二元关系

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

关系的定义

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016-



关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域



关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

Example

 ① 令 A 为某大学所有学生的集合 , B 表示该大学开设的所有课程的集合 , 则 $A\times B$ 可表示该 校学生选课的所有可能情况。

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

Example

 \bullet 令 A 为某大学所有学生的集合,B 表示该大学开设的所有课程的集合,则 $A \times B$ 可表示该校学生选课的所有可能情况。而真正的选课情况(即选课关系)则会是 $A \times B$ 的某一个子集。

关系的定义

Lijie Wang

一元关系定义

已义域和值域

Example

- ① 令 A 为某大学所有学生的集合,B 表示该大学开设的所有课程的集合,则 $A \times B$ 可表示该校学生选课的所有可能情况。而真正的选课情况(即选课关系)则会是 $A \times B$ 的某一个子集。
- ② 令 F 为某地所有父亲的集合,S 表示该地所有儿子的集合,则 $F \times S$ 可表示父子关系的所有可能情况。

Lijie Wang

Example

- \bullet \circ A 为某大学所有学生的集合, B 表示该大学开设的所有课程的集合, 则 $A \times B$ 可表示该 校学生选课的所有可能情况。而真正的选课情况(即选课关系)则会是 $A \times B$ 的某一个子集。
- 可能情况。 而真正的父子关系则会是 $F \times S$ 的某一个子集。

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

足义域和值域

Example

- ② 令 F 为某地所有父亲的集合,S 表示该地所有儿子的集合,则 $F \times S$ 可表示父子关系的所有可能情况。 而真正的父子关系则会是 $F \times S$ 的某一个子集。

Definition

设 A, B 为两个非空集合,称 $A \times B$ 的任意子集 R 为从 A 到 B 的一个二元关系,简称关系 (relation)。其中,A 称为关系 R 的前域,B 称为关系 R 的后域。如果A = B,则称 R 为A 上的一个二元关系。

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值均

n 元关系

标记

● 若序偶 $\langle x, y \rangle \in R$, 通常把这一事实记为 xRy, 读作 "x 对 y 有关系 R";

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

元关系

标记

- ① 若序偶 $\langle x,y \rangle \in R$, 通常把这一事实记为 xRy, 读作 "x 对 y 有关系 R";
- ② 若序偶 $\langle x, y \rangle \notin R$, 通常把这一事实记为 xRy, 读作 "x 对 y 没有关系 R"。

标记

- 若序偶 < x, y > ∈ R , 通常把这一事实记为 xRy , 读作 "x 对 y 有关系 R" ;
- ② 若序偶 $\langle x, y \rangle \notin R$, 通常把这一事实记为 xRy, 读作 "x 对 y 没有关系 R"。

Example

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值:

- M - 77

标记

- ① 若序偶 $\langle x,y \rangle \in R$, 通常把这一事实记为 xRy, 读作 "x 对 y 有关系 R";
- ② 若序偶 $\langle x,y \rangle \notin R$, 通常把这一事实记为 xRy, 读作 "x 对 y 没有关系 R"。

Example

 \bullet 设 R_1 为自然数集合上的小于关系,则 $<2,3>\in R_1(或\ 2R_13)$,但 $<5,5>\notin R_1(或\ 5R_15)$;

● 若序偶 $\langle x, y \rangle \in R$, 通常把这一事实记为 xRy , 读作 "x 对 y 有关系 R";

② 若序偶 $\langle x, y \rangle \notin R$, 通常把这一事实记为 xRy, 读作 "x 对 y 没有关系 R"。

Example

标记

- **①** 设 R_1 为自然数集合上的小于关系,则 < 2,3 >∈ R_1 (或 $2R_1$ 3),但 < 5,5 >∉ R_1 (或 $5R_{1}(5)$;
- ② 设 R₂ 为中国城市的地区归属关系,则成都R₂四川,但 重庆B₂四川.

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

2. 域和值域

Example

解

假设 $A = \{a, b\}$ $B = \{c, d\}$, 试写出从 A 到 B 的所有不同关系。

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

用4

n 元关系

Example

假设 $A = \{a, b\}$ $B = \{c, d\}$, 试写出从 A 到 B 的所有不同关系。

解 首先求两个集合的笛卡儿积: $A \times B = \{ \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle \}$ 。

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

Example

假设 $A = \{a, b\}$ $B = \{c, d\}$, 试写出从 A 到 B 的所有不同关系。

解 首先求两个集合的笛卡儿积: $A \times B = \{ \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle \}$ 。

再求 $A \times B$ 的所有不同子集:

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

完ツ 試和信献

.....

Example

假设 $A = \{a, b\}$ $B = \{c, d\}$, 试写出从 A 到 B 的所有不同关系。

解 首先求两个集合的笛卡儿积: $A \times B = \{ \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle \}$ 。

再求 $A \times B$ 的所有不同子集:

● 0-元子集:∅;

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

Example

假设 $A = \{a, b\}$ $B = \{c, d\}$, 试写出从 A 到 B 的所有不同关系。

解 首先求两个集合的笛卡儿积: $A \times B = \{ \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle \}$ 。

再求 $A \times B$ 的所有不同子集:

- 0-元子集:∅;
- 1-元子集: {< a, c>}, {< a, d>}, {< b, c>}, {< b, d>};

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

-47

Example

假设 $A = \{a, b\}$ $B = \{c, d\}$, 试写出从 A 到 B 的所有不同关系。

解 首先求两个集合的笛卡儿积: $A \times B = \{ \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle \}$ 。

再求 $A \times B$ 的所有不同子集:

- 0-元子集:∅;
- 1-元子集:{< a, c>}, {< a, d>}, {< b, c>}, {< b, d>};
- 2-元子集:{< a, c>, < a, d>},{< a, c>, < b, c>}, {< a, c>, < b, d>}, {< a, d>, < b, d>}, {< a, d>, < b, d>};

Lijie Wang

Example

假设 $A = \{a, b\} B = \{c, d\}$, 试写出从 A 到 B 的所有不同关系。

解 首先求两个集合的笛卡儿积: $A \times B = \{ \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle \}$. 再求 $A \times B$ 的所有不同子集:

- 0-元子集:∅:
- 1-元子集: {< a, c>}, {< a, d>}, {< b, c>}, {< b, d>};
- 2-元子集:{< a, c>, < a, d>}.{< a, c>, < b, c>}. {< a, c>, < b, d>}.{< a, d>}. $\{\langle a, d \rangle, \langle b, d \rangle\}, \{\langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle\};$
- 3-元子集:

$$\{ < a,c>, < a,d>, < b,c> \}, \{ < a,c>, < a,d>, < b,d> \}, \{ < a,c>, < b,c>, < b,d> \}, \{ < a,d>, < b,c>, < b,d> \} ;$$

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

Example

假设 $A = \{a, b\}$ $B = \{c, d\}$, 试写出从 A 到 B 的所有不同关系。

解 首先求两个集合的笛卡儿积: $A \times B = \{ < a, c >, < a, d >, < b, c >, < b, d > \}$ 。 再求 $A \times B$ 的所有不同子集:

- 0-元子集:∅;
- 1-元子集:{< a, c>}, {< a, d>}, {< b, c>}, {< b, d>};
- 2-元子集:{< a, c>, < a, d>},{< a, c>, < b, c>}, {< a, c>, < b, d>},{< a, d>, < b, d>}, {< a, d>, < b, d>};
- 3-元子集: {< a, c>, < a, d>, < b, c>},{< a, c>, < a, d>, < b, d>},{< a, c>, < b, d>}, {< a, d>, < b, c>, < b, d>};
- 4-元子集:{< a, c>, < a, d>, < b, c>, < b, d>}。

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

Example

假设 $A = \{a, b\}$ $B = \{c, d\}$, 试写出从 A 到 B 的所有不同关系。

解 首先求两个集合的笛卡儿积: $A \times B = \{ < a, c >, < a, d >, < b, c >, < b, d > \}$ 。 再求 $A \times B$ 的所有不同子集:

- 0-元子集:∅;
- 1-元子集:{< a, c>}, {< a, d>}, {< b, c>}, {< b, d>};
- 2-元子集:{< a, c>, < a, d>},{< a, c>, < b, c>}, {< a, c>, < b, d>},{< a, d>, < b, d>}, {< a, d>, < b, d>}, {< a, d>, < b, d>};
- 3-元子集:

$$\{ \langle a,c>, \langle a,d>, \langle b,c> \}, \{ \langle a,c>, \langle a,d>, \langle b,d> \}, \{ \langle a,c>, \langle b,c>, \langle b,d> \}, \{ \langle a,d>, \langle b,c>, \langle b,d> \} \}, \{ \langle a,d>, \langle b,c>, \langle b,d> \} \}, \{ \langle a,d>, \langle b,c>, \langle b,d> \}, \{ \langle a,d>, \langle b,c>, \langle b,d> \}, \{ \langle a,d>, \langle b,d> \}, \{ \langle$$

● 4-元子集:{< a, c>, < a, d>, < b, c>, < b, d>}。

所以,上面的 16 个不同子集就是从 A 到 B 的所有不同关系。

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

几种重要关系

① 当 R = Ø 时,称 R 为从 A 到 B 的空关系(empty relation);

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

几种重要关系

- ① 当 R = Ø 时,称 R 为从 A 到 B 的空关系(empty relation);
- ② 当 $R = A \times B$ 时,称 R 为从 A 到 B 的全关系(total relation); A 上的全关系通常记为 E_A 。

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

几种重要关系

- ① 当 $R = \emptyset$ 时,称 R 为从 A 到 B 的空关系(empty relation);
- ② 当 $R = A \times B$ 时,称 R 为从 A 到 B 的全关系(total relation); A 上的全关系通常记为 E_A 。
- ③ 当 $R = I_A = \{\langle x, x \rangle | x \in A\}$ 时,称 R 为 A 上的恒等关系(identity relation)。

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

完 ツ 域 和 値 は

几种重要关系

- ① 当 R = Ø 时,称 R 为从 A 到 B 的空关系(empty relation);
- ② 当 $R = A \times B$ 时,称 R 为从 A 到 B 的全关系(total relation); A 上的全关系通常记为 E_A 。
- ③ 当 $R = I_A = \{\langle x, x \rangle | x \in A\}$ 时,称 R 为 A 上的恒等关系(identity relation)。

有限集合的二元关系数量

当集合 A, B 都是有限集时, $A \times B$ 共有 $|A| \times |B|$ 个不同的元素,这些元素将会产生 $2^{|A| \times |B|}$ 个不同的子集。即,从 A 到 B 的不同关系共有 $2^{|A| \times |B|}$ 个。

长系的定义

Lijie Wang

一元关系定义

定义域和值域

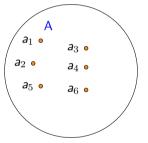
元关系

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域



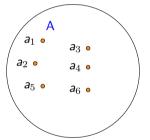
关系的定义

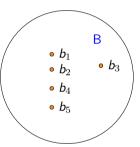
Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

元关系



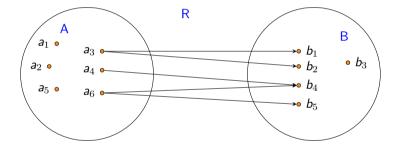


关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

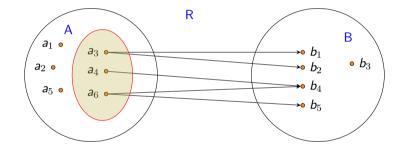


关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

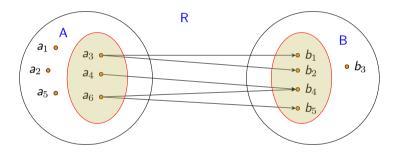


关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

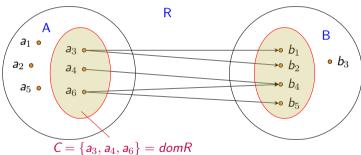


关系的定义

Lijie Wang

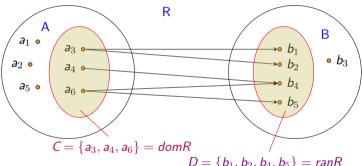
二元关系定义

定义域和值域



Lijie Wang

定义域和值域



关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

元关系

Definition

设 R 是从 A 到 B 的二元关系,则 A 为关系 R 的前域,B 为关系 R 的后域。令: $C = \{x | x \in A, \exists y \in B, < x, y > \in R\}$, $D = \{y | y \in B, \exists x \in A, < x, y > \in R\}$ 。称 C 为 R 的定义域(domain),记为 C = domR;D 为 R 的值域(range),记为 D = ranR; $fldR = domR \cup ranR$ 为 R 的域(field)。

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

Definition

设 R 是从 A 到 B 的二元关系,则 A 为关系 R 的前域,B 为关系 R 的后域。令: $C = \{x | x \in A, \exists y \in B, < x, y > \in R\}$, $D = \{y | y \in B, \exists x \in A, < x, y > \in R\}$ 。称 C 为 R 的定义域(domain),记为 C = domR;D 为 R 的值域(range),记为 D = ranR; $fldR = domR \cup ranR$ 为 R 的域(field)。

Example

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

Definition

设 R 是从 A 到 B 的二元关系,则 A 为关系 R 的前域,B 为关系 R 的后域。令: $C = \{x | x \in A, \exists y \in B, < x, y > \in R\}$, $D = \{y | y \in B, \exists x \in A, < x, y > \in R\}$ 。称 C 为 R 的定义域(domain),记为 C = domR;D 为 R 的值域(range),记为 D = ranR; $fldR = domR \cup ranR$ 为 R 的域(field)。

Example

1
$$R_Z = \{ \langle x, y \rangle \mid (x, y \in Z) \land (|x| = |y| = 7) \}, \mathbb{Q}$$

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

Definition

设 R 是从 A 到 B 的二元关系,则 A 为关系 R 的前域,B 为关系 R 的后域。令: $C = \{x | x \in A, \exists y \in B, < x, y > \in R\}$, $D = \{y | y \in B, \exists x \in A, < x, y > \in R\}$ 。称 C 为 R 的定义域(domain),记为 C = domR;D 为 R 的值域(range),记为 D = ranR; $fldR = domR \cup ranR$ 为 R 的域(field)。

Example

● $R_Z = \{ \langle x, y \rangle | (x, y \in Z) \land (|x| = |y| = 7) \}$, 则 $domR_Z = \{7, -7\}, ranR_Z = \{7, -7\}, fldR_Z = \{7, -7\}$;

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

Definition

设 R 是从 A 到 B 的二元关系,则 A 为关系 R 的前域,B 为关系 R 的后域。令: $C = \{x | x \in A, \exists y \in B, < x, y > \in R\}$, $D = \{y | y \in B, \exists x \in A, < x, y > \in R\}$ 。称 C 为 R 的定义域(domain),记为 C = domR;D 为 R 的值域(range),记为 D = ranR; $fldR = domR \cup ranR$ 为 R 的域(field)。

Example

- $R_Z = \{ \langle x, y \rangle | (x, y \in Z) \land (|x| = |y| = 7) \}$, 则 $domR_Z = \{7, -7\}, ranR_Z = \{7, -7\}, fldR_Z = \{7, -7\}$;
- ② 设 $H = \{f, m, s, d\}$ 表示一个家庭中父母子女四个人的集合, R_H 是 H 上的长幼关系, 则

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

Definition

设 R 是从 A 到 B 的二元关系,则 A 为关系 R 的前域,B 为关系 R 的后域。令: $C = \{x | x \in A, \exists y \in B, < x, y > \in R\}$, $D = \{y | y \in B, \exists x \in A, < x, y > \in R\}$ 。称 C 为 R 的定义域(domain),记为 C = domR;D 为 R 的值域(range),记为 D = ranR; $fldR = domR \cup ranR$ 为 R 的域(field)。

Example

- $R_Z = \{ \langle x, y \rangle | (x, y \in Z) \land (|x| = |y| = 7) \}$, 则 $domR_Z = \{7, -7\}, ranR_Z = \{7, -7\}, fldR_Z = \{7, -7\}$;
- ② 设 $H = \{f, m, s, d\}$ 表示一个家庭中父母子女四个人的集合, R_H 是 H 上的长幼关系,则 $domR_H = \{f, m\}, ranR_H = \{s, d\} fldR_H = \{f, m, s, d\}.$

二元关系概念的推广

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

Definition

设 A_1, A_2, \dots, A_n 为 n 个非空集合,称 $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ 的任意子集 R 为 A_1, A_2, \dots, A_n 的一个n 元关系(n-ary relation)。

二元关系概念的推广

关系的定义

Lijie Wang

二元关系定义

定义域和值域

n 元关系

Definition

设 A_1, A_2, \dots, A_n 为 n 个非空集合,称 $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ 的任意子集 R 为 A_1, A_2, \dots, A_n 的一个n 元关系(n-ary relation)。

Ŧ

在n元关系中,最常用的是二元关系,因而,在不引起混淆的情况下,提到的关系均指二元关系。

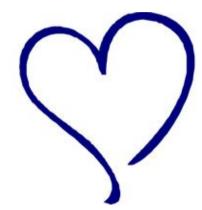
关系的定义

Lijie Wang

一元关系定义

定义域和值域

n 元关系



THE END, THANKS!