Esame di Logica - II Prova Intercorso - 30 Maggio 2018 B

Nome Cognome.. Matricola..................................

Si risolvano i seguenti esercizi, motivando tutti i passaggi e scrivendo le definizioni che si ritengono opportune.

1. Utilizzando un linguaggio contenente una costante c, un simbolo di funzione unaria f, un predicato unario P e un predicato binario Q, si scriva un esempio di formula φ che contenga i simboli c , f , P e Q, un numero a scelta di variabili e almeno due quantificatori e un connettivo proposizionale.

   Si definisca una struttura $\mathcal{A} = (D, I)$ ed eventualmente una interpretazione delle variabili e nella quale interpretare la formula φ (non c'è bisogno che sia un modello).

2. Sul dominio $D = \{1, 2, 3, 4\}$ si considerino l'interpretazione del predicato unario A data da $I(A) = \{1, 2\}$ e l'interpretazione del predicato binario R data dalla tabella

	1	2	3	4
1	✓	✓		
2		✓	✓	
3	✓			
4		✓		

   Si dica se valgono i seguenti fatti:

   - $(D, I) \models \forall x \exists y R(x, y)$
   - $(D, I) \models \forall x \exists y \neg R(x, y)$
   - $(D, I) \models \forall x \exists y (R(x, y) \wedge A(y))$
   - $(D, I) \models \exists x \exists y (A(x) \wedge A(y) \wedge R(x, y))$

3. Utilizzando il metodo dei tableaux, dimostrare che la formula

   $$(\forall x (A(x) \vee B(x))) \rightarrow ((\forall x A(x)) \vee (\forall x B(x)))$$

   non è valida e mostrare un modello della sua negazione (costruito a partire da un ramo aperto del tableau).

4. Si consideri la formula

   $$\varphi = \forall x \exists y (A(f(x) \rightarrow R(c, y)) \,.$$

   Trasformare φ in forma di Skolem φ^S. Si scriva l'universo di Herband $H(\varphi^S)$ di φ^S. Supponendo che sia $I^H(A) = \{c, f(c), f(f(c))\}$ trovare una interpretazione $I^H(R)$ che soddisfi la formula φ^S.

5. Si calcoli la clausola risolvente delle seguenti clausole (dove x, y, h, k sono variabili):

$$\begin{array}{rcl} C_1 & = & \{A(f(c), f(x)), A(x, f(y)), B(x, y)\} \\ C_2 & = & \{\neg A(f(h), f(k)), P(h, k)\} \end{array}$$

6. Dato il programma Π formato dalla seguenti clausole

$$\begin{array}{rcl} \Pi & = & \neg A(y, x), B(x, y) \\ & & \neg A(x, z), \neg A(z, y), B(x, y) \\ & & \neg A(x, y), \neg D(x, y), B(x, y) \\ & & D(a, c) \\ & & A(a, b) \\ & & A(a, c) \end{array}$$

si provi tramite la risoluzione SLD che $B(a, c)$ è una conseguenza logica di Π (si parte dalla clausola goal $\neg B(a, c)$).