

Vous utiliserez une des deux structures de données pour représenter les graphes, au choix.

## Exercice 1 :

On considère des graphe **non orientés**.

1. Implémenter l'algorithme de **Warshall** pour calculer la fermeture transitive du graphe et en déduire les composantes connexes du graphe. Tester cette méthode sur des graphes de petite taille ( $|S| \leq 20$ ).

On s'intéresse maintenant à des graphes **orientés** et à la recherche des composantes fortement connexes de ces graphes. On considère l'algorithme de **Kosaraju**. Soit  $G$  le graphe initial, le principe est le suivant :

- (i) Appliquer un parcours en profondeur pour calculer les dates de fin de traitement de chaque sommet.
  - (ii) Calculer le graphe transposée de  $G$ , graphe dans lequel on inverse le sens de chaque arc.
  - (iii) Appliquer le parcours en profondeur sur le graphe transposée mais en considérant les sommets dans l'ordre décroissant des dates de fin de traitement du premier parcours.
  - (iv) Chaque arbre généré par l'étape précédente est une composante fortement connexe de  $G$ .
1. Implémenter cette approche.
  2. Ajouter un algorithme permettant de générer le graphe réduit.

## Exercice 2 :

Implémenter l'algorithme de **Kahn** (voir algorithme 1) pour faire un tri topologique d'un graphe **orienté sans circuit** donné. Dans cet algorithme le tableau  $n$  contiendra le niveau de chaque sommet.

---

### Algorithme 1 : Algorithme de Khan

---

```
F ← ∅ ; // F file
pour x ∈ S faire
    n[x] ← +∞ ; // n[x] est le niveau du sommet x
    d-[x] ← degré entrant de x ;
    si d-[x] = 0 alors
        F ← F ∪ x ;
        n[x] ← 0 ;
    finsi
finpour
c ← 0 ;
tant que F ≠ ∅ faire
    x ← tête(F) ; Défiler(F) ;
    c ← c + 1 ;
    for chaque y successeur de x do
        d-[y] ← d-[y] - 1 ;
        si d-[y] = 0 alors
            Enfiler(F, y) ;
            n[y] ← n[x] + 1 ;
        finsi
    end
fintq
si c ≠ n alors
    écrire "tri topologique impossible" ;
fin
```

---