Esercizi - 2

1. Utilizzando il metodo dei tableaux per la logica proposizionale, provare che le seguenti formule sono tautologie:

   $$a = (A \to B) \wedge (A \to \neg B) \to \neg A$$
   $$b = (((A \to B) \to A) \to A)$$
   $$c = ((A \to B) \to B) \to ((B \to A) \to A)$$

2. Utilizzando la risoluzione, dimostrare che le formule dellesercizio precedente sono tautologie (Suggerimento: per mostrare che una formula φ è una tautologia, trasformare $\neg\varphi$ in insieme di clausole e verificare che la clausola vuota è derivabile da $\neg\varphi$ tramite applicazione della risoluzione).

3. Le formule

   $$\begin{aligned} \varphi &= \forall x(A(x) \to \exists y B(f(y))) \\ \psi &= \exists x(\forall y M(x,y) \wedge (A(x) \to B(x))) \end{aligned}$$

   sono soddisfacibili? Trasformare le formule in forma di Skolem e scrivere universo e base di Herbrand. Cercare quindi un modello di Herbrand.

4. Trovare (se esistono) i risolventi delle seguenti clausole, evidenziando le unificazioni effettuate:

   $$\{A(x,y), A(y,z)\}, \{\neg A(u, f(u))\}$$
   $$\{B(x,x), \neg C(x, f(x))\}, \{C(x,y), D(y,z)\}$$
   $$\{A(x,y), \neg A(x,x), B(x,z,f(x))\}, \{\neg B(f(x),z,x), A(x,z)\}$$

5. Utilizzando i tableaux provare che le seguenti formule sono valide:

   $$\neg\forall x P(x) \to \exists x \neg P(x)$$
   $$((\exists x P(x)) \to Q(y)) \to \exists x(P(x) \to Q(y))$$