

Esercizi: Disuguaglianza di Chebyshev

Esercizio 1. Una variabile aleatoria X ha valor medio $\mu = 6$ e deviazione standard $\sigma = \sqrt{2}$; trovare una stima della probabilità che la variabile aleatoria X assuma valori compresi tra 4.5 e 7.5.

Svolgimento. Dobbiamo calcolare $P(4.5 \leq X \leq 7.5)$. Osserviamo che $(4.5, 7.5)$ è un intervallo simmetrico con centro $\mu = 6$. Per la disuguaglianza di Chebyshev, $P(4.5 \leq X \leq 7.5) \geq 1 - \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$, dove $\varepsilon = 1.5$; quindi $P(4.5 \leq X \leq 7.5) \geq 1 - \frac{2}{(1.5)^2} = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$.

Esercizio 2. Il numero di automobili prodotte da una fabbrica in una settimana è una variabile aleatoria X con valor medio $\mu = 500$ e varianza $\sigma^2 = 100$. Qual è la probabilità che questa settimana la produzione sia compresa fra 400 e 600 automobili? (Sol. 0.99)

Esercizio 3. Dall'esperienza passata, un docente sa che se si sceglie uno studente a caso, il suo punteggio all'esame di fine corso di laurea sarà una variabile casuale di media 75. Supponendo che sia nota anche la varianza di tale variabile aleatoria, pari a 25, con quale valore minimo di probabilità si può asserire che uno studente ottenga un punteggio compreso tra 65 e 85? (Sol. $\frac{3}{4}$)

Esercizio 4. Supponiamo che X sia una variabile aleatoria con media e varianza entrambe uguali a 20. Che cosa si può dire sulla $P(0 \leq X \leq 40)$? (Sol. è compresa tra 0.95 e 1)

Esercizio 5. Il numero di clienti che visitano un concessionario di auto al sabato mattina è una variabile casuale X con media $\mu = 18$ e deviazione standard $\sigma = 2,5$. Con quale valore minimo di probabilità si può asserire che il numero di clienti sia compreso tra 8 e 28? (Sol. $\frac{15}{16}$)