

Esame di Logica - I Prova Intercorso 28/03/2018

Nome Cognome..... **Matricola**.....C

Si risolvano i seguenti esercizi, motivando tutti i passaggi e scrivendo le definizioni che si ritengono opportune.

1. Si consideri la formula

$$P = (\neg(X \wedge Y) \wedge Z) \rightarrow ((\neg X \vee \neg Y) \rightarrow Z).$$

- a) Con il metodo dei tableaux, determinare se la formula P è soddisfacibile e se è una tautologia;
- b) Scrivere la tavola di verità di P .

2. Trasformare in DNF e CNF la seguente formula, usando le equivalenze logiche:

$$(X \rightarrow Y) \rightarrow (\neg X \rightarrow Z).$$

3. Per ogni formula P si consideri il numero $c(P)$ definito come segue:

- Se P è una variabile proposizionale allora $c(P) = 1$;
- Se $P = \neg Q$ allora $c(P) = c(Q)$;
- Se $P = P_1 * P_2$, dove $*$ è un qualsiasi connettivo binario, allora $c(P) = c(P_1) + c(P_2) + 1$.

Se $P = (\neg(X \wedge Y) \wedge Z) \rightarrow ((\neg X \vee \neg Y) \rightarrow Z)$ (come nell'esercizio 1) si calcoli $c(P)$.

4. Utilizzando i tableaux o le tavole di verità (o entrambi) verificare che la formula Z è una conseguenza logica dell'insieme $\{(X \vee Y) \rightarrow (Y \wedge Z), X\}$.

5. Usando la procedura di Davis-Putnam, decidere se il seguente insieme di clausole è soddisfacibile oppure no:

$$\{\{\neg A, B, C\}, \{\neg A, B, D\}, \{\neg A, \neg B\}, \{\neg A, C, E\}, \{A\}\}$$

Nel caso in cui sia soddisfacibile, trovare una valutazione che lo soddisfi.

6. Si consideri la formula $L(Mx \rightarrow x)$ e si valuti il suo valore di verità in tutti i mondi della struttura di Kripke (X, R) dove $X = \{u, v, w\}$ e $R = \{(u, u), (u, w), (v, u), (v, v), (v, w), (w, u)\}$ rispetto alla valutazione I tale che $I(x, u) = 0$, $I(x, v) = 1$ e $I(x, w) = 0$.