

**Esame di Logica - I Prova Intercorso 28/03/2018**

**Nome Cognome.....** **Matricola.....A**

Si risolvano i seguenti esercizi, motivando tutti i passaggi e scrivendo le definizioni che si ritengono opportune.

1. Si consideri la formula

$$P = (X \rightarrow (Y \wedge Z)) \rightarrow ((X \rightarrow Z) \vee (Y \rightarrow Z))$$

- a) Con il metodo dei tableaux, determinare se la formula  $P$  è soddisfacibile e se è una tautologia;  
b) Scrivere la tavola di verità di  $P$ .

2. Trasformare in DNF e CNF la seguente formula, usando le equivalenze logiche:

$$((\neg Y \wedge X) \vee (\neg Z \vee X)) \rightarrow X.$$

3. Per ogni formula  $P$  si consideri il numero  $n(P)$  definito come segue:

- Se  $P$  è una variabile proposizionale allora  $n(P) = 0$ ;
- Se  $P = \neg Q$  allora  $n(P) = n(Q) + 1$ ;
- Se  $P = P_1 * P_2$ , dove  $*$  è un qualsiasi connettivo binario, allora  $n(P) = n(P_1) + n(P_2)$ .

Se  $P = (X \rightarrow (Y \wedge Z)) \rightarrow ((X \rightarrow Z) \vee (Y \rightarrow Z))$  (come nell'esercizio 1) si calcoli  $n(P)$ .

4. Utilizzando i tableaux o le tavole di verità (o entrambi) verificare che la formula  $Z \vee Y$  è una conseguenza logica dell'insieme  $\{X, (X \vee Y) \rightarrow Z\}$ .

5. Usando la procedura di Davis-Putnam, decidere se il seguente insieme di clausole è soddisfacibile oppure no:

$$\{\{A, B, C\}, \{A, \neg B, D\}, \{B, C, D\}, \{A, C, E\}, \{\neg A\}\}$$

Nel caso in cui sia soddisfacibile, trovare una valutazione che lo soddisfi.

6. Si consideri la formula  $L(Mx \rightarrow x)$  e si valuti il suo valore di verità in tutti i mondi della struttura di Kripke  $(X, R)$  dove  $X = \{u, v, w\}$  e  $R = \{(u, u), (u, v), (v, v), (v, w), (w, v)\}$  rispetto alla valutazione  $I$  tale che  $I(x, u) = 1$ ,  $I(x, v) = 0$  e  $I(x, w) = 1$ .