

1. Nous pouvons améliorer l'estimation de la borne supérieure en évaluant plus précisément la ligne 4.7 (constante c_5).

L'estimation de la complexité de la constante c_5 lors d'un cas défavorable est de $\frac{n^2-n}{2}$. Prenons le cas de $n=5$, la complexité vaut 10.

Nous allons travailler sur un ensemble d'exemple afin d'avoir une idée de la fonction à trouver lors des cas défavorables donc on prendra un tableau trié dans l'ordre décroissant.

Rappel de l'algorithme de tri par sélection.

Algorithme 4 : Tri_selection(A, n)

Entrées : A : tableau[1..MAX] d'entier ; n : entier ;
 Sorties : A : tableau[1..MAX] d'entier ;
 Données : i, j, ind : entier ;

```

4.1 début
4.2   pour  $i \leftarrow 1$  à  $n - 1$  faire
4.3     ▷ Recherche valeur min.
4.4      $ind \leftarrow i$  ;
4.5     pour  $j \leftarrow i + 1$  à  $n$  faire
4.6       si ( $A[j] < A[ind]$ ) alors
4.7          $ind \leftarrow j$  ;
4.8     ▷ Permutation si nécessaire
4.9     si ( $ind \neq i$ ) alors
4.10      swap( $A[i], A[ind]$ ) ;
  
```

Avec $n=5$ et ce tableau de valeur.

10	9	8	7	6
----	---	---	---	---

ligne		i	j	ind
4.2	Pour i allant de 1 à 4			
4.4		1		1
4.5	Pour j allant de 2 à 5			
4.6	Vrai		2	
4.7				2
4.6	Vrai		3	
4.7				3
4.6	Vrai		4	
4.7				4
4.6	Vrai		5	
4.7				5
4.9	Vrai			
4.10	PERMUTATION case 1 et 5			

Les lignes surlignées correspondent aux itérations entrant dans la ligne 4.7.

Permutation des valeurs de la case 1 et 5, on obtient le tableau suivant :

6	9	8	7	10
---	---	---	---	----

ligne		i	j	ind
4.2	Pour i allant de 1 à 4			
4.4		2		2
4.5	Pour j allant de 3 à 5			
4.6	Vrai		3	
4.7				3
4.6	Vrai		4	
4.7				4
4.6	Faux		5	
4.7				4
4.9	Vrai			
4.10	PERMUTATION case 2 et 4			

Permutation des valeurs de la case 2 et 4, on obtient le tableau suivant :

6	7	8	9	10
---	---	---	---	----

ligne		i	j	ind
4.2	Pour i allant de 1 à 4			
4.4		3		3
4.5	Pour j allant de 4 à 5			
4.6	Faux		3	
4.6	Faux		4	
4.9	Faux			
4.10	PAS DE PERMUTATION			

ligne		i	j	ind
4.2	Pour i allant de 1 à 4			
4.4		4		4
4.5	Pour j allant de 5 à 5			
4.6	Faux		3	
4.9	Faux			
4.10	PAS DE PERMUTATION			

n=5, nbItération = 6

Avec $n=3$ et ce tableau de valeur.

3	2	1
---	---	---

ligne		i	j	ind
4.2	Pour i allant de 1 à 3			
4.4		1		1
4.5	Pour j allant de 2 à 3			
4.6	Vrai		2	
4.7				2
4.6	Vrai		3	
4.7				3
4.9	Vrai			
4.10	PERMUTATION case 1 et 3			

Permutation des valeurs de la case 1 et 3, on obtient le tableau suivant :

1	2	3
---	---	---

ligne		i	j	ind
4.2	Pour i allant de 1 à 3			
4.4		2		2
4.5	Pour j allant de 3 à 3			
4.6	Faux		3	
4.7				3
4.9	Faux			
4.10	PAS DE PERMUTATION			

$N=3$, nbItération = 2

Avec $n=4$ et ce tableau de valeur.

4	3	2	1
---	---	---	---

ligne		i	j	ind
4.2	Pour i allant de 1 à 3			
4.4		1		1
4.5	Pour j allant de 2 à 4			
4.6	Vrai		2	
4.7				2
4.6	Vrai		3	
4.7				3
4.6	Vrai		4	
4.7				4
4.9	Vrai			
4.10	PERMUTATION case 1 et 4			

Permutation des valeurs de la case 1 et 4, on obtient le tableau suivant :

1	3	2	4
---	---	---	---

ligne		i	j	ind
4.2	Pour i allant de 1 à 3			
4.4		2		2
4.5	Pour j allant de 3 à 4			
4.6	Vrai		3	
4.7				3
4.6	Faux		4	
4.7				3
4.9	Vrai			
4.10	PERMUTATION case 2 et 3			

Permutation des valeurs de la case 2 et 3, on obtient le tableau suivant :

1	2	3	4
---	---	---	---

ligne		i	j	ind
4.2	Pour i allant de 1 à 3			
4.4		3		3
4.5	Pour j allant de 4 à 4			
4.6	Faux		4	
4.9	Faux			
4.10	PAS DE PERMUTATION			

$n=4$, nbltération = 4

Avec $n=7$ et ce tableau de valeur.

10	9	8	7	6	5	4
----	---	---	---	---	---	---

ligne		i	j	ind
4.2	Pour i allant de 1 à 6			
4.4		1		1
4.5	Pour j allant de 2 à 7			
4.6	Vrai		2	
4.7				2
4.6	Vrai		3	
4.7				3
4.6	Vrai		4	
4.7				4
4.6	Vrai		5	
4.7				5
4.6	Vrai		6	
4.7				6
4.6	Vrai		7	
4.7				7
4.9	Vrai			
4.10	PERMUTATION case 1 et 7			

Permutation des valeurs de la case 1 et 7, on obtient le tableau suivant :

4	9	8	7	6	5	10
---	---	---	---	---	---	----

ligne		i	j	ind
4.2	Pour i allant de 1 à 6			
4.4		2		1
4.5	Pour j allant de 3 à 7			
4.6	Vrai		3	
4.7				3
4.6	Vrai		4	
4.7				4
4.6	Vrai		5	
4.7				5
4.6	Vrai		6	
4.7				6
4.6	Faux		7	
4.7				7
4.9	Vrai			
4.10	PERMUTATION case 2 et 6			

Permutation des valeurs de la case 2 et 6, on obtient le tableau suivant :

4	5	8	7	6	9	10
---	---	---	---	---	---	----

ligne		i	j	ind
4.2	Pour i allant de 1 à 6			
4.4		3		1
4.5	Pour j allant de 4 à 7			
4.6	Vrai		4	
4.7				4
4.6	Vrai		5	
4.7				5
4.6	Faux		6	
4.7				6
4.6	Faux		7	
4.7				7
4.9	Vrai			
4.10	PERMUTATION case 3 et 5			

Permutation des valeurs de la case 3 et 5, on obtient le tableau suivant :

4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	----

Le tableau est trié, il n'y a pas d'autre permutation à réaliser, la suite de l'algorithme ne modifiera pas le nombre d'itérations dans la ligne 4.7

n=7, nbItération = 12

Pour résumer lors des cas défavorables, on a :

n=1 nbItération = 0

n=2 nbItération = 1

n=3 nbItération = 2

n=4 nbItération = 4

n=5 nbItération = 6

n=7 nbItération = 12

Pour rapport à la méthode de calcul, nous en avons déduit d'autres :

n=6 nbItération = 9

n=8 nbItération = 16

n=9 nbItération = 20

Après énormément de recherches, nous sommes arrivés à la formule suivante : $\frac{n^2 - n\%2}{4}$. Cela diminue clairement l'estimation de la borne supérieure de c_5 .

2. Comparer avec la version récursive

Il est clair que la version itérative et récursive veulent le même but, c'est ç dire trier un tableau en utilisation la méthode par sélection. L'algorithme de sélection fonctionne sur ce principe :

- Trouver la valeur minimale dans le tableau
 - o Il va parcourir le tableau et comparer les valeurs 2 à 2
 - o Si la valeur de i est inférieure à ind , on va affecter la valeur de i à ind .
- Effectuer la permutation
- Et ainsi de suite, jusqu'à $n-1$

Ainsi, la version itératif et récursif vont effectuer autant d'itération pour l'affectation de i à ind et donc les 2 versions ont la même complexité.