

## Esercizi - Logica dei predicati e relazioni binarie

Un predicato binario della logica dei predicati è interpretato da un insieme di coppie del dominio, cioè da una *relazione*.

Consideriamo quindi qualche esempio di formule che usano solo predicati binari e verifichiamo se sono soddisfatte o meno da una relazione su un insieme.

- Si consideri la relazione sull'insieme  $A = \{a, b, c, d, e\}$  data dalla seguente matrice di incidenza:

	a	b	c	d	e
a				x	
b		x			
c	x	x		x	x
d				x	
e				x	

Per esempio  $A$  può essere un insieme di cinque persone e  $R$  può essere la relazione di amare, quindi dalla tabella possiamo leggere, tra le altre cose, che  $d$  ama se stesso e che  $e$  ama  $d$ .

Si dica se le seguenti formule sono soddisfatte quando interpretate sul dominio  $A$ :

1.  $\forall x \exists y R(x, y)$
  2.  $\forall x \exists y R(y, x)$
  3.  $\exists y \forall x R(x, y)$
  4.  $\exists y \forall x \neg R(x, y)$
  5.  $\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow R(y, x))$
  6.  $\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow \neg R(y, x))$
  7.  $\forall x \exists y (R(x, y) \vee R(y, x))$
  8.  $\exists y \forall x (x \neq y \rightarrow R(y, x))$
  9.  $\exists x \exists y \exists z (y \neq z \wedge R(y, x) \wedge R(z, x))$
  10.  $\exists x \exists y \exists z \forall h (y \neq z \wedge R(y, x) \wedge R(z, x) \wedge (R(h, x) \rightarrow (h = y \vee h = z)))$
- Per ognuna delle formule dell'esercizio precedente che non è soddisfatta dalla struttura descritta sopra, si scriva una relazione su  $A$  che la soddisfi.