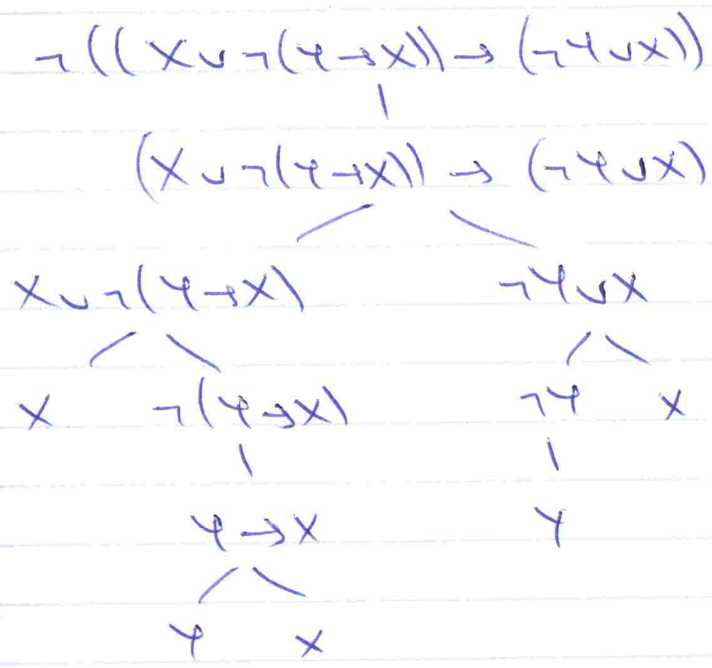
Esempio Prima prova Intercorso
Svolgimento

Es. 1

Albero di parsing



X	Y	$\neg(Y \to X)$	$X \vee \neg(Y \to X)$	$\neg Y \vee X$	P
0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0

Dalle tavole di verità si può ricavare la DNF che è

$$\neg X \wedge Y$$

Per ottenere la DNF tramite le equivalenze logiche si può procedere così:

$$P \equiv \neg(\neg(X \vee \neg(\neg Y \vee X)) \vee (\neg Y \vee X)) \equiv$$
$$\equiv (X \vee \neg(\neg Y \vee X)) \wedge \neg(\neg Y \vee X) \equiv$$
$$\equiv (X \vee (Y \wedge \neg X)) \wedge (Y \wedge \neg X) \equiv$$
$$\equiv (X \wedge Y \wedge \neg X) \vee (Y \wedge \neg X \wedge Y \wedge \neg X)$$

$\#$

Tableaux

$$\neg((X \vee \neg(Y \to X)) \to (\neg Y \vee X))$$
$$X \vee \neg(Y \to X),\ \neg(\neg Y \vee X)$$
$$X \vee \neg(Y \to X),\ Y \wedge \neg X$$

$X, Y, \neg X$ $\qquad$ $\neg(Y \to X), Y, \neg X$

$\#$ $\qquad$ $Y, \neg X, Y, \neg X$

non si chiude

Il tableau ha un ramo aperto quindi la formula è soddisfacibile.

2. $\neg((X \to (Y \lor Z)) \to ((X \to Y) \lor (X \to Z)))$

$X \to (Y \lor Z),\ \neg((X \to Y) \lor (X \to Z))$

$X \to (Y \lor Z),\ \neg(X \to Y),\ \neg(X \to Z)$

$X \to (Y \lor Z),\ X, \neg Y,\ X, \neg Z$

$\neg X, X, \neg Y, \neg Z$ $Y \lor Z, \neg Y, \neg Z$

#

$Y, \neg Y, \neg Z$ $Z, \neg Y, \neg Z$

#   #

Il tableau è chiuso quindi la formula negata è insoddisfacibile e la formula iniziale è una tautologia.

3. $a(P) = a((X \lor \neg(Y \to X)) \to (\neg Y \lor X)) =$
$= a(X \lor \neg(Y \to X)) + a(\neg Y \lor X) =$
$= a(X) + a(\neg(Y \to X)) + a(\neg Y) + a(X) =$
$= 2 + a(Y \to X) + a(Y) + 2 =$
$= 2 + a(Y) + a(X) + a(Y) + 2 = \underline{10}$

4. Si procede con la tavola di verità:

X	Y	Z	$X \to Y$	$\neg X \to Z$	$(X \land Y) \lor Z$	
0	0	0	1	0	0	
0	0	1	1	1	1	
0	1	0	1	0	0	
0	1	1	1	1	1	
1	0	0	0	1	0	
1	0	1	0	1	1	
1	1	0	1	1	1	
1	1	1	1	1	1	

Le valutazioni che soddisfano $\{X, X \to Y, \neg X \to Z\}$ sono solo le ultime due, e queste soddisfano ...

...

anche $(X \wedge Y) \vee Z$. Quindi

$$\{X, X \to Y, \neg X \to Z\} \models (X \wedge Y) \vee Z$$

5. $\{\{A, B, \neg C\}, \{\neg A, B, C\}, \{A, \neg B, D\}, \{A, B, \neg D\}, \{\neg B, \neg C, D\}\}$

Scelgo A come pivot

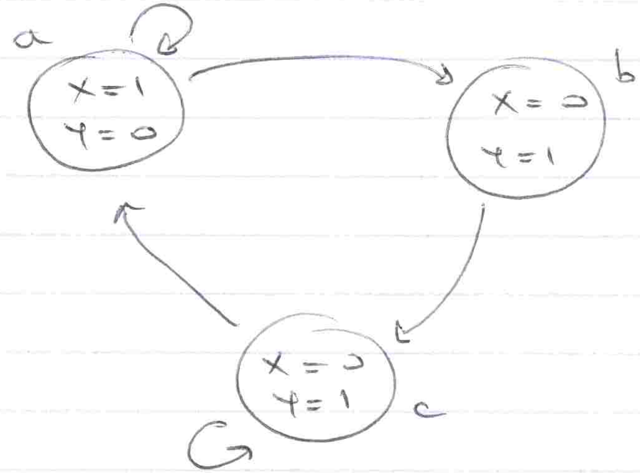
$S_1 = \{\{\neg B, \neg C, D\}, \{B, \cancel{\neg C, C}\}, \cancel{\{B, \neg B, C, D\}}, \{B, C, \neg D\}\}$

Scelgo B

$S_2 = \{\{\cancel{C, \neg C, D}, \neg D\}\} = \emptyset$

~~Sg~~ Quindi l'insieme è soddisfacibile.

6.



$\varphi = X \vee (\Box Y \to \Box X)$

Calcoliamo $I(\varphi, a)$
dato che $I(X, a) = 1$ allora
$I(\varphi, a) = 1$

Per calcolare $I(\varphi, b)$ calcoliamo
$I(\Box Y \to \Box X, b)$
$I(\Box Y, b) = 1$ perché esiste c
con bRc e $I(Y, c) = 1$
$I(\Box X, b) = 0$ perché non esiste
un mondo accessibile da b
in cui X vale 1

$\Rightarrow I(\Box Y \to \Box X, b) = 0$

e $I(\varphi, b) = 0$

Per calcolare $I(\varphi, c)$ calcolo $I(\neg Y \to \neg X, c)$

$I(\neg Y, c) = 1$ perché $I(Y, c) = 1$ e cRc

$I(\neg X, c) = 1$ perché $I(X, a) = 1$ e cRa

$\Rightarrow I(\neg Y \to \neg X, c) = 1$

$\Rightarrow I(\varphi, c) = 1$