Exercice 1 (5 pts)

Soit l'alphabet A=$\{a, b, c\}$ et le langage L1 sur A représenté par l'expression régulière E=$(ab+bc)^*aa^*b$.

1. Pour chacun des mots suivants, dire s'il appartient à L1 : a, ab, $abcab$, $bcbcabaaaab$.
2. Construire un automate déterministe reconnaissant L1.
3. Donner une grammaire, régulière et sans ϵ, engendrant les mots de L1.

Exercice 2 (5 pts)

Soit la grammaire $G = (A, V, S, R)$ avec $A = \{a, b, c\}$, $V = \{S, B\}$ et $R = \{S \to Scc \mid aB; B \to b \mid bB\}$.

1. Cette grammaire est-elle régulière ? Justifier la réponse.
2. Définir le langage $L2$ engendré par G.
3. Donner une grammaire régulière pour $L2$.

Exercice 3 (4 pts)

Soit la grammaire G=$< \{p, q, \bigoplus, \bigotimes\}, \{S\}, S, R >$ avec $R = \{S \to S \bigoplus S \mid S \bigotimes S \mid p \mid q\}$.

1. Montrer que cette grammaire est ambiguë en utilisant la dérivation gauche.
2. Donner une grammaire équivalente non ambiguë.

Exercice 4 (6 pts)

1. Donner les conditions pour qu'un automate à pile soit déterministe.
2. Soit le langage $L_3 = \{u \in \{a, b\}^* | u = a^n b^{n+1} \,; n \geq 0\}$.
   - Donner une grammaire pour L_3 et son type (pas de démonstration).
   - Donner un automate à pile déterministe avec arrêt sur état final et pile vide, qui reconnaît L_3.

3. Soit le langage $L_4 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geq 0\}$.
   - Donner une grammaire pour L_4 et son type (pas de démonstration).
   - Donner un automate à pile avec arrêt sur état final et pile vide, qui reconnaît L_4.