

**Esame di Probabilità e statistica per l'informatica, 2020/2021,
Varese, 20 Gennaio 2021, Docente: Stefania Boffa (gB)**

1. Siano S_1 e S_2 due sacchetti ognuno dei quali contiene 10 biglie:
 - il sacchetto S_1 contiene 7 biglie rosse e 3 gialle;
 - il sacchetto S_2 contiene 3 biglie rosse e 7 gialle.
 - (a) Calcola la probabilità che Alice estraendo quattro biglie *senza rimpiazzo* dal sacchetto S_2 ottenga esattamente due biglie rosse; (3 punti)
 - (b) Calcola la probabilità che Alice estraendo quattro biglie *senza rimpiazzo* dal sacchetto S_2 ottenga *due biglie rosse e due gialle* oppure *una biglia rossa e 3 gialle*; (3 punti)
 - (c) Adesso Alice sceglie a caso uno dei due sacchetti da cui estrae 4 palline *senza rimpiazzo*. Supponiamo inoltre che la probabilità che Alice scelga il sacchetto S_2 è di $\frac{1}{4}$. Calcola la probabilità che Alice scelga il sacchetto S_2 sapendo che dall'estrazione ha ottenuto esattamente due biglie rosse (4 punti).
2. Un gruppo di 8 dipendenti di un'azienda decide di mandare una delegazione di 3 di loro a esporre delle lamentele alla direzione.
 - (a) Quante delegazioni diverse sono possibili?
 - (b) Supposto che debba fare parte della delegazione il rappresentante sindacale, che è uno degli 8 dipendenti, quante delegazioni sono possibili? (4 punti)
3. Calcola il valore di k affinché la funzione

$$f(x) = \begin{cases} kx & \text{se } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

sia una densità di probabilità. Quanto vale $P(X \leq 2)$? (4 punti)

4. La durata media di una batteria è una variabile aleatoria normale, di media 600 ore e deviazione standard 40 ore. Al fine di incrementare la durata media delle batterie, l'azienda prova a produrre batterie secondo un nuovo processo di produzione, quindi sottopone a un test 20 batterie del nuovo tipo, trovando che la loro durata media risulta di 630 ore. A un livello di significatività del 5%, si può ritenere che il nuovo processo produttivo sia efficace nell' aumentare la durata delle batterie? *Nel costruire il test specifica quali sono le varie fasi, disegna il grafico relativo alla normale standard indicando su di esso i valori critici (o il valore critico), le aree relative alla zona critica e di accettazione e le loro rispettive misure. Sapendo che il valore critico $k = 1,96$ scrivi la relazione algebrica che lega α e k .* (8 punti)
5. Enuncia e dimostra il *teorema delle probabilità totali*. (4 punti)