

Nome Cognome.....

Matricola.....

Si risolvano i seguenti esercizi, motivando tutti i passaggi e scrivendo le definizioni che si ritengono opportune.

1. Utilizzando un linguaggio contenente una costante c , un simbolo di funzione unaria f , un predicato unario P e un predicato binario Q , si scriva un esempio di formula φ che contenga i simboli c, f, P e Q , un numero a scelta di variabili e almeno due quantificatori e un connettivo proposizionale.

Si definisca una struttura $\mathcal{A} = (D, I)$ ed eventualmente una interpretazione delle variabili e nella quale interpretare la formula φ (non c'è bisogno che sia un modello).

2. Sul dominio $D = \{a, b, c, d\}$ si considerino l'interpretazione del predicato unario A data da $I(A) = \{b, d\}$ e l'interpretazione del predicato binario R data dalla tabella

	a	b	c	d
a		✓		
b		✓	✓	✓
c		✓		
d	✓		✓	

Si dica se valgono i seguenti fatti:

- $(D, I) \models \forall x \exists y R(x, y)$
- $(D, I) \models \forall x \exists y \neg R(x, y)$
- $(D, I) \models \forall x \exists y (R(x, y) \wedge A(y))$
- $(D, I) \models \exists x \exists y (A(x) \wedge A(y) \wedge R(x, y))$

3. Utilizzando il metodo dei tableaux, dimostrare che la formula

$$(\exists x A(x)) \wedge (\exists x B(x)) \rightarrow (\exists x (A(x) \wedge B(x)))$$

non è valida e mostrare un modello della sua negazione (costruito a partire da un ramo aperto del tableau).

4. Si consideri la formula

$$\varphi = \forall x \exists y \forall z ((A(c, f(x)) \wedge B(z)) \rightarrow D(y, z)).$$

Trasformare φ in forma di Skolem φ^S . Si scriva l'universo di Herbrand $H(\varphi^S)$ di φ^S . Supponendo che sia $I^H(A) = \{(c, c), (c, f(c))\}$ e $I^H(B) = \{c\}$, trovare una interpretazione $I^H(D)$ che soddisfi la formula φ^S .

5. Si calcoli la clausola risolvente delle seguenti clausole (dove x, y, z, h, k sono variabili):

$$\begin{aligned}C_1 &= \{A(f(x), f(c)), A(y, z), B(x, y), D(z)\} \\C_2 &= \{\neg A(f(c), f(f(h))), P(h)\}\end{aligned}$$

6. Dato il programma Π formato dalla seguenti clausole

$$\begin{aligned}\Pi &= \neg A(x, y), B(x, y) \\&\quad \neg A(x, z), \neg A(z, y), B(x, y) \\&\quad \neg A(y, x), \neg D(x, y), B(x, y) \\&\quad D(a, c) \\&\quad A(a, b) \\&\quad A(c, a)\end{aligned}$$

si provi tramite la risoluzione SLD che $B(a, c)$ è una conseguenza logica di Π (si parte dalla clausola goal $\neg B(a, c)$).