Prova scritta del corso di: Algoritmi e Strutture Dati 7 gennaio 2016

Nome:	
Cognome:	
Matricola:	

1. Indicate per ciascuna delle seguenti asserzioni se è vera o falsa:

1.
$$3n = O(n)$$
: vero

2.
$$\log_{10} n = \Omega(n)$$
: falso

3.
$$4^n = O(2^n)$$
: falso $(4^n = 2^{2n})$

4.
$$2n^2 + \sqrt{n} = \Theta(n^2 + 2\log n)$$
: vero

5.
$$n^2 = \Omega(\sqrt{n})$$
: vero

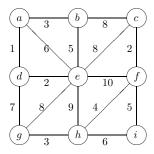
6.
$$\log_2 n = \Theta(\log_2 n^4)$$
: vero $(\log_2 n^4 = 4 \log_2 n)$

- 2. Esibite (codice o pseudocodice) un algoritmo non ricorsivo per la visita di un grafo. Che complessità ha la visita di un grafo con n vertici e m lati?
- Sol. Si vedano le procedure di visita in ampiezza e in profondità presenti nei lucidi del corso e sulle dispense. La complessità della visita è $\Theta(n+m)$ dato che ogni nodo nelle liste di adiacenza utilizzate per rappresentare il grafo viene visitato una e una sola volta.

- 3. Considerate l'equazione di ricorrenza $c_n = 3c_{n-1} 2c_{n-3}$ con le condizioni iniziali $c_0 = c_1 = c_2 = 1$, e scrivete una funzione che accetta in ingresso n e calcola c_n facendo uso della programmazione dinamica.
- Sol. Basta notare come il problema di posto n dipenda da quelli di posto n-1 e n-3, definendo quindi un ordine totale (da intendersi sui problemi) $3 < 4 < 5 < \ldots < n-1 < n$ che fornisce l'ordine di valutazione (tramite un semplice ciclo). In sintesi:

```
int c(int n)
{int c0,c1,c2,i,a;
  a=c0=c1=c2=1;i=2;
  while(i<n)
    {a=3*c2-2*c0;
    c0=c1;c1=c2;c2=a;
    i++;}
  return a;
}</pre>
```

4. Eseguite l'algoritmo di Prim sul grafo seguente, con nodo di partenza uguale a c. Per ogni iterazione mostrate il lato selezionato e l'insieme dei nodi di frontiera.



Sol.

1.
$$L = \{c, f\}, F = \{b, e, f\}$$

2.
$$L = \{f, h\}, F = \{b, e, h, i\}$$

3.
$$L = \{g, h\}, F = \{b, e, g, i\}$$

4.
$$L = \{f, i\}, F = \{b, d, e, i\}$$

5.
$$L = \{d, g\}, F = \{b, d, e\}$$

6.
$$L = \{a, d\}, F = \{a, b, e\}$$

7.
$$L = \{d, e\}, F = \{b, e\}$$

8.
$$L = \{a, b\}, F = \{b\}$$

- 5. Definite formalmente gli alberi 2-3-4. Sol.
 - i nodi interni contengono un valore (a) e hanno 2 figli oppure 2 valori (a,b) e 3 figli oppure 3 valori (a,b,c) e 4 figli;
 - tutte le foglie sono sullo stesso livello;

• i sottoalberi di un qualunque nodo interno v contengono tutti e soli i valori associati agli intervalli definiti dai valori contenuti in v ovvero: minori di a il primo sottoalbero, maggiori di a (o compresi tra a e b se esiste b) il secondo, maggiori di b (o compresi tra b e c se esiste c) il terzo, maggiori di c il quarto.