Esame di Logica - ESEMPIO II Prova Intercorso

Nome Cognome... **Matricola**...................................

Si risolvano i seguenti esercizi, motivando tutti i passaggi e scrivendo le definizioni che si ritengono opportune.

1. Utilizzando un linguaggio contenente una costante c, un simbolo di funzione unaria f, un predicato unario P e un predicato binario Q, si scriva un esempio di formula φ che contenga tutti i simboli del linguaggio, un numero a scelta di variabili e almeno due quantificatori e un connettivo proposizionale.

   Si definisca una struttura $\mathcal{A} = (D, I)$ ed eventualmente una interpretazione delle variabili e nella quale interpretare la formula φ.

2. Sul dominio $D = \{a, b, c, d, e\}$ si considerino le seguenti interpretazioni di una funzione f unaria e dei predicati A (unario) e R (binario):

$$\begin{array}{ll} I(f) & \text{è definita da } f(a) = b, f(b) = a, f(c) = d, f(d) = e, f(e) = e \\ I(A) & = \{a, d\} \\ I(R) & = \{(a, c), (a, d), (b, b), (d, a), (d, e), (e, a)\}\,. \end{array}$$

   Si dica se valgono i seguenti fatti:

   - $(D, I) \models \forall x \exists y R(x, y)$
   - $(D, I) \models \forall x \exists y \neg R(x, y)$
   - $(D, I) \models \neg \forall x \exists y R(x, y)$
   - $(D, I) \models \exists x \forall y R(x, y)$
   - $(D, I) \models \forall x (A(x) \to \exists y R(x, y))$
   - $(D, I) \models \forall x A(f(x))$
   - $(D, I) \models \forall x \exists y (A(f(x)) \to R(x, y))$

3. Utilizzando il metodo dei tableaux, dimostrare che la formula

$$\forall x((A(x) \to B(x)) \to \exists y((A(y) \land B(y)) \to C(x, y)))$$

   è soddisfacibile e mostrare un modello della formula (costruito a partire da un ramo aperto del tableau).

4. Si consideri la formula

$$\varphi = \forall x \exists y (A(f(x) \to R(c, y))\,.$$

   Trasformare φ in forma di Skolem φ^S. Si scriva l'universo di Herband $H(\varphi^S)$ di φ^S. Supponendo che sia $I^H(A) = \{c, f(c), f(f(c))\}$ trovare una interpretazione $I^H(R)$ che soddisfi la formula φ^S.

5. Si calcoli la clausola risolvente delle seguenti clausole (dove x, y, z, h, k sono variabili):

$$\begin{aligned} C_1 &= \{A(x, f(y)), A(g(y), z), B(x, y), D(z)\} \\ C_2 &= \{\neg A(g(f(c)), f(h)), \neg A(g(h), k), C(h, k)\} \end{aligned}$$

6. Dato il programma Π formato dalla seguenti clausole

$$\Pi = \{\{\neg Q(x, y), \neg Q(y, y), P(x)\}, \{P(x), \neg Q(x, c)\}, \{Q(c, d)\}, \{Q(c, c)\}, \{Q(a, c)\}\}$$

si provi tramite la risoluzione SLD che $P(a)$ è una conseguenza logica di Π (si parte dalla clausola goal $\neg P(a)$).