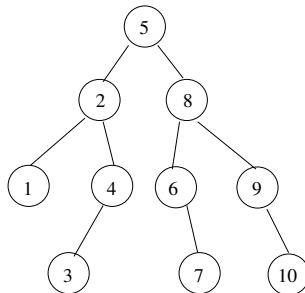


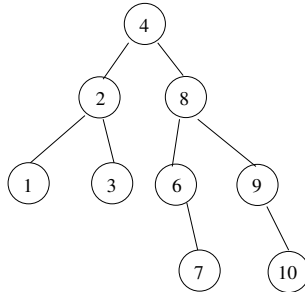
**Prova scritta del corso di:  
Algoritmi e Strutture Dati  
29 gennaio 2024**

Nome: .....  
Cognome: .....  
Matricola: .....

1. Considerate il seguente albero binario e inserite nei nodi i valori da 1 a 10 in modo che risulti un albero binario di ricerca. Mostrate una sequenza in grado di generarlo (inserendo i valori della sequenza uno dopo l'altro a partire dall'albero vuoto) e disegnate infine l'albero ottenuto cancellando il valore contenuto nella radice.



Tra le possibili sequenze : 5,2,8,1,4,6,9,3,7,10. Cancellando il 5 (strategia maxmin) si ottiene:



2. Che differenza c'è tra il criterio di costo uniforme e quello logaritmico? Quale tra i due scegliere per effettuare l'analisi di complessità di un algoritmo?

*Sol.* Si veda il paragrafo 3.1.2 delle dispense.

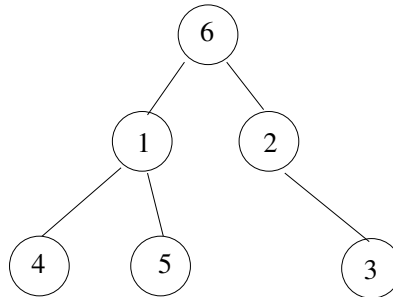
3. Fornite la definizione di albero 2-3-4. Che relazione esiste tra il numero di dati  $n$  presenti in un albero 2-3-4 e la sua altezza  $h$ ?

*Sol.* Si vedano i lucidi del corso e il libro di testo.

4. Scrivete una funzione (**efficiente!**) che accetta in ingresso un vettore di interi **ordinato**  $A$  e un intero  $a$ , e che restituisce un intero  $i$  tale che  $i \geq 0$  e  $A[i]=a$  o  $i = -1$  (se il valore  $a$  non compare in  $A$ ). Descrivete la complessità in tempo della funzione attraverso un'equazione di ricorrenza e datene la soluzione.

*Sol.* E' una classica ricerca dicotomica (vedasi il codice sui lucidi del corso), che nel caso peggiore ha una complessità in tempo descritta dall'equazione  $C(n) = d + C(n/2)$  con  $C(1) = e$ , dove  $d$  ed  $e$  sono costanti. La soluzione è data da  $C(n) = \Theta(\log n)$  (caso particolare dell'equazione divide et impera con parametri  $m = 1$ ,  $a = 2$  e  $c = 0$ ).

5. Dite se il seguente albero può essere ottenuto a partire dalla partizione identità  $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}\}$  eseguendo una serie di operazioni **Union** con bilanciamento. Giustificate la risposta.



*Sol.* Non è possibile ottenere tale albero attraverso Union con bilanciamento. Ragionando per assurdo, se ciò fosse possibile l'ultima Union avrebbe due sole possibilità

1. unire l'albero contenente i valori 6,2 e 3 con l'albero contenente i valori 1,4,5;
2. unire l'albero contenente i valori 2 e 3 con l'albero contenente i valori 6,1,4,5.

In entrambe i casi ci sarebbe un albero impossibile da ottenere con Union con bilanciamento, quello per i valori 6,2,3 nel primo caso, quello per i valori 6,1,4,5 nel secondo. Infatti osserveremmo un albero con più di due valori avente una radice con un solo figlio, cosa impossibile da ottenere operando Union con bilanciamento.