

**Esame di Probabilità e statistica per l'informatica, 2020/2021,  
Varese, 7 Settembre 2021, Docente: Stefania Boffa**

1. Siano  $U_1$  e  $U_2$  due urne ognuna delle quali contiene 10 palline:
  - L'urna  $U_1$  contiene 7 biglie bianche e 3 nere;
  - L'urna  $U_2$  contiene 3 biglie bianche e 7 nere.
  - (a) Calcola la probabilità che estraendo quattro biglie *senza rimpiazzo* dall'urna  $U_2$  si ottengano esattamente due palline bianche; (3 punti)
  - (b) Calcola la probabilità che estraendo quattro palline *senza rimpiazzo* dall'urna  $U_2$  si ottengano *due palline bianche e due nere* oppure *una pallina bianca e tre nere*; (3 punti)
  - (c) Adesso si sceglie a caso una delle due urne da cui si estraggono 4 palline *senza rimpiazzo*. Supponiamo inoltre che la probabilità di scegliere l'urna  $U_2$  è di  $\frac{1}{4}$ . Calcola la probabilità che si scelga l'urna  $U_2$  sapendo che dall'estrazione si sono ottenute esattamente due palline bianche (4 punti).
  
2. 9 studenti lavorano per un progetto, ma soltanto 3 dovranno presentare i risultati finali in un seminario.
  - (a) Quanti gruppi diversi di 3 studenti sono possibili?
  - (b) Supposto che lo studente che tra i 9 ha la media più alta debba fare parte del gruppo di presentazione, quanti gruppi diversi sono possibili? (4 punti)
  
3. Il numero di persone che visitano la mostra M in un giorno è una variabile aleatoria  $X$  con media  $\mu = 80$  e varianza  $\sigma^2 = 5$ . Con quale valore minimo di probabilità si può asserire che tale numero persone sia compreso tra 70 e 90? (4 punti)
  
4. (a) Sulla base del seguente campione casuale estratto da una popolazione normale di varianza nota  $\sigma^2 = 2.5$ 

2.0   1.6   2.5   2.4   2.0   3.1   1.3   2.2   1.8   1.1

determinare l'intervallo di confidenza della media con  $\alpha = 95\%$ .

  - (b) Verificare l'ipotesi che in un lotto della valle di Lanaitto il numero medio di fichi d'india che arrivano a fioritura sia 3 con  $\sigma = 0.8$  ad un livello di significatività del 5%. Supponiamo che si facciano delle rilevazioni su un campione di 100 alberi e che la media rispetto a questo campione sia 2.84. *Nel costruire il test specifica quali sono le varie fasi, disegna il grafico relativo alla normale standard indicando su di esso i valori critici (o il valore critico), le aree relative alla zona critica e di accettazione e le loro rispettive misure.* (8 punti)
  
5. Enuncia e dimostra il *teorema delle probabilità totali*. (4 punti)