Esercizi Logica I (solo logica dei predicati)

(5) $\forall x_2 \exists x_3 \neg \left(P_1(\underset{L}{\underline{x_1}}, \underset{V}{\underline{x_2}}) \vee P_2(\underset{V}{\underline{x_3}}, \underset{V}{\underline{x_2}}) \right) \wedge \exists x_2 \forall x_1 P(\underset{V}{\underline{x_1}}, \underset{V}{\underline{x_2}}, \underset{L}{\underline{x_3}}))$

$\exists x \exists y \left(A(\underset{V}{\underline{x}}, \underset{V}{\underline{y}}) \to B(\underset{V}{\underline{x}}) \right) \to \forall z\, C(\underset{V}{\underline{z}}) \vee D(\underset{L}{\underline{z}})$

(6) $(Q, e) \models P_1(v_2, v_6)$ ~~falso~~ vero perché $8 = 8$

$(Q, e) \models P_2(v_2, v_3)$ falso perché $8 \neq 2$

$(Q, e) \models P_3(v_3, v_1)$ falso perché 2 non è multiplo di 4

$(Q, e) \models P_3(v_6, v_3)$ vero perché 8 è multiplo di 2

$(Q, e) \models \forall v (P_1(v, v_1) \vee P_3(v, v_2))$ falso perché non è vero che ogni numero naturale o è 4 oppure è multiplo di 8

$(Q, e) \models P_3(v_3, v_2) \wedge \forall v\, P_2(v_1, v)$ falso perché 2 non è multiplo di 8

(7) La formula significa

"esiste un essere vivente x che è una persona e per ogni altro essere vivente y se y è un gatto e non è nero allora a x piace y"

Cioè

"esiste una persona alla quale piacciono tutti i gatti non neri" forma di Skolem

Forma prenessa: Dato che in $R(x)$ non compare la variabile y, la formula si può riscrivere come

$$\exists x \forall y \left(R(x) \wedge ((G(y) \wedge \neg N(y)) \to P(x,y)) \right)$$

e quindi in forma di Skolem è

$$\forall y \left(R(c) \wedge ((G(y) \to \neg N(y)) \to P(c,y)) \right)$$

La formula è soddisfacibile perché basta considerare

$D = \{c\}$

$I(R) = \{c\}$ $\quad I(G) = \{c\}$

$I(N) = \emptyset$

$I(P) = \{(c,c)\}$

---

(8)

$$\exists x \left(\neg U(x,c) \wedge \forall y\, M(x,y) \right)$$

$I(U) = \{(n,n) \mid n \in \mathbb{N}\}$ $\quad I(c) = 0$

$I(M) = \{(n,m) \mid n \leq m\}$

$$\exists x \forall y \left(\neg U(x,c) \wedge M(x,y) \right)$$

$$\forall y \left(\neg U(d,c) \wedge M(d,y) \right)$$

(9) $$\forall x \forall y (\neg U(x,y) \wedge A(x) \wedge A(y) \rightarrow \neg U(f(x), f(y)))$$

(10) $P_1(v_1, v_2)$ $P_2(v_1, v_1)$ sono formule atomiche

$$\forall v (P_1(v, v_2) \rightarrow \neg P_2(v_1, v_2))$$

$$\forall v_1 \exists v_2 (P_1(v_1, v_2) \wedge P_2(v_2, v_1) \rightarrow \exists v_3 P_1(v_1, v_3))$$