

Algorithme du Simplexe et Cas Particuliers

Exercice 1

Soit le modèle linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + x_2 \\ \text{s.c.} \quad x_2 &\leq 2 \\ 4x_1 + 2x_2 &\leq 8 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Partant de la solution initiale $x_1=x_2=0$, utilisez le simplexe pour résoudre le problème linéaire.

Exercice 2

Soit le modèle linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 + 2x_2 \\ \text{s.c.} \quad -x_1 + x_2 &\leq 2 \\ x_2 &\leq 3 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Partant de la solution initiale $x_1=x_2=0$, utilisez le simplexe pour résoudre le problème linéaire.

Exercice 3

Soit le modèle linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \max z &= 5x_1 + 8x_2 \\ \text{s.c.} \quad x_1 + x_2 &\leq 2 \\ x_1 - 2x_2 &\leq 0 \\ -x_1 + 4x_2 &\leq 1 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Partant de la solution initiale $x_1=x_2=0$, utilisez le simplexe pour résoudre le problème linéaire.

Exercice 4 (Résolution graphique et par l'algorithme du simplexe)

Soit le modèle linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s.c.} \quad (c1) \quad x_1 - 2x_2 &\geq 1 \\ (c2) \quad 4x_1 + 3x_2 &\leq 19 \\ (c3) \quad 3x_1 + 2x_2 &\leq 14 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

1) Déterminer la région admissible, les points extrêmes, la solution optimale et la valeur optimale de la fonction objectif de ce modèle, graphiquement.

2) Une contrainte d'un modèle admettant une solution optimale est dite **active à l'optimum** lorsque la solution vérifie cette contrainte à égalité ; dans le cas contraire elle est dite inactive. Indiquez pour chaque contrainte du modèle ci-dessus si elle est active ou inactive à l'optimum.

3) Donnez la forme standard du problème puis, en partant de la solution de base initiale $x_1=1, x_2=0$, appliquez l'algorithme du simplexe pour le résoudre, en donnant, pour chaque itération, la variable entrante, la variable sortante, la nouvelle base (et hors-base) et la nouvelle expression de la fonction objectif. Donnez, en utilisant la représentation graphique du problème, les points extrêmes associés aux solutions de base obtenues successivement avec le simplexe.