

Trabajo práctico 4

Filtrado adaptativo

1. Introducción

En el trabajo práctico 1 estuvimos trabajando con el filtrado de señales de audio, en particular para eliminar varios tonos interferentes a partir de filtros eliminabanda muy selectivos. Sin embargo, ante la presencia de ruidos de mayor ancho de banda, la utilización de filtros digitales convencionales podrían no ser la mejor alternativa si buscamos reducir el ruido sin deteriorar apreciablemente la señal de interés. Una idea intuitiva para cancelar ruido aditivo sería naturalmente medir una copia fiel del mismo y restárselo a la señal, sin embargo no será posible en la práctica obtener una copia exacta del ruido que queremos cancelar. No obstante, en relación a este concepto de “restar” el ruido, podríamos aprovechar algunas propiedades entre los procesos aleatorios involucrados para aproximarnos a esa situación. Supongamos que el ruido que contamina a la señal es conjuntamente ESA con algún otro proceso observable. Es decir:

- El ruido es un proceso ESA.
- Disponemos de un proceso adicional conjuntamente ESA con el ruido.

Bajo estas hipótesis, la solución a este problema se puede abordar mediante un filtro óptimo de Wiener. No obstante, podemos aproximar esta solución algorítmicamente mediante filtros adaptativos basados en el método de gradiente descendente sin necesidad de resolver las ecuaciones de Wiener-Hopf, aún si las condiciones de estacionariedad no se mantienen.

2. Planteo del problema

De acuerdo a la Figura 1, se dispone de un micrófono (MIC-1) desde donde se capta una señal acústica de interés $s(n)$ emitida cerca de éste. Al mismo tiempo, por el mismo micrófono se suma ruido ambiente $v(n)$ (que asumimos ESA) mezclado con $s(n)$ de manera tal que la señal total que capta MIC-1 es $x(n) = s(n) + v(n)$. Por otro lado, se dispone de otro micrófono (MIC-2) que también capta ruido el ambiente, llamémoslo $u(n)$, pero desde una posición diferente a MIC-1. Como se observa en la figura, si bien $u(n)$ tiene el mismo origen que $v(n)$, es razonable pensar que ambos ruidos no son iguales, ya que van a estar afectados por distintos factores de atenuación o distorsiones del entorno. Por lo tanto podemos considerarlos estadísticamente correlacionados y conjuntamente ESA. Además, es importante asumir que MIC-2 no logrará captar ninguna señal que se correlacione con $s(n)$ si suponemos que su fuente de emisión se encuentra lo suficientemente lejos de MIC-2. De acuerdo a estas suposiciones, podemos asumir que las correlaciones cruzadas con el proceso $u(n)$ cumplen $E[u(n-k)v^*(n)] \neq 0$ y $E[u(n-k)s^*(n)] = 0$, para cualquier valor de k .

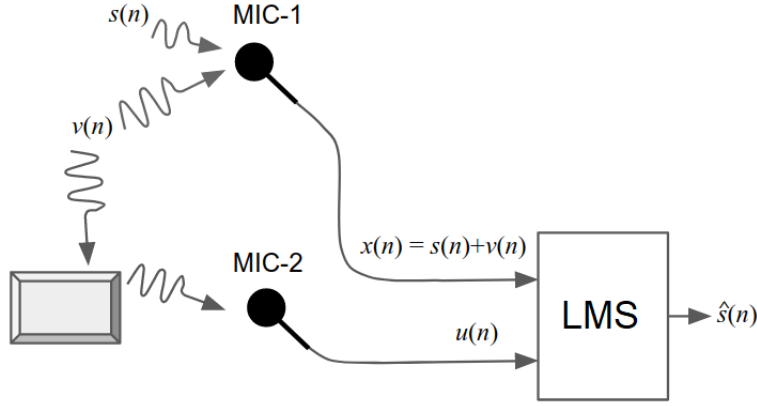


Figura 1: Cancelación de ruido mediante filtrado adaptativo LMS ($\hat{s}(n)$, estimación de la señal).

Problema 1

- Dibuje un diagrama en bloques que represente el esquema de filtrado aplicado a este problema para una dada longitud de filtro M . Identifique cuál de las señales corresponde a las entradas del filtro y cuál a la señal deseada $d(n)$. ¿Qué significado tendría la señal error $e(n)$ en este esquema de estimación? ¿Qué estaríamos estimando con la salida $\hat{d}(n)$ del filtro adaptativo?
- De acuerdo al problema planteado, demuestre que si se define $V = E[|v(n) - \hat{d}(n)|^2]$, para cualquier \mathbf{w} se cumple la ecuación 1.

$$J = \sigma_s^2 + V \quad (1)$$

Problema 2

Defina la señal $x(n)$ captada por MIC-1 utilizando como señal de interés $s(n)$ cualquiera de los archivos de audio de muestra disponibles para el TP1 y como ruido ambiente $v(n)$ a una secuencia de ruido blanco gaussiano de media nula y varianza σ_v^2 tal que se cumpla una relación señal a ruido sea $SNR = 10$ dB. Luego defina la señal captada por MIC-2 como un proceso de media móvil generado a partir de $v(n)$: $u(n) = 0,8v(n) + 0,2v(n-1) - 0,1v(n-2)$.

- Filtrado: una vez generadas las señales, debemos suponer que sólo disponemos de la señal observada $x(n)$ (MIC-1) y el proceso $u(n)$ (MIC-2). A partir de esta única información, implemente el filtro LMS para estimar la señal de interés $\hat{s}(n)$. Considere como parámetros $\mu = 0,5$, $M = 2$ y $\mathbf{w}(0) = [3 \ 4]^T$ como condición inicial de los coeficientes. Grafique la diferencia al cuadrado entre el ruido y la salida del filtro $\hat{V}(n) = |v(n) - \hat{d}(n)|^2$ (para una sola realización). Grafique también los coeficientes estimados del filtro $\hat{\mathbf{w}}(n)$ en función de las iteraciones y sobre el plano (w_0, w_1) superpuesto a las curvas de nivel de $J(\mathbf{w})$.
- Reproducción: En base a los resultados obtenidos utilizando la señal de audio, reproduzca las señales en el orden indicado más abajo mediante la función `sound()` y analícelas desde el punto de vista subjetivo. ¿Considera que se pudo cumplir con el objetivo de cancelación de ruido?

1. Pista de audio contaminada, $x(n)$.
2. Señal de error, $e(n)$.
3. Pista de audio original, $s(n)$.

Problema 3

En este problema se busca analizar el comportamiento del algoritmo LMS en función de diferentes parámetros. Para poder visualizar mejor los resultados con un mayor número de realizaciones independientes, se deberá utilizar una señal sintética en lugar del audio. Para ello, defina el código para generar la señal como un proceso $s(n)$ de largo $L = 4000$ cuya entrada $g(n)$ sea ruido blanco gaussiano de media nula y varianza $\sigma_g^2 = 6,42 \times 10^{-4}$ tal que

$$s(n) = g(n) + 0,5 g(n-1) + 0,1 g(n-2) + 0,3 g(n-3) + 0,4 g(n-4) + 0,24 g(n-5).$$

- (a) Curva de aprendizaje: considerando $\mu = 40$, $M = 2$, $\mathbf{w}(0) = [3 \ 4]^T$ y generando proceso de entrada $u(n)$ igual que en el Problema 2, aplique el filtro y grafique las curvas $\hat{J}(n)$ y $\hat{V}(n)$ para una cantidad adecuada de simulaciones (por ejemplo $m \geq 200$)¹. En la misma figura, grafique la potencia de la señal σ_s^2 . Relacione los resultados con lo visto en el Problema 1.
- (b) Parametrización con M : para $\mu = 50$ y condiciones iniciales nulas $\mathbf{w}(0) = \mathbf{0}$, considere distintos valores de $M = \{2, 3, 10, 30\}$. Aplique el filtro y grafique superpuestas las potencias $\hat{V}(n)|_{\{M\}}$ para los distintos valores de éste parámetro.
- (c) Parametrización con μ : fijando el largo del filtro en $M = 3$ y condiciones iniciales nulas $\mathbf{w}(0) = \mathbf{0}$, grafique las potencias $\hat{V}(n)|_{\{\mu\}}$ variando el paso del algoritmo, eligiendo $\mu = \{50, 160, 500, 1600\}$. Analice la relación de compromiso que existe con este parámetro.

Problema 4

En este problema se buscan comparar algunas características entre los algoritmos adaptativos LMS y RLS. En particular se analizarán las diferencias de convergencia y mínimo error entre ambos. Considere en todos los casos $M = 2$ y $\mathbf{w}(0) = [3 \ 4]^T$.

- (a) Implemente el algoritmo RLS para resolver el problema de cancelación de ruido. Considere los parámetros $\lambda = 0,99$ y $\delta = 0,001$. Grafique la potencias promedio $\hat{J}(n)$ y $\hat{V}(n)$ para $m \geq 200$ realizaciones. Indique también en el gráfico σ_s^2 .
- (b) Implemente ambos algoritmos, RLS y LMS, considerando $\lambda = 0,998$ y modificando el paso μ de LMS para que ambos tengan aproximadamente la misma velocidad de convergencia (buscando la misma pendiente inicial de las potencias de error). Grafique $\hat{V}(n)$ para ambos casos y justifique las diferencias observadas.
- (c) Nuevamente corra ambos algoritmos, manteniendo $\lambda = 0,998$, pero esta vez ajustando el parámetro μ para que la potencia $\hat{V}(n)$ de ambos tienda al mismo valor mínimo para $n \rightarrow \infty$. Grafique ambas curvas y analice las diferencias observadas.

¹ $\hat{J}(n) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} |d_i(n) - \hat{d}_i(n)|^2$, $\hat{V}(n) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} |v_i(n) - \hat{d}_i(n)|^2$, donde i indica el número de simulación.

3. Conclusiones

Como conclusiones, elabore un resumen breve y conciso comentando características que considere relevantes del método propuesto en este trabajo y los resultados obtenidos, así como dificultades encontradas y cómo fueron abordadas.

Apéndice

3.1. Herramientas de utilidad

A continuación se describe una lista de las funciones proporcionadas por las herramientas de software utilizadas en la materia (Matlab u Octave) que resultarán útiles para la realización de este trabajo práctico. Se recomienda explorar el **help** de cada una de ellas.

- `load('archivo.mat')`
- `[pista, fs] = audioread('pista.01.wav')`
- `sound(pista, fs)`
- `clear sound` o `clear playsnd`
- `[X,Y]=meshgrid(x,y)`: `x,y` vectores que definen el plano.
- `contour(X,Y,Z,C)`: `X,Y` (meshgrid), `Z` superficie, `C` cantidad de curvas de nivel.
- `y = filter(b,a,x)`

3.2. Normas y material entregable

- El trabajo debe presentarse en formato *paper*. Puede tomar como referencia las plantillas disponibles en el campus (pestaña Trabajos Prácticos/TP4).
- El trabajo debe incluir los comentarios y resultados solicitados en cada ítem y entregarse en PDF con el siguiente formato de nombre: **PS-TP4-GXX.pdf** (donde **XX** es el número de grupo).
- Se sugiere que el informe sea conciso y cumpla específicamente los puntos solicitados (no deben incluirse desarrollos teóricos que no hayan sido pedidos explícitamente).
- Los archivos de código utilizados junto al archivo PDF deben subirse al campus en formato ZIP.

Referencias

- [1] Adaptive Filter Theory, Simon S. Haykin, Pearson, 2014.
- [2] Statistical and Adaptive Signal Processing, Dimitris G. Manolakis, 2005.