

**Esame di Probabilità e statistica per l'informatica, 2020/2021,  
Varese, 7 Giugno 2021, Docente: Stefania Boffa**

1. Paolo si reca in biblioteca per prendere in prestito due libri di suo interesse. La probabilità che il primo libro che desidera Paolo sia già in prestito è 0,4; la probabilità che il secondo libro che desidera Paolo sia già in prestito è 0,3. La probabilità che almeno uno dei due libri sia già in prestito è  $p$ .
  - (a) Esprimi in funzione di  $p$  la probabilità che entrambi i libri siano già in prestito. (3 punti)
  - (b) Determina per quale valore di  $p$  i due eventi il “primo libro è già in prestito” e “il secondo libro è già in prestito” sono indipendenti. (3 punti)
  - (c) Supponendo che gli eventi “primo libro è già in prestito” e “il secondo libro è già in prestito” sono indipendenti, determina la probabilità che esattamente uno dei due libri sia già in prestito. (3 punti)
2. Una sorgente binaria genera le cifre 0 e 1 rispettivamente con probabilità  $\frac{2}{5}$  e  $\frac{3}{5}$ . Calcolare:
  - (a) La probabilità che in una sequenza lunga 8 cifre si verifichi cinque volte 1 e tre volte 0. (3 punti)
  - (b) La probabilità che in una sequenza lunga 8 cifre vi sia almeno due volte 1. (3 punti)
3. Ho dieci libri che non ho ancor letto e voglio sceglierne almeno due, ma non più di tre, da portare in vacanza. Quante sono le scelte possibili? (3 punti)
4. Un'azienda produce palline da golf il cui peso dovrebbe essere di 45,92 g (peso dichiarato dall'azienda). In un lotto di 50 palline si osserva che il peso medio è di 43,25 g e la deviazione standard risulta di 2,5 g. Supponendo che il peso delle palline abbia una distribuzione normale:
  - (a) determina un intervallo di confidenza al livello del 95% per il peso medio delle palline; (4 punti)
  - (b) verifica, al livello di significatività del 5%, l'ipotesi che il processo di produzione dell'azienda rispetti le normative (cioè che il peso medio sia quello dichiarato). *Nel costruire il test specifica quali sono le varie fasi, disegna il grafico relativo alla normale standard indicando su di esso i valori critici, le aree relative alla zona critica e di accettazione e le loro rispettive misure.* (4 punti)
5. Enuncia e dimostra il *teorema di Bayes* (4 punti).