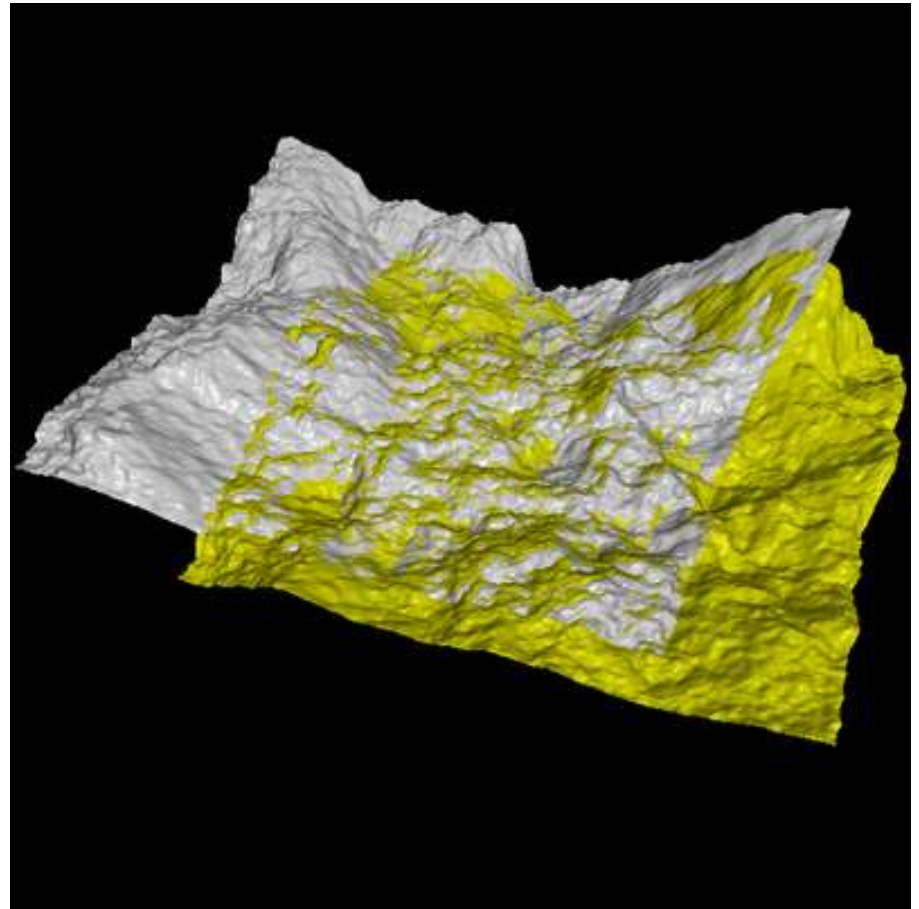
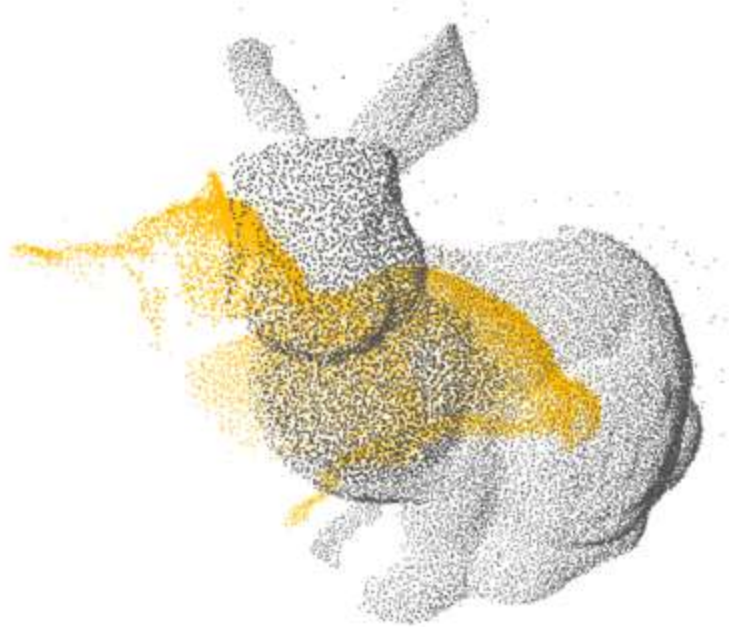
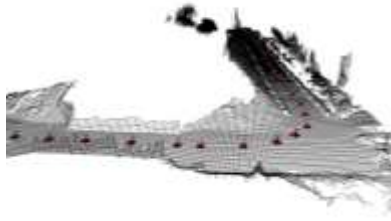


Robótica Móvil un enfoque probabilístico

Algoritmo Iterative Closest Point (ICP)

Ignacio Mas

Motivación



Objetivo: Encontrar la transformación que alinea puntos

Definición del problema

- Dados dos conjuntos de puntos que se corresponden:

$$X = \{x_1, \dots, x_{N_x}\}$$

$$P = \{p_1, \dots, p_{N_p}\}$$

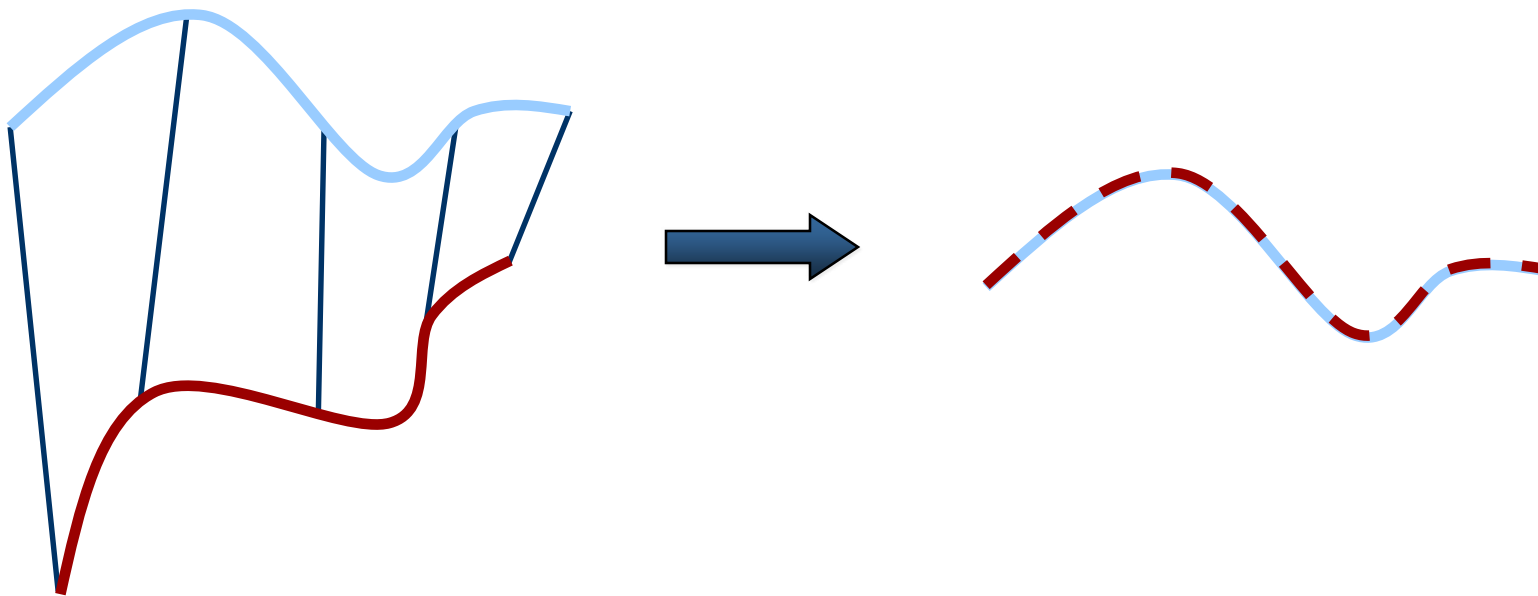
- Objetivo: Encontrar la traslación t y rotación R que minimiza la suma de los errores al cuadrado:

$$E(R, t) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \|x_i - Rp_i - t\|^2$$

Aquí, x_i y p_i son puntos que se corresponden

Concepto principal

- Si las correspondencias correctas son conocidas, la rotación y translación correcta pueden ser calculadas en **forma cerrada**



Centro de masa

$$\mu_x = \frac{1}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} x_i \quad y \quad \mu_p = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} p_i$$

Son los centros de masa de los dos conjuntos de puntos

Idea:

- Restar el centro de masa correspondiente de cada punto en los dos conjuntos antes de calcular la transformación
- Los conjuntos de puntos resultantes son:

$$\begin{aligned} X' &= \{x_i - \mu_x\} = \{x'_i\} \\ P' &= \{p_i - \mu_p\} = \{p'_i\} \end{aligned} \quad y$$

Descomposición en valores singulares

Sea $W = \sum_{i=1}^{N_p} x_i' p_i'^T$

se define la descomposición en valores singulares (SVD) de W como:

$$W = U \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} V^T$$

donde $U, V \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ son unitarias, y

$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ son los valores singulares de W

SVD

Teorema (sin demostración):

Si $\text{rango}(W) = 3$, la solución óptima de $E(R, t)$ es única y está dada por:

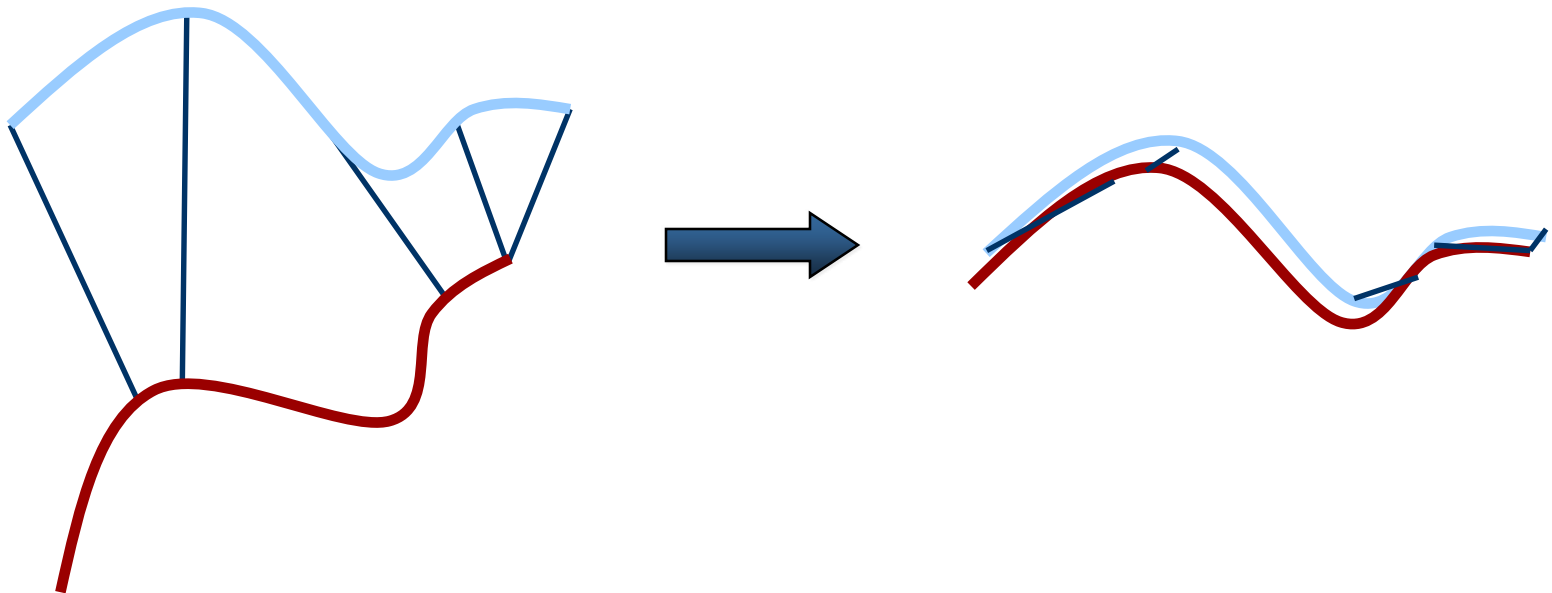
$$R = UV^T$$
$$t = \mu_x - R\mu_p$$

El valor mínimo de la función de error en (R, t) es:

$$E(R, t) = \sum_{i=1}^{N_p} (\|x'_i\|^2 + \|y'_i\|^2) - 2(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

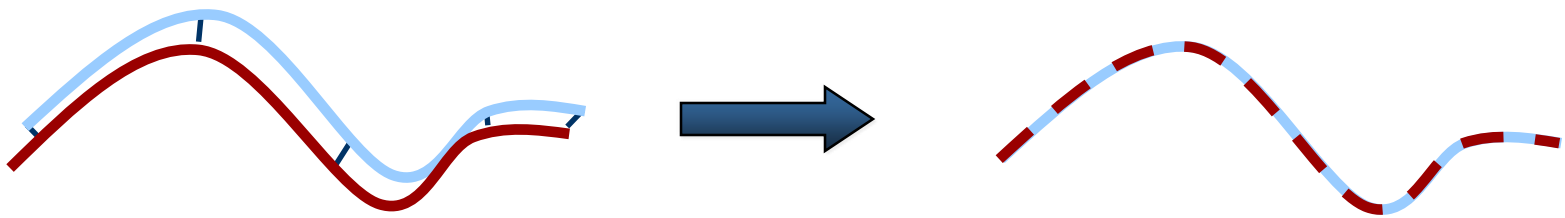
ICP con asociación de datos desconocida

- Si las correspondencias correctas **no son conocidas**, es en general imposible determinar la rotación y translación relativa óptima en un solo paso



Algoritmo Iterative Closest Point (ICP)

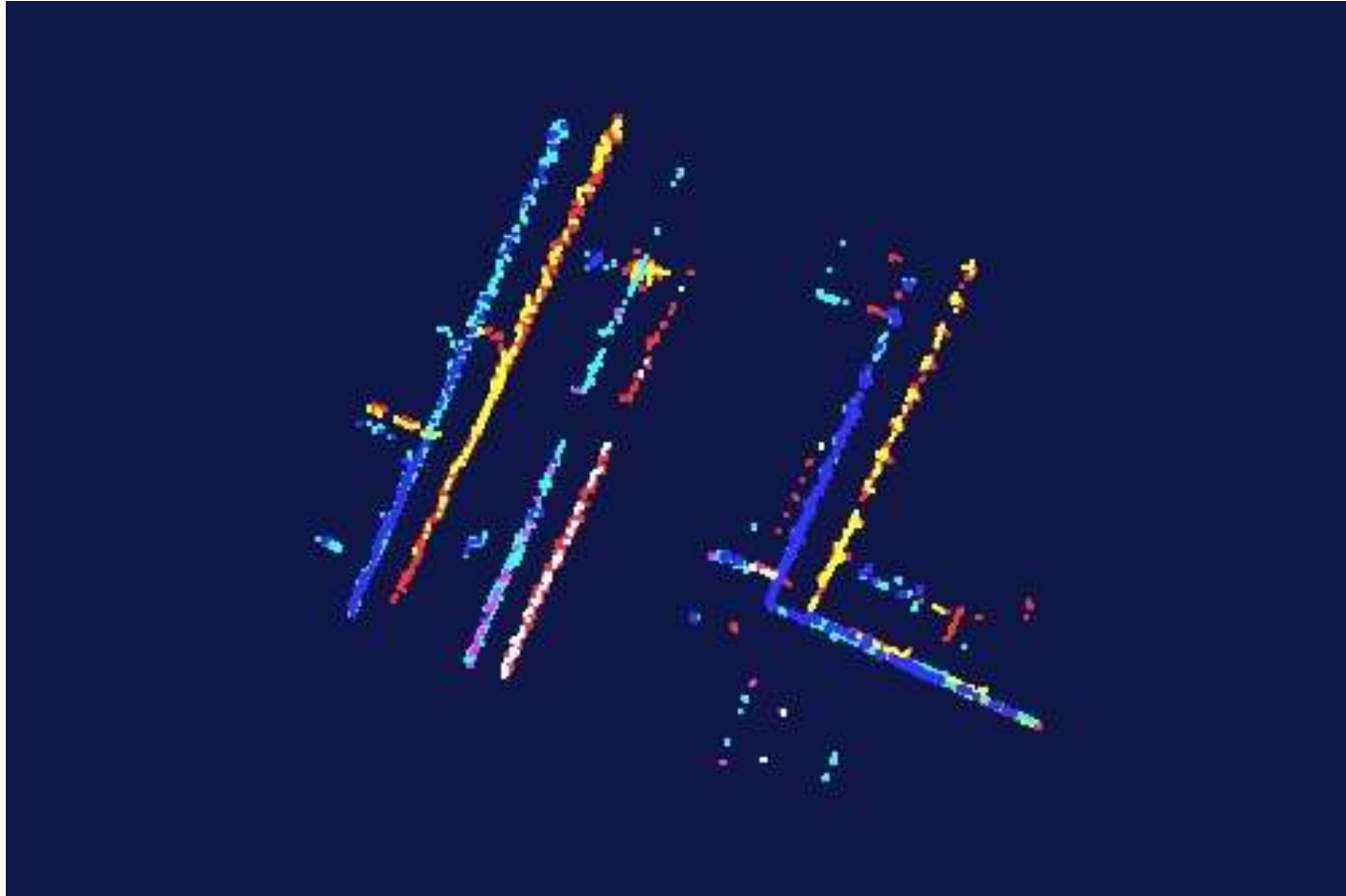
- Idea: Iterar para encontrar alineamientos
- Búsqueda de puntos cercanos
[Besl & McKay 92]
- Converge si las posiciones iniciales están lo "suficientemente cerca"



Algoritmo básico ICP

- Determinar los puntos que se corresponden
- Calcular rotación R , translación t por SVD
- Aplicar R y t a los puntos de conjunto a ser registrado
- Calcular el error $E(R, t)$
- Si el error decrece y error $>$ umbral
 - Repetir los pasos anteriores
- Sino
 - Finalizar y devolver la alineación final

Ejemplo ICP



Variantes de ICP

Se han propuesto distintas variantes al método original:

1. Subconjuntos de puntos (de uno o ambos conjuntos de puntos)
2. Pesado de correspondencias
3. Asociación de datos
4. Rechazo de ciertos puntos (outliers)

Desempeño de variantes

- Varios aspectos del desempeño:
 - Velocidad
 - Estabilidad (mínimos locales)
 - Tolerancia a ruido y outliers
 - Cuencas de convergencia
(desalineamiento máximo inicial)

Variantes de ICP

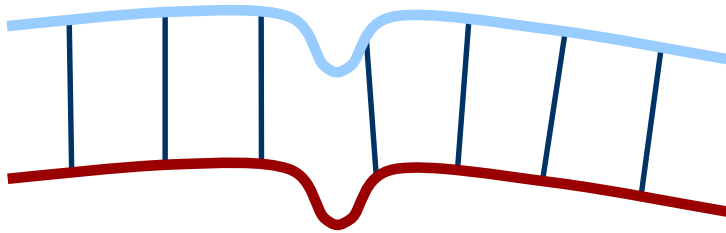


1. Subconjuntos de puntos (de uno o ambos conjuntos de puntos)
2. Pesado de correspondencias
3. Asociación de datos
4. Rechazo de ciertos puntos (outliers)

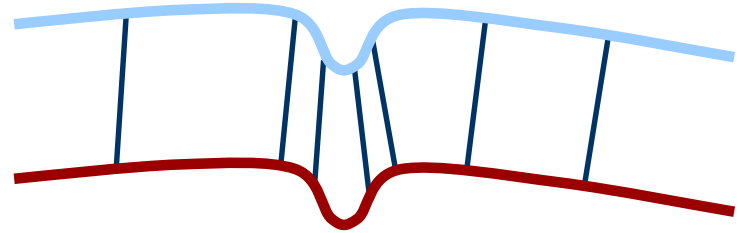
Selección de puntos de entrada

- Usar todos los puntos
- Submuestreo uniforme
- Muestreo aleatorio
- Muestreo basado en características (features)
- Muestreo de espacio normal
(Asegurarse que las muestras tienen distribuciones de normales tan uniformes como sea posible)

Muestreo de espacio normal



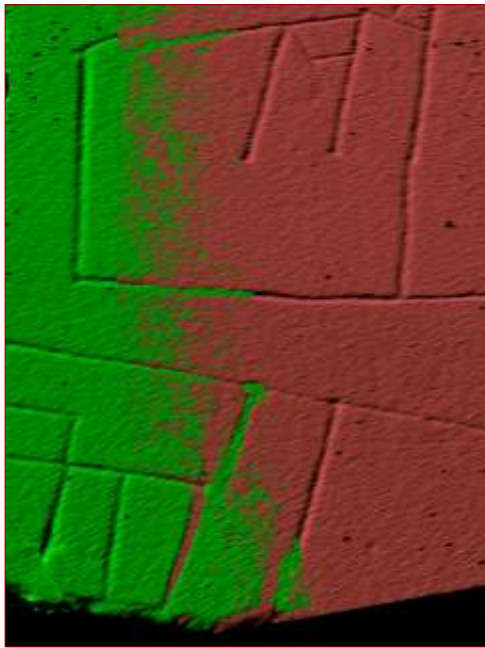
Muestreo uniforme



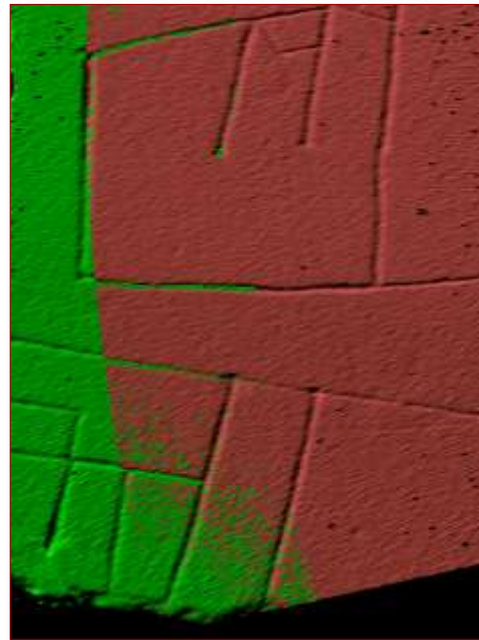
Muestreo de espacio normal

Comparación

- El muestreo de espacio normal es mejor para superficies mayormente suaves y con pocas features [Rusinkiewicz et al., 01]



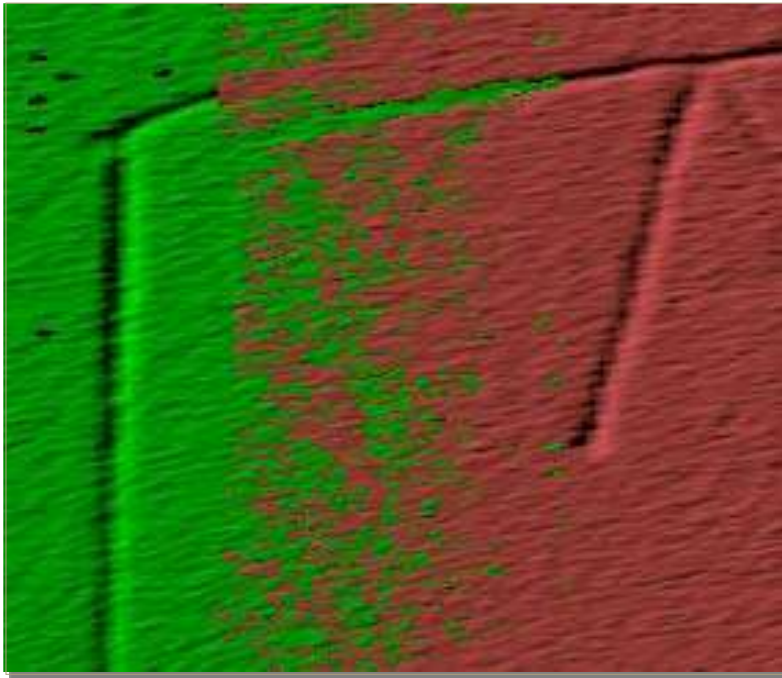
Muestreo aleatorio



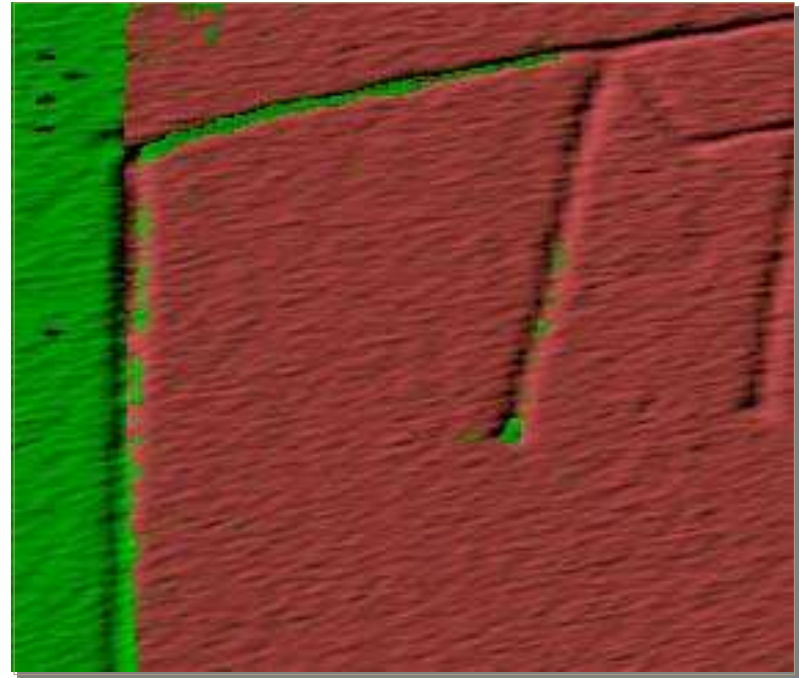
Muestreo de espacio normal

Comparación

- El muestreo de espacio normal es mejor para superficies mayormente suaves y con pocas features [Rusinkiewicz et al., 01]



Muestreo aleatorio



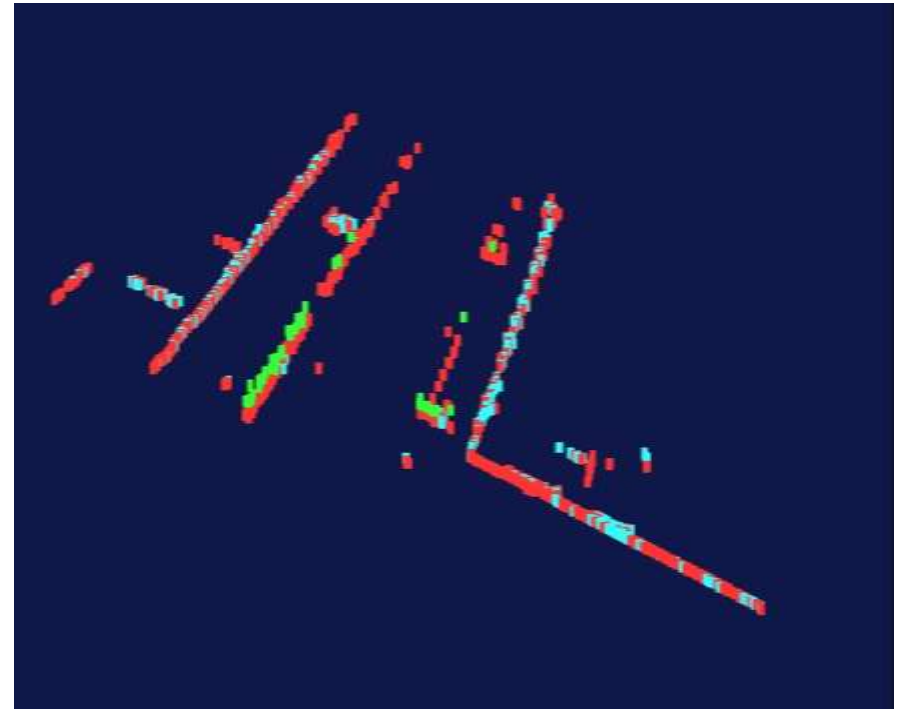
Muestreo de espacio normal

Muestreo basado en características

- Encontrar puntos “importantes”
- Disminuye el número de correspondencias a encontrar
- Más eficiente y más preciso
- Requiere pre-procesamiento

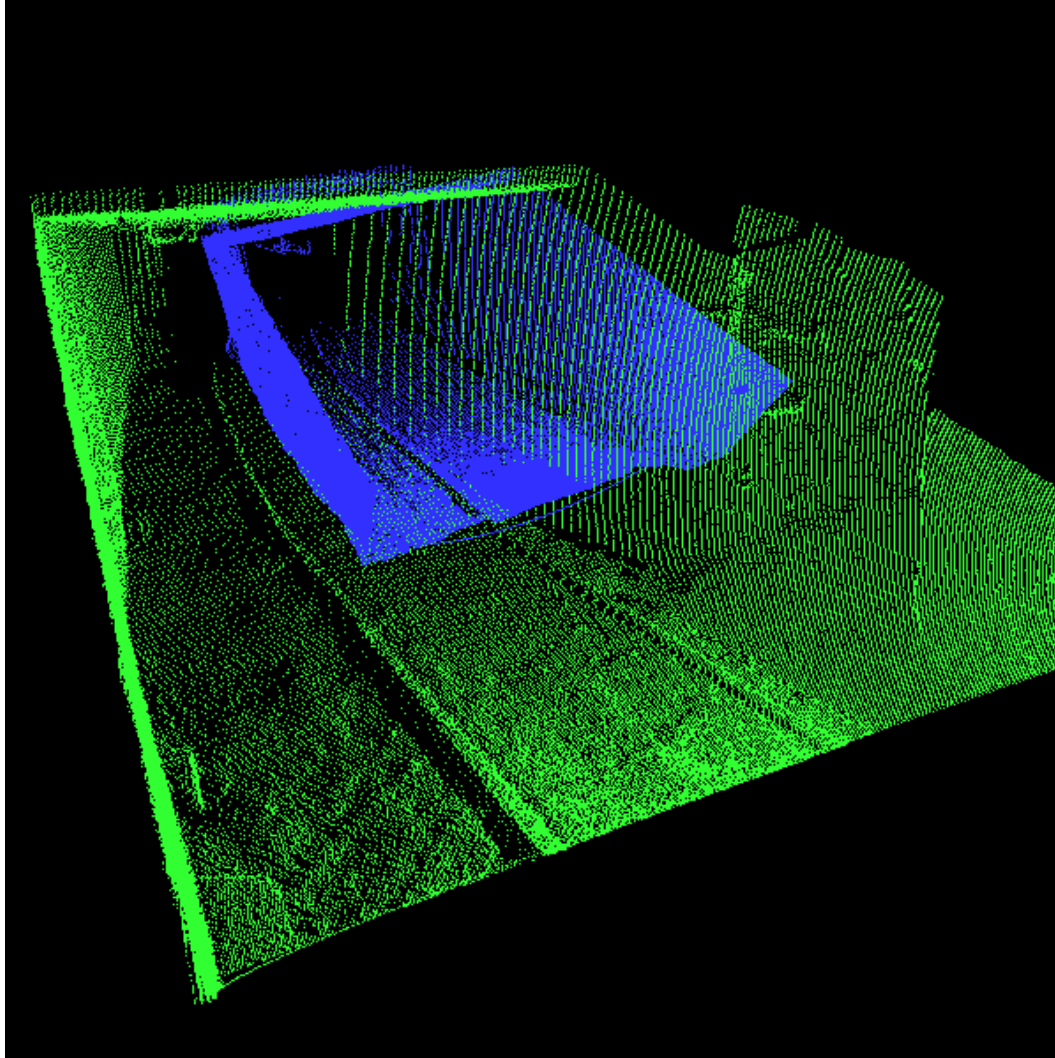


Scan 3D (~200.000 Puntos)



Características extraídas (~5.000 puntos)

Aplicación ICP (con muestreo uniforme)



[Nuechter et al., 04]

Variantes de ICP

1. Subconjuntos de puntos (de uno o ambos conjuntos de puntos)



2. **Pesado de correspondencias**

3. Asociación de datos

4. Rechazo de ciertos puntos (outliers)

Pesos

- Seleccionar un subconjunto de puntos de cada conjunto
- Machear los puntos seleccionados de ambos conjuntos
- **Pesar los pares correspondientes**
- Ejemplo: asignar pesos bajos a puntos con mayor distancia ente ellos
- Determinar la transformación que minimiza la función de error

Variantes de ICP

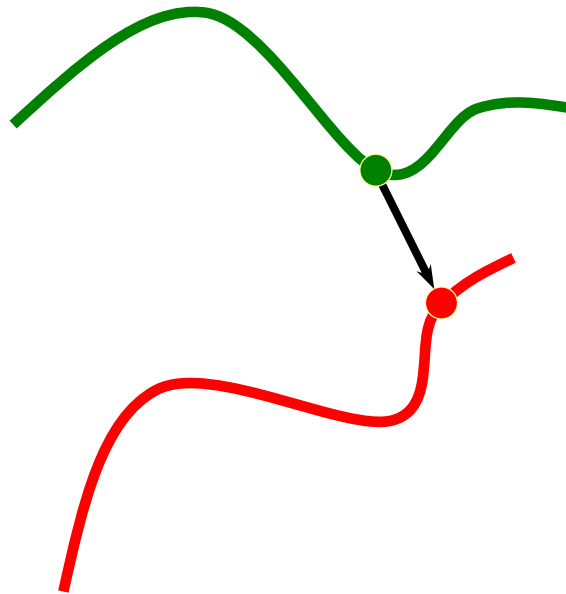
1. Subconjuntos de puntos (de uno o ambos conjuntos de puntos)
2. Pesado de correspondencias
- 3. **Asociación de datos**
4. Rechazo de ciertos puntos (outliers)

Asociación de Datos

- Tiene mayor incidencia en convergencia y velocidad
- Métodos de cacheo:
 - Punto más cercano
 - Normal shooting
 - Punto compatible más cercano
 - Basado en proyección

Macheo por punto más cercano

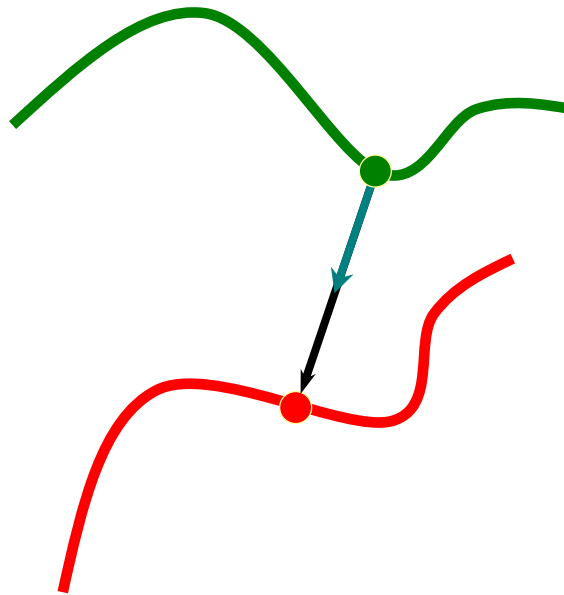
- Encontrar el punto más cercano del otro conjunto (usando árboles kd)



Estable, pero de convergencia lenta y requiere pre-procesamiento

Normal Shooting

- Proyectar en la dirección normal, hasta encontrar el otro conjunto



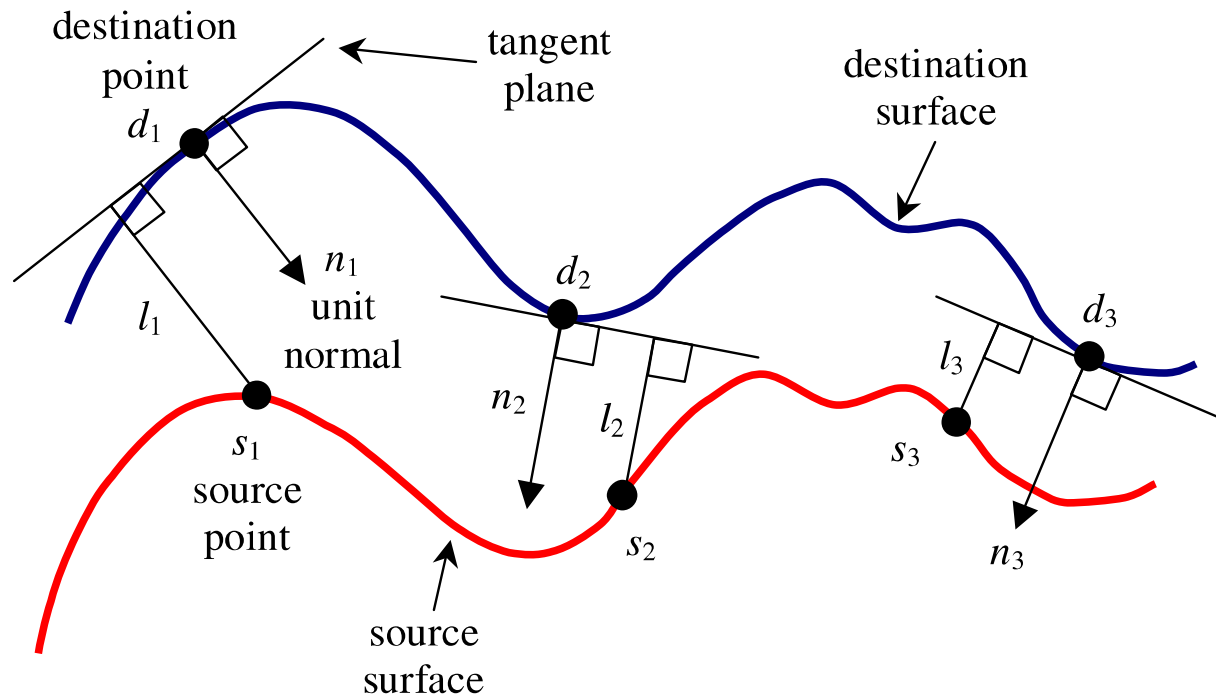
Convergencia algo mejor para estructuras suaves, peor para estructuras ruidosas o complejas

Punto compatible más cercano

- Mejora las dos variantes previas al considerar la **compatibilidad** entre puntos
- Sólo machea puntos compatibles
- La compatibilidad se puede basar en
 - Normales
 - Colores
 - Curvatura
 - Derivadas de orden mayor
 - Otras características locales

Métrica de error de punto-al-plano

- Minimiza la suma de las distancias al cuadrado entre un punto y el plano tangente en su punto correspondiente [Chen & Medioni 91]

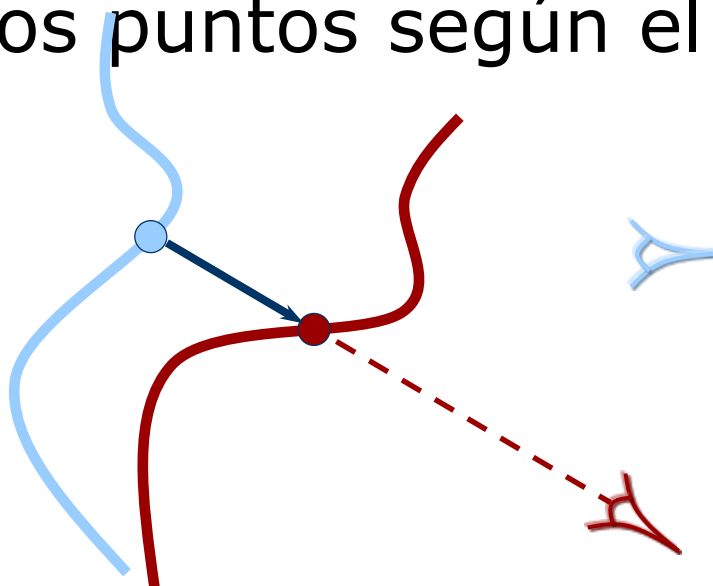


Métrica de error de punto-al-plano

- Se resuelve usando métodos estándar de cuadrados mínimos no-lineales (ej: método de Levenberg-Marquardt [Press92]).
- Cada iteración es más lenta que el macheo punto-a-punto, pero los tiempo de convergencia son mejores [Rusinkiewicz01]
- Al usar distancias de punto-al-plano en vez de punto-a-punto permite que regiones planas se deslicen una sobre otra [Chen & Medioni 91]

Proyección

- Encontrar el punto más cercano es el paso más costoso del algoritmo ICP
- Idea: Simplificar la búsqueda del vecino más cercano
- Para imágenes de distancia, se pueden proyectar los puntos según el punto de vista [Blais 95]



Variantes ICP

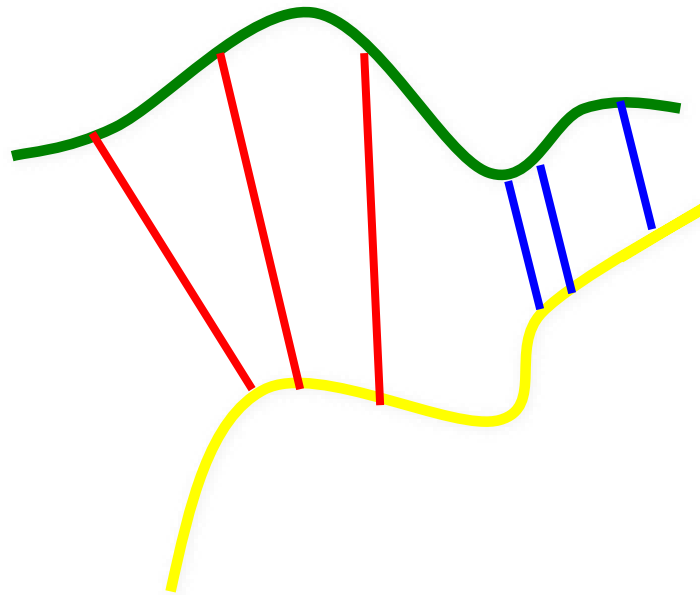
1. Subconjuntos de puntos (de uno o ambos conjuntos de puntos)
2. Pesado de correspondencias
3. Asociación de datos



4. Rechazo de ciertos puntos (outliers)

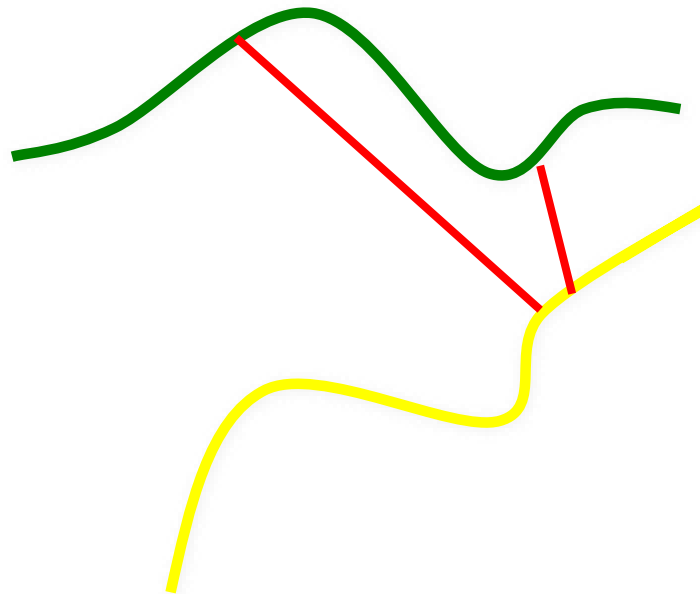
Rechazo de pares de puntos (Outlier)

- Puntos correspondientes con una distancia punto-a-punto mayores que cierto umbral



Rechazo de pares de puntos (Outlier)

- Puntos correspondientes con una distancia punto-a-punto mayores que cierto umbral
- Rechazo de pares que no son consistentes con los pares vecinos [Dorai 98]



Rechazo de pares de puntos (Outlier)

- Puntos correspondientes con una distancia punto-a-punto mayores que cierto umbral
- Rechazo de pares que no son consistentes con los pares vecinos [Dorai 98]
- Clasificar correspondencias según su error y borrar el $t\%$ peor: Trimmed ICP (TrICP) [Chetverikov et al. 02]
 - t estima la superposición
 - Problema: se debe tener conocimiento de la superposición o debe ser estimada

Resumen: Algoritmo ICP

- Potencialmente muestrear puntos
- Determinar los puntos que se corresponden
- Potencialmente pesar/rechazar pares
- Calcular la rotación R y translación t (ej.: SVD)
- Aplicar R y t a todos los puntos de conjunto a ser registrado
- Calcular el error $E(R, t)$
- Si el error disminuye y $\text{error} > \text{umbral}$
 - Repetir para determinar correspondencias
- Sino
 - Finalizar y devolver resultado de alineación

Resumen ICP

- ICP es un buen algoritmo para calcular desplazamientos entre escaneos
- El mayor problema es determinar la asociación de datos correcta
- La convergencia depende de los puntos mapeados
- Dada la asociación de datos correcta, la transformación se puede calcular de forma eficiente usando SVD
- ICP no siempre converge