

Esercizi: Calcolo combinatorio

Esercizio 1. In quanti modi possibili 6 persone possono disporsi in fila?

Svolgimento. Oggetti iniziali: $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$. Esempi di possibili disposizioni in fila: $P_1P_6P_5P_2P_3P_4$, $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$, $n = k$, l'ordine conta e non ci sono ripetizioni. Devo considerare le permutazioni semplici di 6 oggetti: $P_6 = 6! = 720$.

Esercizio 2. In quanti modi diversi una colonna della schedina può essere riempita con 4 segni 1, 6 segni x e 3 segni 2?

Svolgimento. Esempio di schedina: 1111xxxxx222. Cambiando l'ordine dei simboli otteniamo tutte le possibili schedine. Stiamo quindi parlando di permutazioni con ripetizione di 13 oggetti dove 1 si ripete quattro volte, x sei volte e 2 tre volte.

$$P_{13}^* = \frac{13!}{4!6!3!}.$$

Esercizio 3. Un'urna contiene 10 palline numerate da 1 a 10. Se ne estraggono successivamente 4, senza mettere la pallina nell'urna prima di estrarre la successiva. Quante possibili estrazioni sono possibili tenendo conto dell'ordine di estrazione?

Svolgimento. Oggetti iniziali: $1, \dots, 10$. Esempi di estrazioni: 1234, 4378, $n=10$ e $k=4$, l'ordine conta e non ci sono ripetizioni, quindi

$$D_{10,4} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040.$$

Esercizio 4. Si lanciano contemporaneamente 5 dadi. Quante sono le possibili combinazioni di numeri che si possono ottenere senza tener conto dell'ordine?

Svolgimento. Oggetti iniziali: 1,2,3,4,5,6. Esempi di combinazioni: 12345, 11111, 14326, L'ordine non conta e ci possono essere ripetizioni. Tutte le combinazioni di numeri sono quindi combinazioni con ripetizione con $n = 6$ e $k = 5$:

$$C_{6,5}^* = \binom{6+5-1}{5} = \binom{10}{5} = 252.$$

Esercizio 5. Quanti sono le possibili terne che posso giocare al gioco del lotto?

Svolgimento. Oggetti iniziali: $1, \dots, 90$. Esempi di terne: 2-3-4, 6-90-80, L'ordine non conta (2-3-4=3-4-2) e non ci sono ripetizioni. Tutte le possibili terne sono combinazioni semplici con $n = 90$ e $k = 3$.

$$C_{90,3} = \binom{90}{3} = \frac{90!}{87!3!} = 117480.$$

Esercizio 6. *Quanti sono tutti i possibili anagrammi della parola RAMO?*
[Sol: $\frac{1}{4}$]

Esercizio 7. *Quanti sono tutti i possibili anagrammi della parola TORONTO?*
[420]

Esercizio 8. *Consideriamo i numeri di cinque cifre aventi come cifre soltanto 1 o 2; per esempio: 21211, 11222 e così via... Quanti sono?* [Sol: 2^5]

Esercizio 9. *In una società di 30 persone si devono eleggere un coordinatore, un segretario e un tesoriere. Quante sono le scelte possibili?* [Sol: 24360]

Esercizio 10. *Quanti numeri di 4 cifre, tutte dispari, si possono scrivere?*
[625]

Esercizio 11. *Un lotto di 15 telefoni cellulari ne contiene 3 difettosi. Viene scelto a caso un campione di 4 telefoni tra i 15 del lotto. Quanti dei possibili campioni contengono almeno un pezzo difettoso?* [Sol: 870]

Esercizio 12. *La targa di un motorino è costituita da due lettere, due numeri e due lettere. Supponendo che le lettere possono essere scelte a caso dalle 26 dell'alfabeto anglosassone e che ciascun numero possa essere una cifra qualsiasi tra 0 e 9, quanti motorini diversi si possono immatricolare?*
[Sol: 45697600]

Esercizio 13. *5 italiani, 4 francesi e 2 tedeschi devono sedersi in fila. Le persone della stessa nazionalità devono rimanere vicine. In quanti modi di possono disporre?* [3!5!2!4!]

Esercizio 14. *Il comandante di un plotone di 12 soldati deve garantire un turno di guardia all'ingresso principale, all'armeria, all'autorimessa e all'ingresso secondario. In quanti modi diversi può disporre i suoi uomini?*
[Sol: 11880]

Esercizio 15. *Quanti sono i sottoinsiemi di 3 elementi dell'insieme $E = \{a, b, c, d, e\}$?* [Sol: 10]

Esercizio 16. *Paolo vuole sistemare su un ripiano vuoto della sua libreria 4 libri di letteratura, 3 libri di storia e 1 libro di matematica. Determina in quanti modi è possibile disporre i libri:*


(a) *se essi possono essere sistemati in ordine qualunque;*

(b) *se i libri di letteratura vanno messi vicini tra loro e quelli di storia vanno messi vicini tra loro;*

(c) se i libri di letteratura vanno messi vicini tra loro, mentre gli altri possono essere sistemati in qualunque ordine.

[Sol: a:40320, b:864; c:2880]

Esercizio 17. Calcola il numero di strette di mano che possono scambiarsi 8 persone, nell'ipotesi che ciascuno stringa la mano una e una sola volta a tutti gli altri [Sol:28].

Esercizio 18. Si vogliono inserire 5 palline (blu, rosse o gialle) in un'urna. In quanti modi è possibile riempire l'urna? 

Esercizio 19. Quante parole (anche senza significato) di 3 diverse consonanti e 2 diverse vocali si possono formare con l'alfabeto di 21 lettere? [672000]

Esercizio 20. 5 palline rosse, 2 bianche e 3 azzurre devono essere sistemate in fila; se tutte le palline dello stesso colore sono indistinguibili, quante sistemazioni sono possibili? [2520]