

命题逻辑

命题公式和真值表

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016

命题变元

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Definition

一个特定的命题是一个**常值命题**，它不是具有值“T”(“1”)，就是具有值“F”(“0”)。

命题变元

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Definition

一个特定的命题是一个**常值命题**，它不是具有值“T”(“1”)，就是具有值“F”(“0”)。

Definition

一个任意的没有赋予具体内容的原子命题是一个变量命题，常称它为**命题变量 (或命题变元)**(propositional variable)，该命题变量**无具体的真值**，它的变域是集合{**T, F**}(或{**0, 1**})。

命题变元

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Definition

一个特定的命题是一个**常值命题**，它不是具有值“T”(“1”)，就是具有值“F”(“0”)。

Definition

一个任意的没有赋予具体内容的原子命题是一个变量命题，常称它为**命题变量 (或命题变元)**(propositional variable)，该命题变量**无具体的真值**，它的变域是集合{**T, F**}(或{**0, 1**})。



复合命题是由原子命题与联结词构成的命题。所以，当其中的原子命题是命题变元时，此复合命题也即为命题变元的函数，且该函数的值仍为“真”或“假”值，这样的函数可形象地称为**“真值函数”**或**“命题公式”**，此命题公式没有确切的真值。

例如： $G = P \wedge Q \rightarrow \neg R$.

命题公式

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Definition

命题演算的合式公式 (well formed formula , wff) , 又称命题公式 (简称公式) , 按如下规则生成 :

命题公式

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Definition

命题演算的合式公式 (well formed formula , wff) , 又称命题公式 (简称公式) , 按如下规则生成 :

- ① 命题变元本身是一个公式 ; (如 : P, Q, R, \dots)

命题公式

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Definition

命题演算的合式公式 (well formed formula , wff) , 又称命题公式 (简称公式) , 按如下规则生成 :

- ① 命题变元本身是一个公式 ; (如 : P, Q, R, \dots)
- ② 如 G 是公式 , 则 $(\neg G)$ 也是公式 ; (如 : $\neg P, \neg Q, \neg R, \dots$)

命题公式

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Definition

命题演算的合式公式 (well formed formula , wff) , 又称命题公式 (简称公式) , 按如下规则生成 :

- ① 命题变元本身是一个公式 ; (如 : P, Q, R, \dots)
- ② 如 G 是公式 , 则 $(\neg G)$ 也是公式 ; (如 : $\neg P, \neg Q, \neg R, \dots$)
- ③ 如 G, H 是公式 , 则 $(G \wedge H)$ 、 $(G \vee H)$ 、 $(G \rightarrow H)$ 、 $(G \leftrightarrow H)$ 也是公式 ; (如 : $P \wedge Q, (\neg Q) \rightarrow R, \dots$)

命题公式

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Definition

命题演算的合式公式 (well formed formula , wff) , 又称命题公式 (简称公式) , 按如下规则生成 :

- ① 命题变元本身是一个公式 ; (如 : P, Q, R, \dots)
- ② 如 G 是公式 , 则 $(\neg G)$ 也是公式 ; (如 : $\neg P, \neg Q, \neg R, \dots$)
- ③ 如 G, H 是公式 , 则 $(G \wedge H)$ 、 $(G \vee H)$ 、 $(G \rightarrow H)$ 、 $(G \leftrightarrow H)$ 也是公式 ; (如 : $P \wedge Q, (\neg Q) \rightarrow R, \dots$)
- ④ 仅由有限步使用规则 (1)、(2)、(3) 后所得到的包含命题变元、联结词和括号的符号串才是命题公式.
(如 : $\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow R, (\neg Q \vee (P \wedge \neg R)) \rightarrow R, \dots$)

命题公式

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Definition

命题演算的合式公式 (well formed formula , wff) , 又称命题公式 (简称公式) , 按如下规则生成 :

- ① 命题变元本身是一个公式 ; (如 : P, Q, R, \dots)
- ② 如 G 是公式 , 则 $(\neg G)$ 也是公式 ; (如 : $\neg P, \neg Q, \neg R, \dots$)
- ③ 如 G, H 是公式 , 则 $(G \wedge H)$ 、 $(G \vee H)$ 、 $(G \rightarrow H)$ 、 $(G \leftrightarrow H)$ 也是公式 ; (如 : $P \wedge Q, (\neg Q) \rightarrow R, \dots$)
- ④ 仅由有限步使用规则 (1)、(2)、(3) 后所得到的包含命题变元、联结词和括号的符号串才是命题公式.
(如 : $\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow R, (\neg Q \vee (P \wedge \neg R)) \rightarrow R, \dots$)

如果 G 是含有 n 个命题变元 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 的公式 , 可记为 : $G(P_1, P_2, P_3, \dots, P_n)$ 或简写为 G 。

关于命题公式的说明

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

- ① 原子命题变元是最简单的合式公式，称为原子合式公式，简称原子公式；

关于命题公式的说明

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

- ① 原子命题变元是最简单的合式公式，称为原子合式公式，简称原子公式；
- ② 命题公式没有真值，只有对其命题变元进行真值指派后，方可确定命题公式的真值；

关于命题公式的说明

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

- ① 原子命题变元是最简单的合式公式，称为原子合式公式，简称原子公式；
- ② 命题公式没有真值，只有对其命题变元进行真值指派后，方可确定命题公式的真值；
- ③ 整个公式的最外层括号可以省略；公式中不影响运算次序的括号也可以省略。

关于命题公式的说明

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

- ① 原子命题变元是最简单的合式公式，称为原子合式公式，简称原子公式；
- ② 命题公式没有真值，只有对其命题变元进行真值指派后，方可确定命题公式的真值；
- ③ 整个公式的最外层括号可以省略；公式中不影响运算次序的括号也可以省略。
- ④ 在实际应用中，为了便于存储和运算，命题公式常用二元树的方式来表达。

关于命题公式的说明

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

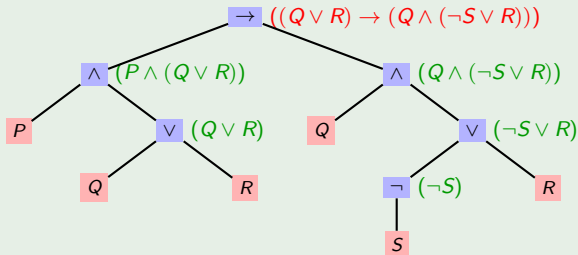
命题公式

公式的解释

真值表

- ① 原子命题变元是最简单的合式公式，称为原子合式公式，简称原子公式；
- ② 命题公式没有真值，只有对其命题变元进行真值指派后，方可确定命题公式的真值；
- ③ 整个公式的最外层括号可以省略；公式中不影响运算次序的括号也可以省略。
- ④ 在实际应用中，为了便于存储和运算，命题公式常用二元树的方式来表达。

Example



公式的解释

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Definition

设 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 是出现在公式 G 中的**所有命题变元**, 指定 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 一组真值, 则这组真值称为 G 的一个**解释**, 常记为 I 。

公式的解释

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Definition

设 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 是出现在公式 G 中的**所有命题变元**, 指定 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 一组真值, 则这组真值称为 G 的一个**解释**, 常记为 I 。

Example

设有公式: $G = P \rightarrow (\neg Q \wedge R)$

公式的解释

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Definition

设 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 是出现在公式 G 中的**所有命题变元**，指定 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 一组真值，则这组真值称为 G 的一个**解释**，常记为 I 。

Example

设有公式： $G = P \rightarrow (\neg Q \wedge R)$

① $I_1 : P = 0, Q = 1, R = 0$ 是 G 的一个解释，使得 G 的真值为 1。

公式的解释

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Definition

设 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 是出现在公式 G 中的**所有命题变元**，指定 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 一组真值，则这组真值称为 G 的一个**解释**，常记为 I 。

Example

设有公式： $G = P \rightarrow (\neg Q \wedge R)$

- ① $I_1 : P = 0, Q = 1, R = 0$ 是 G 的一个解释，使得 G 的真值为 1。
- ② $I_2 : P = 1, Q = 0, R = 0$ 是 G 的一个解释，使得 G 的真值为 0。

公式的解释

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Definition

设 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 是出现在公式 G 中的**所有命题变元**，指定 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 一组真值，则这组真值称为 G 的一个**解释**，常记为 I 。

Example

设有公式： $G = P \rightarrow (\neg Q \wedge R)$

- ① $I_1 : P = 0, Q = 1, R = 0$ 是 G 的一个解释，使得 G 的真值为 1。
- ② $I_2 : P = 1, Q = 0, R = 0$ 是 G 的一个解释，使得 G 的真值为 0。

✎ 如果公式 G 在解释 I 下是真的，则称 I **满足** G ，此时 I 是 G 的**成真赋值**；如果 G 在解释 I 下是假的，则称 I **弄假于** G ，此时 I 是 G 的**成假赋值**。

真值表

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表



- 一般来说，若有 n 个命题变元，则应有 2^n 个不同的解释。

真值表

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表



- 一般来说，若有 n 个命题变元，则应有 2^n 个不同的解释。
- 利用真值表，可得到公式的所有成真赋值和成假赋值。

真值表

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表



- 一般来说，若有 n 个命题变元，则应有 2^n 个不同的解释。
- 利用真值表，可得到公式的所有成真赋值和成假赋值。

Definition

由公式 G 在其所有可能的解释下所取真值构成的表，称为 G 的真值表(truth table)。

真值表

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表



- 一般来说，若有 n 个命题变元，则应有 2^n 个不同的解释。
- 利用真值表，可得到公式的所有成真赋值和成假赋值。

Definition

由公式 G 在其所有可能的解释下所取真值构成的表，称为 G 的**真值表**(truth table)。



真值表画法

一般我们将公式中的命题变元放在真值表的左边，将公式的结果放在真值表的右边。有时为了清楚起见，可将求公式的中间结果也放在真值表中。

真值表

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Example

设有公式： $G = (P \rightarrow ((\neg P \leftrightarrow Q) \wedge R)) \vee Q$ ，则 G 的真值表为：

真值表

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Example

设有公式： $G = (P \rightarrow ((\neg P \leftrightarrow Q) \wedge R)) \vee Q$ ，则 G 的真值表为：

P	Q	R	$\neg P$	$\neg P \leftrightarrow Q$	$\neg P \leftrightarrow Q \wedge R$	$P \rightarrow ((\neg P \leftrightarrow Q) \wedge R)$	G
0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	1

真值表

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表

Example

可进一步简化为：

P	Q	R	$G = (P \rightarrow ((\neg P \leftrightarrow Q) \wedge R)) \vee Q$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

命题逻辑

Lijie W.

命题变元

命题公式

公式的解释

真值表



THE END, THANKS!