Prova 28/3/2018

1

$$(X \to (Y \land Z)) \to ((X \to Z) \lor (Y \to Z))$$

$\neg(X \to (Y \land Z))$ $\qquad$ $(X \to Z) \lor (Y \to Z)$

$X, \neg(Y \land Z)$ $\qquad$ $X \to Z$ $\qquad$ $Y \to Z$

$X, \neg Y$ $\qquad$ $X, \neg Z$ $\qquad$ $\neg X$ $\qquad$ Z $\qquad$ $\neg Y$ $\qquad$ Z

La formula è soddisfacibile. Per capire se è una tautologia faccio il tableau della sua negata

$$\neg((X \to (Y \land Z)) \to ((X \to Z) \lor (Y \to Z)))$$

$$X \to (Y \land Z), \neg((X \to Z) \lor (Y \to Z))$$

$$X \to (Y \land Z), \neg(X \to Z), \neg(Y \to Z)$$

$$X \to (Y \land Z), X, \neg Z, Y, \neg Z$$

$\neg X, X, \neg Z, Y$ $\qquad$ $Y \land Z, X, \neg Z, Y$

$\#$ $\qquad$ $Y, Z, X, \neg Z$

$\#$

Quindi la formula P è una tautologia.

Tavola di verità

X	Y	Z	$X\to(Y\wedge Z)$	$X\to Z$	$Y\to Z$	$(X\to Z)\vee(Y\to Z)$	P
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

---

2. $$((\neg Y\wedge X)\vee(\neg Z\vee X))\to X \equiv$$

$$\equiv \neg((\neg Y\wedge X)\vee(\neg Z\vee X))\vee X \equiv (\neg(\neg Y\wedge X)\wedge\neg(\neg Z\vee X))\vee$$

$$\equiv ((Y\vee\neg X)\wedge(Z\wedge\neg X))\vee X$$

Per trasformare in CNF uso la distributivit

$$(A\wedge B)\vee C \equiv (A\vee C)\wedge(B\vee C)$$

$$(Y\vee\neg X\vee X)\wedge(Z\wedge\neg X\vee X)$$ CNF.

Per trasformare in DNF uso la distrib.

$$(A\vee B)\wedge C \equiv (A\wedge C)\vee(B\wedge C)$$

$$((Y\wedge Z\wedge\neg X)\vee(\neg X\wedge Z\neg X))\vee X$$ DNF

(3)

$$m(P) = m(X \to (Y \wedge Z)) + m((X \to Z) \vee (Y \to Z)) =$$

$$= m(X) + m(Y \wedge Z) + m(X \to Z) + m(Y \to Z) =$$

$$= 0 + m(Y) + m(Z) + m(X) + m(Z) + m(Y) + m(Z) =$$

$$= 0$$

(4) Con i tableaux

$$X, (X \vee Y) \to Z, \neg(Z \vee Y)$$

$$|$$

$$X, (X \vee Y) \to Z, \neg Z, \neg Y$$

$$X, \neg(X \vee Y), \neg Z, \neg Y \qquad\qquad X, Z, \neg Z, \neg Y$$

$$\#$$

$$|$$

$$\underline{X, \neg X}, \neg Y, \neg Z, \neg Y$$

$$\#$$

Il tableau è chiuso quindi

$$\{X, (X \vee Y) \to Z\} \models Z \vee Y$$

Controlliamo con la tavola di verità:

X	Y	Z	$(X \vee Y) \to Z$	$Z \vee Y$
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

le valutazioni che soddisfano X e $(X \vee Y) \to Z$ sono la sesta e l'ottava e soddisfano anche $Z \vee Y$

(5) $S = \{\{A, B, C\}, \{A, \neg B, D\}, \{B, C, D\}, \{A, C, E\}, \{\neg A\}\}$

Scelgo A come pivot

$S_1 = \{\cancel{\{B, C, D\}}, \{B, C\}, \{\neg B, D\}, \{C, E\}\}$

Scelgo B

$S_2 = \{\{C, E\}, \{C, D\}\}$

Scelgo C

$S_3 = \phi$

Quindi S è soddisfacibile. Per trovare una valutazione che lo soddisfa

Cerco una valutaz. di C che soddisfa S_2 che è $C = 1$ (fissiamo anche $D = 1$, $E = 1$)

~~Quindi~~ cerco una valutaz. di B che soddisfa S_1

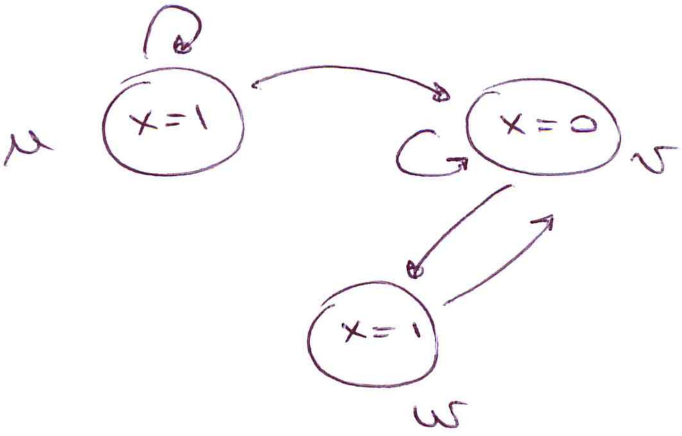
$B = 0$ (poteva anche essere $B = 1$)

e infine una valutaz. di A che soddisfa S

$A = 0$

Quindi la valutaz. $A=0, B=0, C=1, D=1, E=1$ soddisfa l'insieme S

6



Calcolo i valori delle formule
Mx e $Mx \to x$ nei tre mondi

$I(Mx, u) = 1$

$I(Mx, v) = 1$

$I(Mx, w) = 0$

$I(Mx \to x, u) = 1$

$I(Mx \to x, v) = 0$

$I(Mx \to x, w) = 1$

Quindi

$I(L(Mx \to x), u) = 0$ perché uRv e
$I(Mx \to x, v) = 0$

$I(L(Mx \to x), v) = 0$ come sopra

$I(L(Mx \to x), w) = 0$