eje de tiempo en segundos).

f_{S1} = 12 kHz



f_{S2} = 28 kHz

Actividad 3
Tasa de muestreo fraccional

L, M ?

f_{S1}= 12 kHz

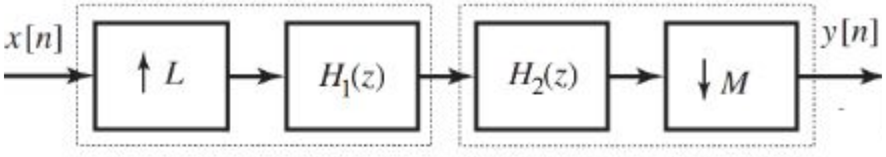
2.333...

f_{S2}= 28 kHz

T_{S1}

$T_{SL} = T_{S1} / L$

$T_{S2} = T_{SL} \times M = (T_{S1} / L) \times M$



f_{S1}

$f_{SL} = f_{S1} \times L$

$f_{S2} = (f_{S1} \times L) / M$

f_{S2} / f_{S1} = L / M = 7/3

L = 7

M = 3

Actividad 3

Tasa de muestreo fraccional

por q' el interp. me cambia amplitud

El filtro ideal combinado es:

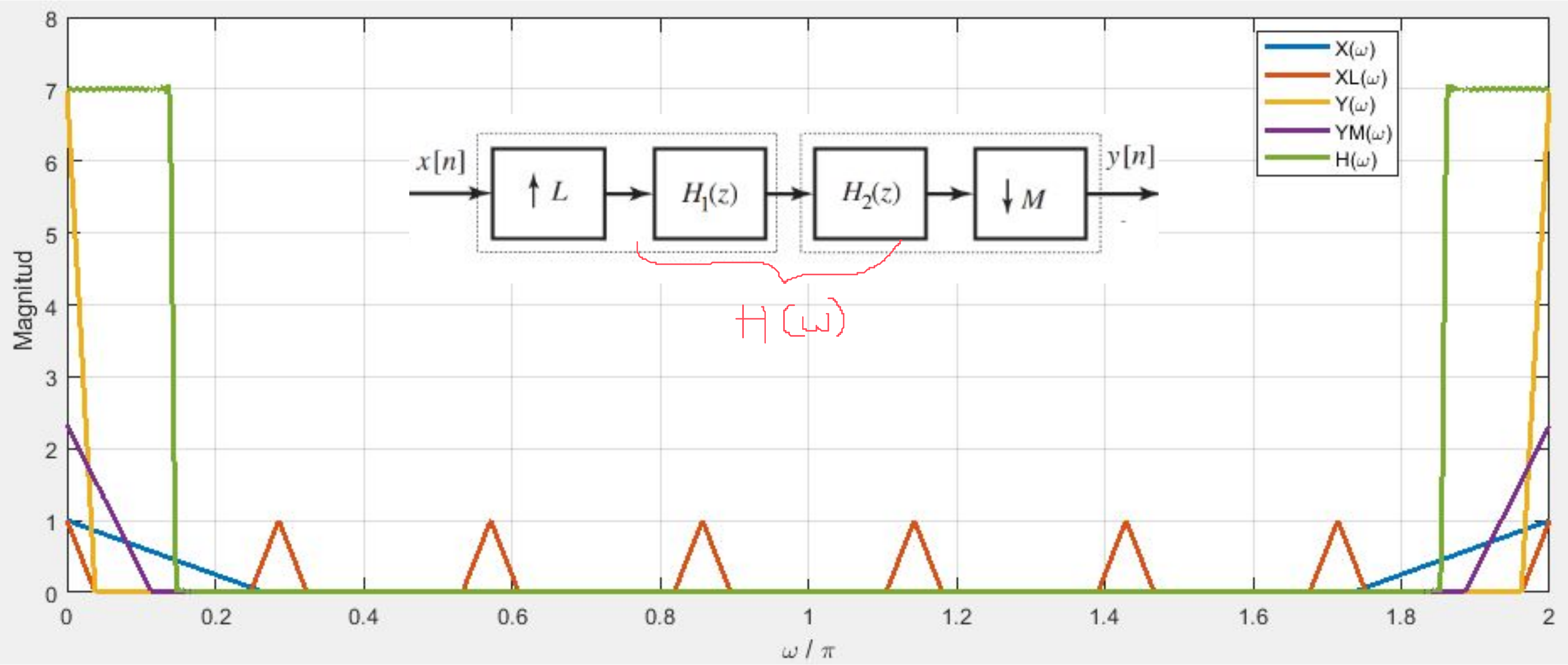
$$H(\omega) = \begin{cases} L & 0 \leq |\omega| \leq \min(\pi/M, \pi/L) \\ 0 & \text{otro } \omega. \end{cases}$$

$$\omega_c = \frac{\pi}{M} = \frac{\pi}{3}$$

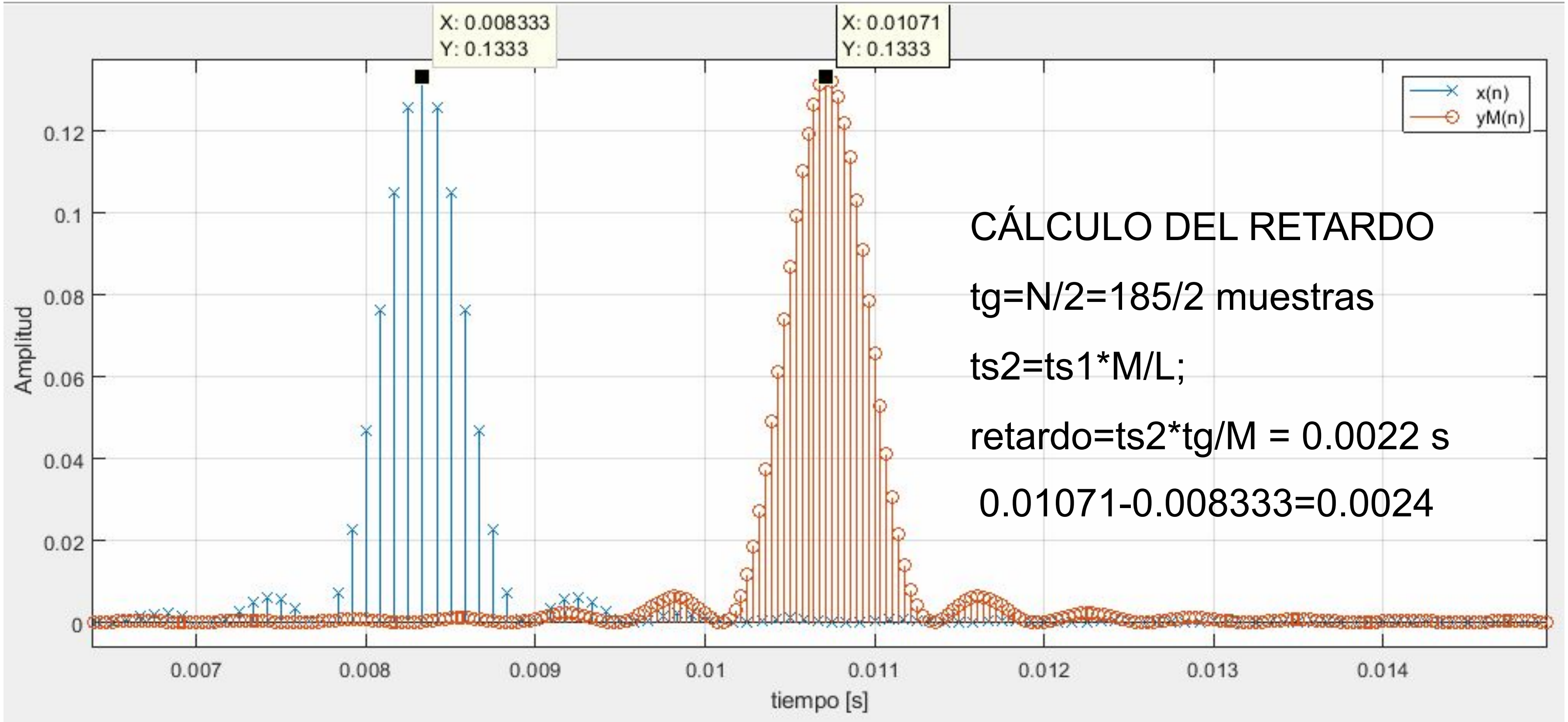
$$\boxed{\omega_c = \frac{\pi}{L} = \frac{\pi}{7}}$$

Actividad 3

Tasa de muestreo fraccional



Actividad 3
Tasa de muestreo fraccional



CÁLCULO DEL RETARDO

tg=N/2=185/2 muestras

ts2=ts1*M/L;

retardo=ts2*tg/M = 0.0022 s

0.01071-0.008333=0.0024

Actividad 4 - Multietapa

Actividad 4
Multietapa

Se desea decimar una señal con una tasa D=18, garantizando una banda de paso de w_p= 0.02π.

a) Implemente un sistema como el de la Figura-a para decimar la señal en una sola etapa, considerando un filtro H(z) que garantice un ripple de $\delta = 3\times10^{-3}$ mediante ventana de Kaiser. Calcule la salida del sistema completo y[n] para una entrada impulsiva. Grafique su respuesta en frecuencia para $\omega \in [0,\pi)$. ¿Cuál es el orden resultante para el filtro diseñado?

b) Ahora se requiere implementar el mismo sistema pero con un diseño equivalente en tres etapas, tal como se indica en la Figura-b. Suponiendo los factores de decimación D_1= 3, D_2= 3 y D_3= 2 tal que $D=D_1D_2D_3$, diseñe adecuadamente los filtros $H_1(z)$, $H_2(z)$ y $H_3(z)$ para obtener la misma respuesta que en punto a) (ayuda: ver Apéndice). Suponiendo una entrada impulsiva, grafique en frecuencia la salida de cada etapa de diezmado. ¿Con la asignación de frecuencias elegidas para cada filtro, se produce aliasing luego de cada decimación? ¿Se preserva la banda de frecuencia de interés definida para $w \le w_p$?¿Qué órdenes resultaron para cada uno de estos tres filtros? Analice la ventajas de esta implementación respecto del sistema implementado en una sola etapa.

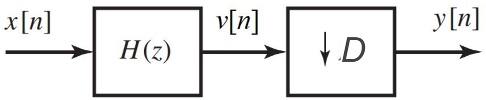


Figura-a

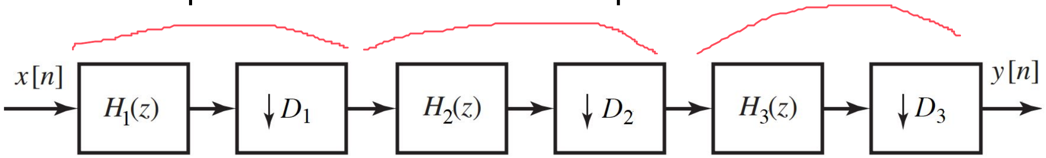
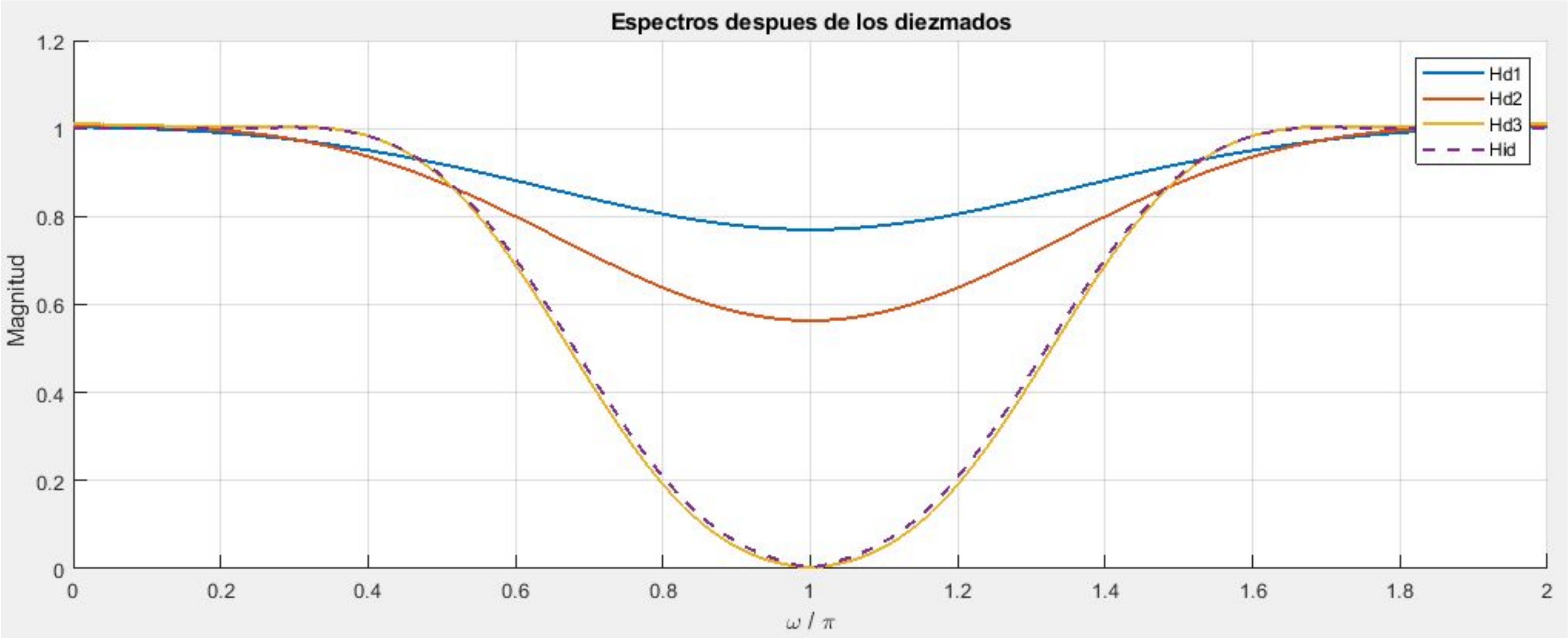


Figura-b

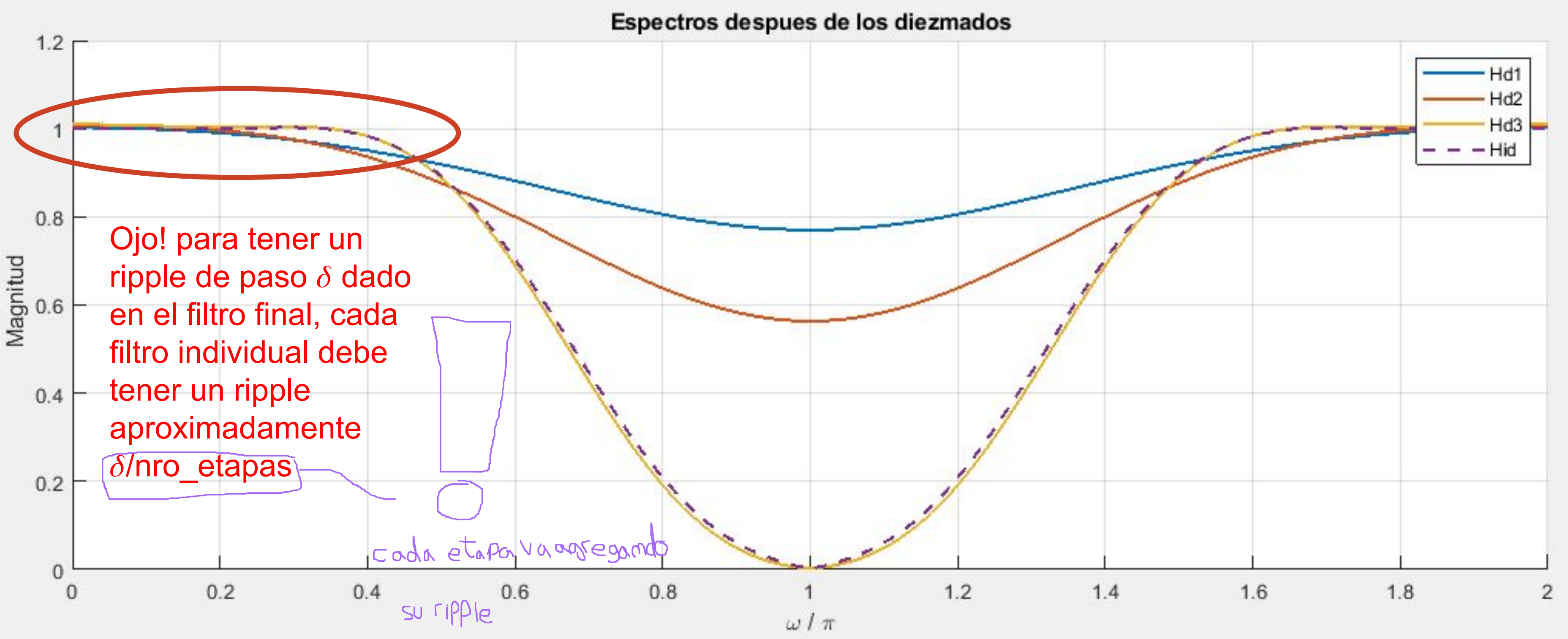
Actividad 4
Multietapa

Dj=[3 3 2]; % DECIMADORES
Nj = [11 14 19]
N = 167



Actividad 4
Multietapa

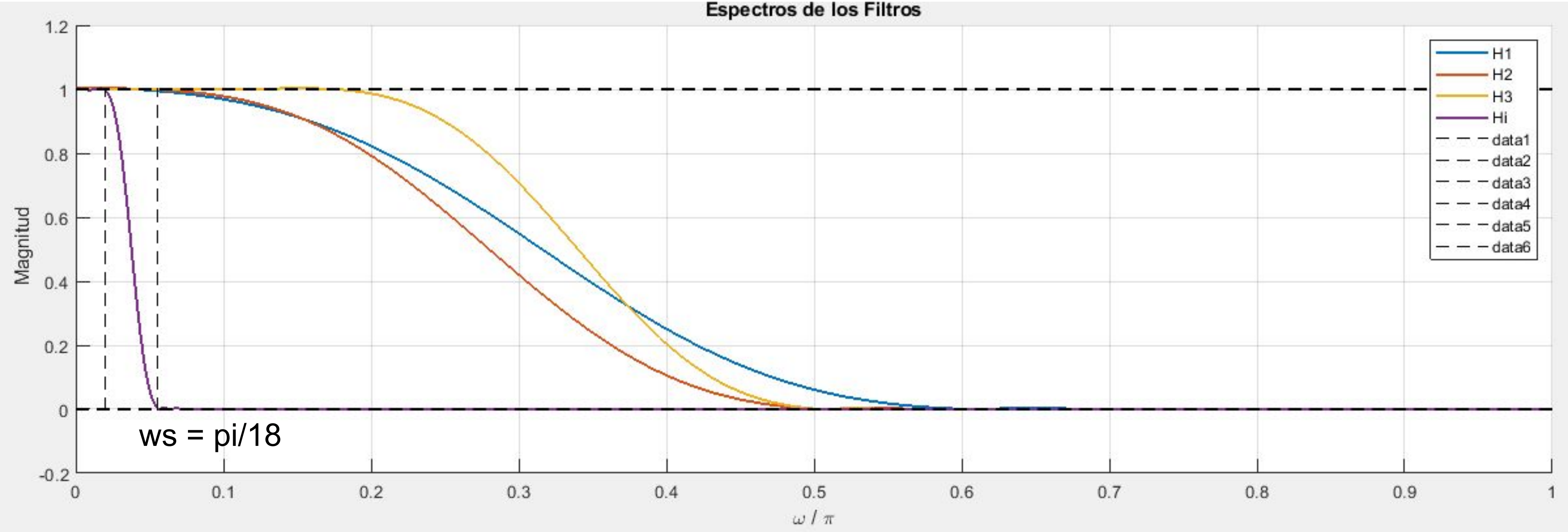
Dj=[3 3 2]; % DECIMADORES
Nj = [11 14 19]
N = 167

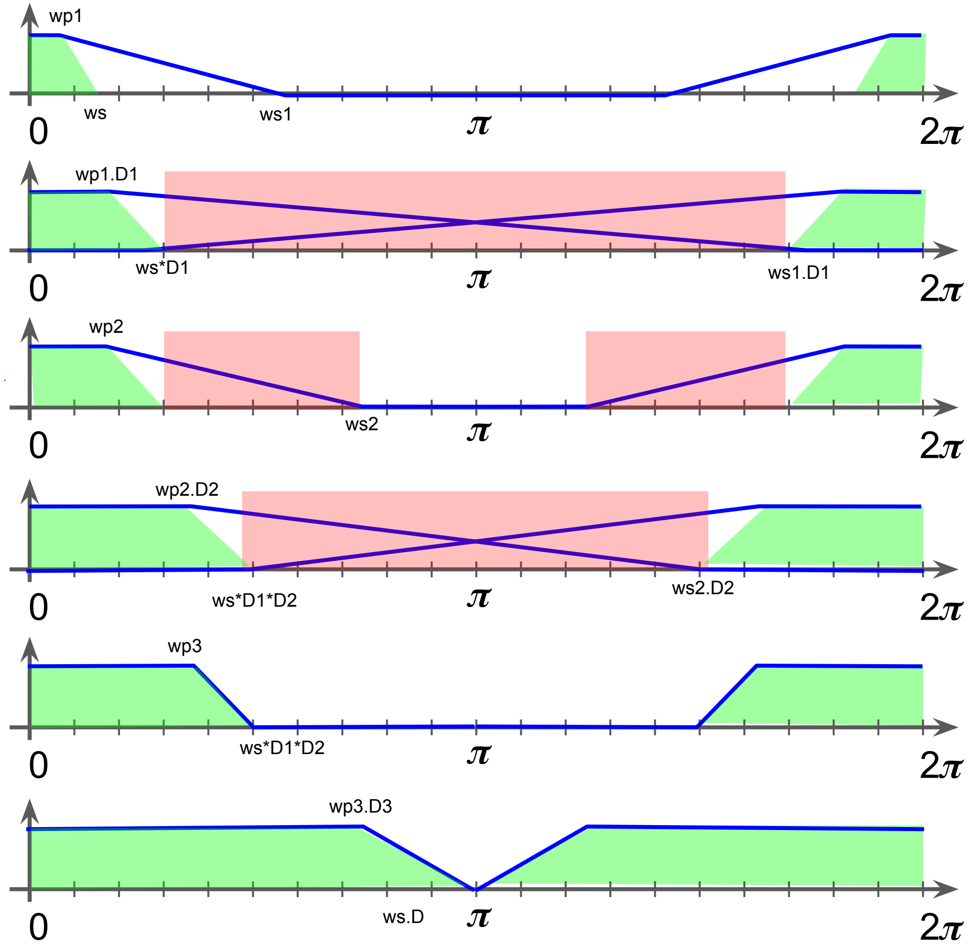


Actividad 4
Multietapa

wsj = [0.61 0.5 0.5] * pi

N=167
Nj=[11 14 19]





Salida de:

H1 Filtro (etapa 1)

ws1 = 2Pi/D1-ws

D1 Decimación (etapa 1)

ws1.D1 = 2Pi-ws*D1

H2 Filtro (etapa 2)

ws2 = 2Pi/D2-ws*D1

D2 Decimación (etapa 2)

ws2.D2 = 2Pi-ws*D1*D2

H3 Filtro (etapa 3)

ws3= 2Pi/D3-ws*D1*D2 = pi/D

D3 Decimación (etapa 3)

ws3.D3 = 2Pi-ws*D1*D2*D3 =

= 2pi-ws*D = 2pi-(pi/D)*D = pi