

Esercizi di Logica - 4

1. Usando il metodo dei tableaux, stabilire se le seguenti formule e le loro negazioni sono soddisfacibili oppure no:

- $(\forall x A(x) \wedge \forall y B(y)) \rightarrow \forall x \exists y (A(x) \wedge B(y))$
- $\forall x (A(x) \rightarrow \exists y (A(y) \wedge R(x, y)))$
- $\forall x (A(x) \wedge B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \wedge \forall x B(x))$

2. Sull'insieme $D = \{a, b, c, d, e\}$ trovare una interpretazione di R tale che le seguenti formule siano soddisfatte:

- $\exists x \exists y R(x, y)$
- $\forall x \exists y R(x, y)$
- $\exists x \exists y \neg R(x, y)$
- $\exists x \forall y R(x, y)$

3. Trasformare in forma di Skolem e scrivere l'universo di Herbrand delle seguenti formule:

- $\varphi_1 = \exists x \exists y \forall z ((A(x, y) \wedge C(z)) \rightarrow B(x))$
- $\varphi_2 = \forall x \forall y \exists z (A(x, y) \rightarrow C(z))$
- $\varphi_3 = \exists x \forall y \exists z ((A(x, y) \wedge B(z)) \rightarrow (A(y, z) \wedge B(x)))$

Cercare un modello di Herbrand per tali formule.

4. Si consideri la formula

$$\forall x \exists y (A(x, y) \rightarrow B(f(x))).$$

Si descrivano due strutture in cui interpretarla, una con dominio $D = \mathbb{N}$ e l'altra con dominio $D = \{a, b, c, d\}$. Dire se tali strutture sono un modello per la formula e motivare la risposta.

5. Si consideri il seguente programma:

$$\begin{aligned} &Q(a, b) \\ &Q(b, c) \\ &P(x, y), \neg Q(x, z), \neg Q(z, y) \\ &P(x, y), \neg Q(x, y) \\ &P(x, y), \neg Q(y, x) \end{aligned}$$

e si mostri utilizzando la risoluzione SLD se ognuna delle seguenti formule è una conseguenza logica o meno del programma:

$$P(a, c), P(a, a), P(b, a).$$