

**Esame di Probabilità e statistica per l'informatica, 2020/2021,
Varese, 8 Luglio 2021, Docente: Stefania Boffa**

1. Nella dispensa sono disposte due ceste di mele. Nella prima cesta il 70% sono mature, mentre le altre sono acerbe; nella seconda cesta il 90% sono mature, mentre le altre sono acerbe. Si sceglie a caso una delle due ceste e si estrae da essa una mela a caso.
 - (a) Qual è la probabilità che la mela estratta sia matura?
 - (b) Sapendo che la mela è risultata matura, qual è la probabilità che provenga dalla prima cesta?
 - (c) Qual è la probabilità che la mela estratta non sia matura sapendo che è stata scelta la prima cesta?
2. Un'urna contiene 2 palline rosse e 4 nere. Due giocatori A e B giocano nel modo seguente: 3 le palline vengono estratte l'una dopo l'altra dall'urna e messe da parte. A vince se almeno una delle palline è rossa, altrimenti vince B. Calcolare
 - (a) la probabilità che A vinca. (3 punti)
 - (b) la probabilità che A vinca se le palline estratte vengono reinserite volta per volta nell'urna. (3 punti)
3. Quanti sono i numeri di 3 cifre che si possono scrivere senza mai utilizzare lo zero? Fra di essi, sono in numero maggiore quelli in cui compare almeno 1 volta la cifra 1 o quelli in cui non compare? (3 punti)
4. Nella produzione di semiconduttori non è possibile controllare esattamente la resistenza degli elementi prodotti. Supponiamo che vengano misurati i valori della resistenza per $n = 81$ semiconduttori, ottenendo una media di 1.2 e una varianza di 0.4.
 - (a) Determinare l'intervallo di confidenza al 95% per la media della resistenza dei semiconduttori prodotti. (4 punti)
 - (b) Al livello di significatività $\alpha = 5\%$ è possibile accettare l'ipotesi nulla $H_0 : \mu = 1.3$ contro $H_1 : \mu \neq 1.3$? *Nel costruire il test specifica quali sono le varie fasi, disegna il grafico relativo alla normale standard indicando su di esso i valori critici, le aree relative alla zona critica e di accettazione e le loro rispettive misure.* (4 punti)
5. Enuncia e dimostra il *teorema di Bayes* (4 punti).