

ESERCIZI DI CALCOLO COMBINATORIO

- 1) Quanti oggetti possiamo differenziare con delle targhe di due simboli di cui il primo è una lettera dell'alfabeto latino e il secondo è una cifra da 0 a 9 ?

Soluzione : Le lettere possono essere scelte in 26 modi, le cifre in 10 modi : possiamo costruire 260 targhe diverse .

- 2) Supponiamo che il menu di un ristorante consista di 5 antipasti , 6 primi , 6 secondi e 4 dolci : quanti pasti completi (di quattro piatti) possiamo ordinare ?

Soluzione : Le quaterne ordinate (e quindi le scelte possibili) sono $5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 4 = 720$.

- 3) Quanti numeri di sei cifre hanno almeno una cifra pari ?

Soluzione : Abbiamo dieci cifre (0,1,...,9) : di queste ve ne sono cinque pari (0,2,4,6,8) e cinque dispari (1,3,5,7,9) . Vi sono $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 900000$ numeri con sei cifre (per la prima cifra devo escludere lo 0 e quindi ho 9 scelte anziché 10) e $5^6 = 15625$ numeri con sei cifre tutte dispari . I numeri di sei cifre aventi almeno una cifra pari sono quindi $900000 - 15625 = 884375$.

- 4) In una regione vi sono venti città , collegate a coppie da una strada comunale . Quante strade comunali possiede la regione in questione ?

Soluzione : Osserviamo che ogni strada collega due diverse città . Abbiamo 20 scelte diverse per la partenza e 19 per l'arrivo di una strada : le scelte possibili sono quindi $20 \cdot 19$. In tal modo però ogni strada ab è stata contata due volte : una volta con a città di partenza e b di arrivo e una volta con b partenza e a arrivo ; ne segue che il numero cercato è $(20 \cdot 19) : 2 = 190$.

- 5) Quante diagonali ha un poligono convesso di n lati ?

Soluzione : Osserviamo che ognuno degli n vertici può essere scelto come primo punto di una diagonale , mentre come scelta per il secondo punto dobbiamo escludere il vertice in questione e i due a lui adiacenti . Abbiamo dunque $n - 3$ scelte per il secondo punto di ogni diagonale ed n scelte per il primo . Il prodotto delle scelte deve però essere diviso per due , per le stesse argomentazioni di 4) . Dunque le diagonali di un n-gono sono $\frac{n(n-3)}{2}$.

- 6) Scrivere tutti i numeri formati dalle cifre 1 , 2 , 3 non ripetute

Soluzione : 123, 132 , 213 , 231 , 312 , 321 .

- 7) Uno studente deve sostenere 5 esami ogni anno per i 4 anni di durata del suo corso di studi, senza poter rimandare un esame da un anno all'altro, nell'ordine da lui preferito .

Quante sono le possibili sequenze dei 20 esami ?

Soluzione : $5! \cdot 5! \cdot 5! \cdot 5!$

8) In quanti modi si possono trovare disposte le carte di un mazzo da 40 ?

Soluzione : $40!$

9) Quattro giocatori di tennis vogliono giocare un doppio . Quante coppie distinte possono formarsi ?

Soluzione . Vi sono $C_{4,2} = 6$ formazioni distinte di due giocatori ciascuna .

10) Nel gioco del Superenalotto bisogna indovinare 6 numeri scelti tra il numero 1 e il numero 90 . Quanti insiemi di sei numeri si possono formare ?

Soluzione : $\binom{90}{6} = 622614630$.

11) Calcolare il numero di modi distinti in cui può essere servito un giocatore di scala quaranta in una singola mano .

Soluzione. Supponendo di giocare con $54 \times 2 = 108$ carte e sapendo che si danno 13 carte ,
abbiamo $\binom{108}{13}$ possibilità .

12) (a) Quanti insiemi di 5 carte si possono avere con un mazzo da poker di 52 carte ?

(b) Quanti poker di assi si possono formare ?

(c) Quanti poker si possono formare ?

Soluzione : (a) $C_{52,5} = 2.598.960$

(b) 48 (tante infatti sono le scelte per la quinta carta)

(c) $13 \cdot 48$ (si hanno infatti 13 scelte per il grado del poker e per ognuna 48 scelte per la quinta carta).