ESERCIZI SULLA VARIABILE ALEATORIA BINOMIALE CON SOLUZIONE

ESERCIZIO 1.
Un promotore finanziario intende fare visita a 8 clienti. In ogni visita può concludere un contratto o no. Sapendo che la probabilità con cui il promotore può concludere un contratto in una visita è pari a 0.7, si determini il valore numerico (arrotondato a tre cifre decimali) della probabilità che il promotore concluda almeno 7 contratti nelle 8 visite.
Soluzione. v.a. X = "numero di contratti conclusi in 8 visite", con p = 0.7 probabilità di concludere un contratto in una visita, $X \sim Be\left(0.7;8\right)$, è richiesta $P\left(X \geq 7\right)$ il cui valore si ottiene come segue

$$\left.\begin{array}{l} p_X(7) = \binom{8}{7} 0.7^7 \left(1-0.7\right)^{8-7} = 8 \cdot 0.7^7 \cdot 0.3 = 0.1977 \\ p_X(8) = \binom{8}{8} 0.7^8 \left(1-0.7\right)^{8-8} = 0.7^8 = 0.0576 \end{array}\right\} \Rightarrow P(X \geq 7) == p_X\left(7\right) + p_X\left(8\right) = 0.255$$

ESERCIZIO 2.
Si consideri la variabile aleatoria (v.a.) $X \sim Bi\left(3;3/4\right)$. Si determini il valore numerico (arrotondato alla terza cifra decimale) della probabilità $P(X \leq 1)$.
Soluzione:
$P(1 \leq X \leq 2) = p_X(1) + p_X(2)$ dove

$$\left.\begin{array}{l} p_X(1) = \binom{3}{1} \frac{3}{4}\left(1-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^3} = 0,141 \\ p_X(2) = \binom{3}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(1-\frac{3}{4}\right) = 3\left(\frac{3}{4}\right)^2 \frac{1}{4} = 0,75^3 = 0,412 \end{array}\right\} \Rightarrow P(1 \leq X \leq 2) = 0,653$$

ESERCIZIO 3.
Si intende osservare il prezzo di un titolo quotato ogni mezz'ora per 7 volte. In particolare ogni volta si intende osservare se tale prezzo è maggiore di 12 euro oppure no. In ogni osservazione la probabilità che il prezzo del titolo sia maggiore di 12 euro è pari a 0.4. Si determini la probabilità il prezzo del titolo sia maggiore di 12 euro al massimo una volta.
Soluzione. v.a. X = "numero di volte (su 7) che il prezzo del titolo supera 12 euro", con p = 0.4 probabilità che il prezzo del titolo superi 12 euro in una qualsiasi delle 7 osservazioni, $X \sim Be\left(0.4;7\right)$, è richiesta $P\left(X \leq 1\right)$ il cui valore si ottiene come segue

$$\left.\begin{array}{l} p_X(0) = \binom{7}{0} 0.4^0 \left(1-0.4\right)^{7-0} = 0.6^7 = 0.0280 \\ p_X(1) = \binom{7}{1} 0.4\left(1-0.4\right)^{7-1} = 0.4 \cdot 0.6^6 = 0.0187 \end{array}\right\} \Rightarrow P(X \leq 1) == p_X\left(0\right) + p_X\left(1\right) = 0.047$$