

**Esame di Probabilità e statistica per l'informatica, 2020/2021,  
Varese, 20 Gennaio 2021, Docente: Stefania Boffa (gA)**

1. Matteo ha due bustine  $A$  e  $B$  ognuna delle quali contiene 5 caramelle:
  - la bustina  $A$  contiene 2 caramelle al limone e 3 alla fragola;
  - la bustina  $B$  contiene 3 caramelle al limone e 2 alla fragola.
  - (a) Calcola la probabilità che Matteo estraendo tre caramelle *con rimpiazzo* dalla bustina  $A$  ottenga esattamente una caramella alla fragola; (3 punti)
  - (b) Calcola la probabilità che Matteo estraendo tre caramelle *con rimpiazzo* dalla bustina  $A$  ottenga al più una caramella alla fragola; (3 punti)
  - (c) Adesso Matteo sceglie a caso una delle due bustine da cui 3 caramelle *senza rimpiazzo*. Supponendo che la probabilità che Matteo scelga la bustina  $A$  è di  $\frac{1}{3}$ , calcola la probabilità che Matteo ottenga esattamente una caramella alla fragola (4 punti).
2. Calcola quante differenti password di 5 caratteri si possono ottenere utilizzando le prime 8 lettere dell'alfabeto italiano supponendo che
  - (a) ogni password deve contenere lettere tutte diverse tra loro;
  - (b) una password può contenere anche lettere uguali. (4 punti)
3. In numero di pacchi di pasta che si vendono al giorno in un negozio è una variabile aleatoria  $X$  con media  $\mu = 30$  e varianza  $\sigma^2 = 5$ . Con quale valore minimo di probabilità si può asserire che il numero di clienti sia compreso tra 27 e 33? (4 punti)
4. La quantità di latte (in litri) contenuta nelle bottiglie prodotte da una certa azienda si può interpretare come una variabile aleatoria normale di varianza 0,1. Si estrae un campione casuale di 25 bottiglie e si trova una quantità media di latte contenuto uguale a 0,9 litri. L'azienda ritiene che il processo di riempimento delle bottiglie sia "in controllo" se la quantità media di latte contenuta in esse è di 1 litro, come dichiarato sulle confezioni. Costruisci un *test statistico* per stabilire, sulla base dei dati del campione e con un livello di significatività del 5%, se il processo di riempimento è in controllo. *Nel costruire il test specifica quali sono le varie fasi, disegna il grafico relativo alla normale standard indicando su di esso i valori critici (o il valore critico), le aree relative alla zona critica e di accettazione e le loro rispettive misure. Sapendo che il valore critico  $k = 1,96$  scrivi la relazione algebrica che lega  $\alpha$  e  $k$ .* (8 punti)
5. Enuncia e dimostra il *la legge dei grandi numeri*. (4 punti)