SOLUZIONI ES. 2

1) a

$$\neg\left[\left((A \to B) \land (A \to \neg B)\right) \to \neg A\right]$$

$$(A \to B) \land (A \to \neg B),\ A$$

$$A \to B,\ A \to \neg B,\ A$$

$$\neg A,\ A \to \neg B,\ A \qquad\qquad B,\ A \to \neg B,\ A$$

$\ast$

$$B,\ \neg A,\ A \qquad\qquad B,\ \neg B,\ A$$

$\ast$ $\qquad$ $\ast$

b)

$$\neg\left[\left((A \to B) \to A\right) \to A\right]$$

$$(A \to B) \to A,\ \neg A$$

$$\neg(A \to B),\ \neg A \qquad\qquad A,\ \neg A$$

$\ast$

$$A,\ \neg B,\ \neg A$$

$\ast$

c) $\neg\left[((A \to B) \to B) \to ((B \to A) \to A)\right]$

$(A \to B) \to B,\ \neg((B \to A) \to A)$

$(A \to B) \to B,\ (B \to A),\ \neg A$

$\neg(A \to B),\ B \to A,\ \neg A$ $\qquad$ $B,\ B \to A,\ \neg A$

$A, \neg B, B \to A, \neg A$ $\qquad$ $B, \neg B, \neg A$ $\qquad$ $B, A, \neg A$

✗ $\qquad$ ✗ $\qquad$ ✗

2 Trasformo $\neg a$ in clausole

$\neg\left[(A \to B) \wedge (A \to \neg B) \to \neg A\right] \equiv$

$\equiv \neg(\neg((A \to B) \wedge (A \to \neg B)) \vee \neg A) \equiv$ (De Morgan)

$\equiv \neg(\neg(A \to B) \vee \neg(A \to \neg B) \vee \neg A) \equiv$ (De Morgan)

$\equiv A \to B \wedge A \to \neg B \wedge A \equiv$

$\equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge A$

$\Rightarrow \{\{\neg A, B\}, \{\neg A, \neg B\}, \{A\}\}$

Applico Davis-Putnam

A-pivot $\{\{B\}, \{\neg B\}\}$

B-pivot $\{\Box\}$ $\Rightarrow$ $\neg a$ è insoddisf. $\Rightarrow$ a tautol.

③ Trasformo φ in forma di Skolem

$$\varphi = \forall x (A(x) \to \exists y B(f(y))) \equiv$$

$$\equiv \forall x \exists y (A(x) \to B(f(y)))$$

$$\varphi^S = \forall x (A(x) \to B(f(g(x))))$$

$H(\varphi^S) = \{c, f(c), g(c), f(g(c)), g(f(c)), \dots$

Una interpretaz. di Herbrand che soddisfa φ^S è

$$I^H(A) = \emptyset$$

Oppure
$$I^H(A) = \{c\}$$
$$I^H(B) = \{f(g(c))\}$$

Oppure
$$I^H(A) = \{c, g(c)\}$$
$$I^H(B) = \{f(g(c)), f(g(g(c)))\}$$

eccetera ...

(4) $\{A(x,y), A(y,z)\}, \{\neg A(u,f(u))\}$

Cerco di unificare l'insieme

$E = \{A(x,y), A(y,z), A(u,f(u))\}$

$D(E) = \{x,y,u\} \Rightarrow$ pongo $\sigma_1 = \{u/x\}$

$E\sigma_1 = \{A(u,y), A(y,z), A(u,f(u))\}$

$D(E\sigma_1) = \{u,y\} \Rightarrow$ pongo $\sigma_2 = \{u/y\}$

$E\sigma_1\sigma_2 = \{A(u,u), A(u,z), A(u,f(u))\}$

$D(E\sigma_1\sigma_2) = \{u,z,f(u)\} \Rightarrow$ pongo $\sigma_3 = \{f(u)/z\}$

$E\sigma_1\sigma_2\sigma_3 = \{A(u,u), A(u,f(u)), A(u,f(u))\}$

$D(E\sigma_1\sigma_2\sigma_3) = \{u,f(u)\}$ dato che questo insieme di disaccordo non contiene una variabile e un termine che non contenga la variabile, allora l'insieme non è unificabile.