

二元关系

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

关系的表示

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016-



关系的集合表示

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算



关系是一种特殊的集合，因此集合的两种基本表示法 (枚举法和叙述法)，可以用到关系的表示中。

Example

关系的集合表示

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算



关系是一种特殊的集合，因此集合的两种基本表示法 (枚举法和叙述法)，可以用到关系的表示中。

Example

① 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 上的整除关系 R 可用枚举法表示为：

$$R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \};$$

关系的集合表示

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算



关系是一种特殊的集合，因此集合的两种基本表示法 (枚举法和叙述法)，可以用到关系的表示中。

Example

- ① 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 上的整除关系 R 可用枚举法表示为：
$$R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \};$$
- ② 实数集 \mathbf{R} 上的“相等”关系 S 可用叙述法表示为：
$$S = \{ \langle x, y \rangle \mid (x, y \in \mathbf{R}) \wedge (x = y) \}.$$

关系的图形表示 ($A \neq B$)

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

关系的图形表示 ($A \neq B$)

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

关系的图形表示 ($A \neq B$)

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Definition

设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$,

$B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$, R 是从 A 到 B 的一个关系.

关系的图形表示 ($A \neq B$)

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Definition

设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$,

$B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$, R 是从 A 到 B 的一个关系.

- ① 集合中的元素 a_1, a_2, \dots, a_n 和 b_1, b_2, \dots, b_m 分别作为图中的结点, 用 “ \circ ” 表示;

关系的图形表示 ($A \neq B$)

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Definition

设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$,

$B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$, R 是从 A 到 B 的一个关系.

- ① 集合中的元素 a_1, a_2, \dots, a_n 和 b_1, b_2, \dots, b_m 分别作为图中的结点, 用 “ \circ ” 表示;
- ② 如果 $\langle a_i, b_j \rangle \in R$, 则从 a_i 到 b_j 可用一有向边 $a_i \rightarrow b_j$ 相连。

关系的图形表示 ($A \neq B$)

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Definition

设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$,

$B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$, R 是从 A 到 B 的一个关系.

- ① 集合中的元素 a_1, a_2, \dots, a_n 和 b_1, b_2, \dots, b_m 分别作为图中的结点, 用 “ \circ ” 表示;
- ② 如果 $\langle a_i, b_j \rangle \in R$, 则从 a_i 到 b_j 可用一有向边 $a_i \rightarrow b_j$ 相连。

关系的图形表示 ($A \neq B$)

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

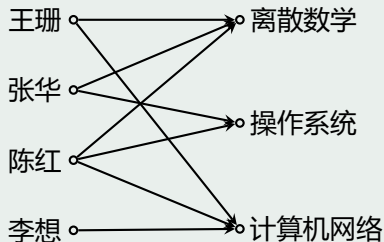
布尔矩阵的运算

Definition

设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$,
 $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$, R 是从 A 到 B 的一个关系.

- ① 集合中的元素 a_1, a_2, \dots, a_n 和 b_1, b_2, \dots, b_m 分别作为图中的结点, 用 "o" 表示;
- ② 如果 $\langle a_i, b_j \rangle \in R$, 则从 a_i 到 b_j 可用一有向边 $a_i \rightarrow b_j$ 相连.

某选课关系 R



关系的图形表示 ($A = B$)

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

关系的图形表示 ($A = B$)

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

关系的图形表示 ($A = B$)

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Definition

设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, R 是 A 上的一个关系.

关系的图形表示 ($A = B$)

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Definition

设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, R 是 A 上的一个关系.

- ① 集合中的元素 a_1, a_2, \dots, a_n 分别作为图中的结点, 用 “ \circ ” 表示;

关系的图形表示 ($A = B$)

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Definition

设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, R 是 A 上的一个关系.

- ① 集合中的元素 a_1, a_2, \dots, a_n 分别作为图中的结点, 用 “ \circ ” 表示;
- ② 如果 $\langle a_i, a_j \rangle \in R$, 则从 a_i 到 a_j 可用一有向边 $a_i \rightarrow a_j$ 相连。

关系的图形表示 ($A = B$)

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Definition

设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, R 是 A 上的一个关系.

- ① 集合中的元素 a_1, a_2, \dots, a_n 分别作为图中的结点, 用 “ \circ ” 表示;
- ② 如果 $\langle a_i, a_j \rangle \in R$, 则从 a_i 到 a_j 可用一有向边 $a_i \longrightarrow a_j$ 相连。
- ③ 如果 $\langle a_i, a_i \rangle \in R$, 则从 a_i 到 a_i 可用一带箭头的小圆圈 $a_i \curvearrowright$ 表示, 即画一个自环。

关系的图形表示 ($A = B$)

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Definition

设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, R 是 A 上的一个关系.

- ① 集合中的元素 a_1, a_2, \dots, a_n 分别作为图中的结点, 用 “ \circ ” 表示;
- ② 如果 $\langle a_i, a_j \rangle \in R$, 则从 a_i 到 a_j 可用一有向边 $a_i \longrightarrow a_j$ 相连。
- ③ 如果 $\langle a_i, a_i \rangle \in R$, 则从 a_i 到 a_i 可用一带箭头的小圆圈 $a_i \curvearrowright$ 表示, 即画一个自环。

关系的图形表示 ($A = B$)

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

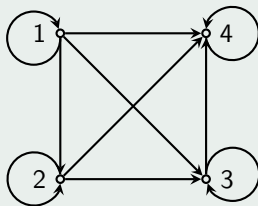
布尔矩阵的运算

Definition

设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, R 是 A 上的一个关系.

- ① 集合中的元素 a_1, a_2, \dots, a_n 分别作为图中的结点, 用 "o" 表示;
- ② 如果 $\langle a_i, a_j \rangle \in R$, 则从 a_i 到 a_j 可用一有向边 $a_i \rightarrow a_j$ 相连.
- ③ 如果 $\langle a_i, a_i \rangle \in R$, 则从 a_i 到 a_i 可用一带箭头的小圆圈 $a_i \circlearrowleft$ 表示, 即画一个自环.

某小于等于关系 R



关系的矩阵表示

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Definition

设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$, R 是从 A 到 B 的一个二元关系, 称矩阵

$M_R = (m_{ij})_{n \times m}$ 为关系 R 的**关系矩阵**(**relation matrix**), 其中:

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \langle a_i, b_j \rangle \in R \\ 0 & \langle a_i, b_j \rangle \notin R \end{cases}, (1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m) \text{ 又称 } M_R \text{ 为 } R \text{ 的邻接矩阵}(\text{adjacency matrix}).$$

关系的矩阵表示

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

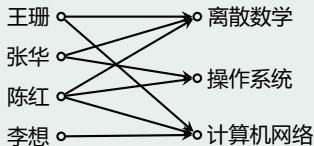
Definition

设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$, R 是从 A 到 B 的一个二元关系, 称矩阵

$M_R = (m_{ij})_{n \times m}$ 为关系 R 的**关系矩阵**(**relation matrix**), 其中:

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \langle a_i, b_j \rangle \in R \\ 0 & \langle a_i, b_j \rangle \notin R \end{cases}, (1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m) \text{ 又称 } M_R \text{ 为 } R \text{ 的邻接矩阵}(\text{adjacency matrix}).$$

某选课关系 R



$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

布尔矩阵的并和交运算

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Definition

布尔矩阵的并和交运算

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Definition

- ① 如果 $A = (a_{ij})$ 和 $B = (b_{ij})$ 是两个 $m \times n$ 矩阵, 则 A 和 B 的并也是一个 $m \times n$ 矩阵, 记为 $A \vee B = C = (c_{ij})$, 其中:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } a_{ij} = 1 \text{ or } b_{ij} = 1 \\ 0 & \text{if } a_{ij} = 0 \text{ and } b_{ij} = 0 \end{cases}$$

布尔矩阵的并和交运算

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Definition

- ① 如果 $A = (a_{ij})$ 和 $B = (b_{ij})$ 是两个 $m \times n$ 矩阵, 则 A 和 B 的并也是一个 $m \times n$ 矩阵, 记为 $A \vee B = C = (c_{ij})$, 其中:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } a_{ij} = 1 \text{ or } b_{ij} = 1 \\ 0 & \text{if } a_{ij} = 0 \text{ and } b_{ij} = 0 \end{cases}$$

- ② 如果 $A = (a_{ij})$ 和 $B = (b_{ij})$ 是两个 $m \times n$ 矩阵, 则 A 和 B 的交也是一个 $m \times n$ 矩阵, 记为 $A \wedge B = C = (c_{ij})$, 其中:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } a_{ij} = 1 \text{ and } b_{ij} = 1 \\ 0 & \text{if } a_{ij} = 0 \text{ or } b_{ij} = 0 \end{cases}$$

布尔矩阵的并和交运算

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Example

$$\text{设 } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

则

$$A \vee B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, A \wedge B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

布尔矩阵的积运算

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Definition

如果 $A = (a_{ij})$ 是 $m \times p$ 矩阵, $B = (b_{ij})$ 是 $p \times n$ 矩阵, 则 A 和 B 的积是一个 $m \times n$ 矩阵, 记为 $A \odot B = C = (c_{ij})$, 其中:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \exists k, a_{ik} = 1 \text{ and } b_{kj} = 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

布尔矩阵的积运算

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算

Definition

如果 $A = (a_{ij})$ 是 $m \times p$ 矩阵, $B = (b_{ij})$ 是 $p \times n$ 矩阵, 则 A 和 B 的积是一个 $m \times n$ 矩阵, 记为 $A \odot B = C = (c_{ij})$, 其中:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \exists k, a_{ik} = 1 \text{ and } b_{kj} = 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

Example

设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 则 $A \odot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

布尔矩阵的运算



THE END, THANKS!