

## Esercizi: Disuguaglianza di Chebyshev

**Esercizio 1.** Una variabile aleatoria  $X$  ha valor medio  $\mu = 6$  e deviazione standard  $\sigma = \sqrt{2}$ ; trovare una stima della probabilità che la variabile aleatoria  $X$  assuma valori compresi tra 4.5 e 7.5.

**Svolgimento.** Dobbiamo calcolare  $P(4.5 \leq X \leq 7.5)$ . Osserviamo che  $(4.5, 7.5)$  è un intervallo simmetrico con centro  $\mu = 6$ . Per la disuguaglianza di Chebyshev,  $P(4.5 \leq X \leq 7.5) \geq 1 - \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$ , dove  $\varepsilon = 1.5$ ; quindi  $P(4.5 \leq X \leq 7.5) \geq 1 - \frac{2}{(1.5)^2} = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$ .

**Esercizio 2.** Il numero di automobili prodotte da una fabbrica in una settimana è una variabile aleatoria  $X$  con valor medio  $\mu = 500$  e varianza  $\sigma^2 = 100$ . Qual è la probabilità che questa settimana la produzione sia compresa fra 400 e 600 automobili? (Sol. 0.99)

**Esercizio 3.** Dall'esperienza passata, un docente sa che se si sceglie uno studente a caso, il suo punteggio all'esame di fine corso di laurea sarà una variabile casuale di media 75. Supponendo che sia nota anche la varianza di tale variabile aleatoria, pari a 25, con quale valore minimo di probabilità si può asserire che uno studente ottenga un punteggio compreso tra 65 e 85? (Sol.  $\frac{3}{4}$ )

**Esercizio 4.** Supponiamo che  $X$  sia una variabile aleatoria con media e varianza entrambe uguali a 20. Che cosa si può dire sulla  $P(0 \leq X \leq 40)$ ? (Sol. è compresa tra 0.95 e 1)

**Esercizio 5.** Il numero di clienti che visitano un concessionario di auto al sabato mattina è una variabile casuale  $X$  con media  $\mu = 18$  e deviazione standard  $\sigma = 2,5$ . Con quale valore minimo di probabilità si può asserire che il numero di clienti sia compreso tra 8 e 28? (Sol.  $\frac{15}{16}$ )