1

CAPITOLO 1 ESERCIZI

1 $|A| = 4$ $|B| = 6$

L'unica affermazione sempre vera è: $A \cup B$ ha più elementi di $A \cap B$.

2 $A \cap B = \{4, 6, 8, 10, 14\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 14, 16, 21\}$

$A \setminus B = \{1, 3, 7, 13, 21\}$

$B \setminus A = \{2, 12, 16\}$

L'UNICA AFFERMAZIONE VERA È:
$\{1, 2, 3, 4\} \subseteq A \cup B$

3 $|R| = 5$ $|S| = 4$ $|T| = 3$

$R \cap S = \{a, b, c\}$
$R \cup S = \{a, b, c, d, \{a, b\}, \{c, d\}\}$
$T \cap S = \{c, d\}$
$T \cup S = \{a, b, c, d, \{a, b\}\}$
$R \cap T = \{\{a, b\}, c\}$
$R \cup T = \{a, b, c, d, \{a, b\}, \{c, d\}\}$

4 LE AFFERMAZIONI VERE SONO:

$a \in A$ $\{a, 2\} \subseteq A$ $\{\{1\}\} \subseteq A$
$\{a\} \subseteq A$ $\{a, b\} \in A$ $\{a, \{a, b\}\} \subseteq A$

(5) LE AFFERMAZIONI VERE SONO:

$A \subseteq B$

$D \cap B = A$

A e C SONO DISGIUNTI

(6) LE AFFERMAZIONI VERE SONO:

$D \subseteq B$

$B \cup D = B$

(7) $|\mathcal{P}(X)| = 2^3 = 8$

$\mathcal{P}(X) = \{ \{\}, \{a\}, \{\{a\}\}, \{b\}, \{a, \{a\}\}, \{a, b\}, \{\{a\}, b\}, \{a, \{a\}, b\} \}$

(8) $\mathcal{P}(A) = \{ \{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\} \}$

$\mathcal{P}(B) = \{ \{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \{d\}, \{a, d\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\} \}$

(9) $|S \times T| = |S| \cdot |T| = 3 \cdot 2 = 6$

$S \times T = \{ (a, 1), (b, 1), (c, 1), (a, 2), (b, 2), (c, 2) \}$

10 $|\mathcal{P}(\{a,b\} \times \{1,2\})| = 2^4 = 16$

$\{a,b\} \times \{1,2\} = \{(a,1),(a,2),(b,1),(b,2)\}$

$\mathcal{P}(\{a,b\} \times \{1,2\}) = \{ \{\}, \{(a,1)\}, \{(a,2)\}, \{(b,1)\},$
$\{(b,2)\}, \{(a,1),(a,2)\}, \{(a,1),(b,1)\},$
$\{(a,1),(b,2)\}, \{(a,2),(b,1)\}, \{(a,2),(b,2)\},$
$\{(b,1),(b,2)\}, \{(a,2),(b,1),(b,2)\},$
$\{(a,1),(b,1),(b,2)\}, \{(a,1),(a,2),(b,2)\},$
$\{(a,1),(a,2),(b,1)\}, \{a,b\} \times \{1,2\} \}$

11

$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 6$

$|\mathcal{P}(A \cap B)| = 2$

$|A \times B| = 12$

$|A \times \mathcal{P}(A)| = 4 \cdot 2^4$

$|\mathcal{P}(A \times \mathcal{P}(A))| = 2^{4 \cdot 2^4}$

$|\mathcal{P}(A \times B)| = 2^{12}$

$|\mathcal{P}(\mathcal{P}(B))| = 2^{2^3}$

$|\mathcal{P}((A \cup B) \times B)| = 2^{6 \cdot 3}$

$|\mathcal{P}((A \cup B) \times (A \cap B))| = 2^{6 \cdot 1}$

12 ESISTE UNO STUDENTE BRAVO CHE NON SUPERA L'ESAME DI ALGEBRA E GEOMETRIA AL PRIMO APPELLO

13 OGNI PROFESSORE NON È CONTEMPORANEAM. SIA SIMPATICO CHE BRAVO

14 • $A \cap B \subseteq A \cup B$

Dim Se $x \in A \cap B$ ALLORA $x \in A$ e $x \in B$ QUINDI $x \in A \cup B$

• SE $A \subseteq B$ ALLORA $A \cap B = A$ e $A \cup B = B$

Dim SAPPIAMO CHE VALE SEMPRE

$A \cap B \subseteq A$ e $B \subseteq A \cup B$.

DIMOSTRIAMO CHE SE $A \subseteq B$ ALLORA VALGONO ANCHE LE INCLUSIONI INVERSE.

SE $x \in A \subseteq B$ ALLORA $x \in B$ E QUINDI $x \in A \cap B$

QUINDI $A \subseteq A \cap B$ QUINDI $A = A \cap B$.

Se $x \in A \cup B$ ALLORA O $x \in B$ OPPURE $x \in A$ MA ANCHE IN QUESTO CASO $x \in B$ QUINDI $A \cup B \subseteq B$

QUINDI $A \cup B = B$.

5

- SE $A \not\subseteq B$ ALLORA $A \cap B \neq A$

<u>DIM</u> SE $A \not\subseteq B$ ALLORA ESISTE $a \in A$ TALE CHE $a \notin B$
QUINDI ESISTE $a \in A$ e $a \notin A \cap B$
E QUINDI $A \neq A \cap B$

$\longmapsto$

- Se $S, T \in \mathcal{P}(A)$ ALLORA $S \cap T \in \mathcal{P}(A)$

<u>DIM</u> Se S e T SONO SOTTOINSIEMI DI A, ALLORA OGNI ELEMENTO DI $S \cap T$ E' UN ELEMENTO DI S e DI T E QUINDI E' UN ELEMENTO DI A.
QUINDI $S \cap T \subseteq A$
E CIOÈ $S \cap T \in \mathcal{P}(A)$.

$\longmapsto$

- $A \setminus B \subseteq A$

<u>DIM</u> Se $x \in A \setminus B$ ALLORA $x \in A$ e $x \notin B$ QUINDI DATO CHE $x \in A$ SI HA

$A \setminus B \subseteq A$.