自由变元与约束变元

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016-

自由变元与约束变元

Definition

给定一个合式公式 G，若变元 x 出现在使用变元的量词的辖域之内，则称变元 x 的出现为约束出现，此时的变元 x 称为约束变元。若 x 的出现不是约束出现，则称它为自由出现，此时的变元 x 称为自由变元。

☞ 量词辖域的确定

自由变元与约束变元

Definition

给定一个合式公式 G，若变元 x 出现在使用变元的量词的辖域之内，则称变元 x 的出现为约束出现，此时的变元 x 称为约束变元。若 x 的出现不是约束出现，则称它为自由出现，此时的变元 x 称为自由变元。

☞ 量词辖域的确定

- 若量词后有括号，则括号内的子公式就是该量词的辖域；$(\forall x)(\cdots)$

自由变元与约束变元

Definition

给定一个合式公式 G，若变元 x 出现在使用变元的量词的辖域之内，则称变元 x 的出现为约束出现，此时的变元 x 称为约束变元。若 x 的出现不是约束出现，则称它为自由出现，此时的变元 x 称为自由变元。

☞ 量词辖域的确定

- 若量词后有括号，则括号内的子公式就是该量词的辖域；$(\forall x)(\cdots)$
- 若量词后无括号，则与量词邻接的子公式为该量词的辖域。$(\forall x)F(x)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)R(x, y))$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)R(x,y))$
2. $(\exists x)P(x) \wedge Q(x,y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)R(x, y))$
2. $(\exists x)P(x) \wedge Q(x, y)$
3. $(\forall x)(\exists y)(P(y, z) \vee Q(x, y)) \wedge (\exists x)R(x, y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)R(x, y))$
2. $(\exists x)P(x) \wedge Q(x, y)$
3. $(\forall x)(\exists y)(P(y, z) \vee Q(x, y)) \wedge (\exists x)R(x, y)$
4. $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(x, y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)R(x, y))$
2. $(\exists x)P(x) \wedge Q(x, y)$
3. $(\forall x)(\exists y)(P(y, z) \vee Q(x, y)) \wedge (\exists x)R(x, y)$
4. $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(x, y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \rightarrow (\exists y)R(x,y))}$
2. $(\exists x)P(x) \wedge Q(x,y)$
3. $(\forall x)(\exists y)(P(y,z) \vee Q(x,y)) \wedge (\exists x)R(x,y)$
4. $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(x,y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \rightarrow (\exists y)R(x, y))}$
2. $(\exists x)P(x) \wedge Q(x, y)$
3. $(\forall x)(\exists y)(P(y, z) \vee Q(x, y)) \wedge (\exists x)R(x, y)$
4. $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(x, y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \to (\exists y)\boxed{R(x,y)})}$
2. $(\exists x)P(x) \wedge Q(x,y)$
3. $(\forall x)(\exists y)(P(y,z) \vee Q(x,y)) \wedge (\exists x)R(x,y)$
4. $(\forall x)(P(x) \to R(x)) \wedge (\exists y)Q(x,y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \rightarrow (\exists y)\boxed{R(x, y)})}$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)P(x) \wedge Q(x, y)$
3. $(\forall x)(\exists y)(P(y, z) \vee Q(x, y)) \wedge (\exists x)R(x, y)$
4. $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(x, y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \rightarrow (\exists y)\boxed{R(x,y)})}$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)P(x) \wedge Q(x,y)$
3. $(\forall x)(\exists y)(P(y,z) \vee Q(x,y)) \wedge (\exists x)R(x,y)$
4. $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(x,y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \to (\exists y)\boxed{R(x,y)})}$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)\boxed{P(x)} \land Q(x,y)$
3. $(\forall x)(\exists y)(P(y,z) \lor Q(x,y)) \land (\exists x)R(x,y)$
4. $(\forall x)(P(x) \to R(x)) \land (\exists y)Q(x,y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \rightarrow (\exists y)\boxed{R(x, y)})}$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)\boxed{P(x)} \wedge Q(x, y)$ P(x) 中的 x 为约束变元，Q(x,y) 中的 x，y 是自由变元。
3. $(\forall x)(\exists y)(P(y, z) \vee Q(x, y)) \wedge (\exists x)R(x, y)$
4. $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(x, y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \rightarrow (\exists y)\boxed{R(x,y)})}$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)\boxed{P(x)} \wedge Q(x,y)$ P(x) 中的 x 为约束变元，Q(x,y) 中的 x，y 是自由变元。
3. $(\forall x)(\exists y)(P(y,z) \vee Q(x,y)) \wedge (\exists x)R(x,y)$
4. $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(x,y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \to (\exists y)\boxed{R(x,y)})}$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)\boxed{P(x)} \wedge Q(x,y)$ P(x) 中的 x 为约束变元，Q(x,y) 中的 x，y 是自由变元。
3. $(\forall x)\boxed{(\exists y)(P(y,z) \vee Q(x,y))} \wedge (\exists x)R(x,y)$
4. $(\forall x)(P(x) \to R(x)) \wedge (\exists y)Q(x,y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \rightarrow (\exists y)\boxed{R(x,y)})}$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)\boxed{P(x)} \wedge Q(x,y)$ P(x) 中的 x 为约束变元，Q(x,y) 中的 x，y 是自由变元。
3. $(\forall x)\boxed{(\exists y)(P(y,z) \vee Q(x,y))} \wedge (\exists x)R(x,y)$
4. $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(x,y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)R(x, y))$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)P(x) \wedge Q(x, y)$ P(x) 中的 x 为约束变元，Q(x,y) 中的 x，y 是自由变元。
3. $(\forall x)(\exists y)(P(y, z) \vee Q(x, y)) \wedge (\exists x)R(x, y)$
4. $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(x, y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \rightarrow (\exists y)\boxed{R(x,y)})}$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)\boxed{P(x)} \wedge Q(x,y)$ P(x) 中的 x 为约束变元，Q(x,y) 中的 x，y 是自由变元。
3. $(\forall x)\boxed{(\exists y)\boxed{(P(y,z) \vee Q(x,y))}} \wedge (\exists x)R(x,y)$
4. $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(x,y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)(P(x) \to (\exists y)R(x, y))$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)P(x) \wedge Q(x, y)$ P(x) 中的 x 为约束变元，Q(x,y) 中的 x，y 是自由变元。
3. $(\forall x)(\exists y)(P(y, z) \vee Q(x, y)) \wedge (\exists x)R(x, y)$
4. $(\forall x)(P(x) \to R(x)) \wedge (\exists y)Q(x, y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \to (\exists y)\boxed{R(x,y)})}$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)\boxed{P(x)} \wedge Q(x,y)$ P(x) 中的 x 为约束变元，Q(x,y) 中的 x，y 是自由变元。
3. $(\forall x)\boxed{(\exists y)\boxed{(P(y,z) \vee Q(x,y))}} \wedge (\exists x)\boxed{R(x,y)}$

   P(y,z)、Q(x,y) 中的 x,y 都为约束变元，z 为自由变元；R(x,y) 中的 x 为约束变元，y 为自由变元。
4. $(\forall x)(P(x) \to R(x)) \wedge (\exists y)Q(x,y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \to (\exists y)\boxed{R(x,y)})}$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)\boxed{P(x)} \wedge Q(x,y)$ P(x) 中的 x 为约束变元，Q(x,y) 中的 x，y 是自由变元。
3. $(\forall x)\boxed{(\exists y)\boxed{(P(y,z) \vee Q(x,y))}} \wedge (\exists x)\boxed{R(x,y)}$

   P(y,z)、Q(x,y) 中的 x,y 都为约束变元，z 为自由变元；R(x,y) 中的 x 为约束变元，y 为自由变元。
4. $(\forall x)(P(x) \to R(x)) \wedge (\exists y)Q(x,y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x)\to(\exists y)\boxed{R(x,y)})}$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)\boxed{P(x)}\wedge Q(x,y)$ P(x) 中的 x 为约束变元，Q(x,y) 中的 x，y 是自由变元。
3. $(\forall x)\boxed{(\exists y)\boxed{(P(y,z)\vee Q(x,y))}}\wedge(\exists x)\boxed{R(x,y)}$

   P(y,z)、Q(x,y) 中的 x,y 都为约束变元，z 为自由变元；R(x,y) 中的 x 为约束变元，y 为自由变元。
4. $(\forall x)\boxed{(P(x)\to R(x))}\wedge(\exists y)Q(x,y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \to (\exists y)\boxed{R(x,y)})}$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)\boxed{P(x)} \land Q(x,y)$ P(x) 中的 x 为约束变元，Q(x,y) 中的 x，y 是自由变元。
3. $(\forall x)\boxed{(\exists y)\boxed{(P(y,z) \lor Q(x,y))}} \land (\exists x)\boxed{R(x,y)}$

   P(y,z)、Q(x,y) 中的 x,y 都为约束变元，z 为自由变元；R(x,y) 中的 x 为约束变元，y 为自由变元。
4. $(\forall x)\boxed{(P(x) \to R(x))} \land (\exists y)Q(x,y)$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \rightarrow (\exists y)\boxed{R(x,y)})}$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)\boxed{P(x)} \wedge Q(x,y)$ P(x) 中的 x 为约束变元，Q(x,y) 中的 x，y 是自由变元。
3. $(\forall x)\boxed{(\exists y)\boxed{(P(y,z) \vee Q(x,y))}} \wedge (\exists x)\boxed{R(x,y)}$

   P(y,z)、Q(x,y) 中的 x,y 都为约束变元，z 为自由变元；R(x,y) 中的 x 为约束变元，y 为自由变元。
4. $(\forall x)\boxed{(P(x) \rightarrow R(x))} \wedge (\exists y)\boxed{Q(x,y)}$

自由变元与约束变元

Example

确定以下公式各量词的辖域以及各个体变量为自由变元还是约束变元。

1. $(\forall x)\boxed{(P(x) \to (\exists y)\boxed{R(x,y)})}$ P(x) 中的 x，R(x,y) 的 x，y 都为约束变元。
2. $(\exists x)\boxed{P(x)} \wedge Q(x,y)$ P(x) 中的 x 为约束变元，Q(x,y) 中的 x，y 是自由变元。
3. $(\forall x)\boxed{(\exists y)\boxed{(P(y,z) \vee Q(x,y))}} \wedge (\exists x)\boxed{R(x,y)}$
   P(y,z)、Q(x,y) 中的 x,y 都为约束变元，z 为自由变元；R(x,y) 中的 x 为约束变元，y 为自由变元。
4. $(\forall x)\boxed{(P(x) \to R(x))} \wedge (\exists y)\boxed{Q(x,y)}$
   P(x)，R(x) 中的 x 为约束变元，Q(x, y) 中的 x 为自由变元、y 为约束变元。

两个规则

☞

在上面的公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \land (\exists y)Q(x, y)$ 中，$P(x), R(x)$ 中的 x 和 $Q(x, y)$ 中的 x 不同，一个是约束变元，一个是自由变元，二者完全不同，为了更明确的区分，我们可以不同的变量符号来表示，可将公式改为 $(\forall z)(P(z) \rightarrow R(z)) \land (\exists y)Q(x, y)$ 或 $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \land (\exists y)Q(z, y)$。

两个规则

☞

在上面的公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(x,y)$ 中，$P(x),R(x)$ 中的 x 和 $Q(x,y)$ 中的 x 不同，一个是约束变元，一个是自由变元，二者完全不同，为了更明确的区分，我们可以不同的变量符号来表示，可将公式改为 $(\forall z)(P(z) \rightarrow R(z)) \wedge (\exists y)Q(x,y)$ 或 $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(z,y)$。

规则 1：约束变元的改名规则

- 将量词中的变元以及该量词辖域中此变量之所有约束出现都用新的个体变元替换；
- 新的变元一定要有别于改名辖域中的所有其它变量。

两个规则

☞

在上面的公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(x,y)$ 中，$P(x)$,$R(x)$ 中的 x 和 $Q(x,y)$ 中的 x 不同，一个是约束变元，一个是自由变元，二者完全不同，为了更明确的区分，我们可以不同的变量符号来表示，可将公式改为 $(\forall z)(P(z) \rightarrow R(z)) \wedge (\exists y)Q(x,y)$ 或 $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(z,y)$。

规则 1：约束变元的改名规则

- 将量词中的变元以及该量词辖域中此变量之所有约束出现都用新的个体变元替换；
- 新的变元一定要有别于改名辖域中的所有其它变量。

规则 2：自由变元的代入规则

- 将公式中出现该自由变元的每一处都用新的个体变元替换；

两个规则

☞

在上面的公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(x,y)$ 中，$P(x),R(x)$ 中的 x 和 $Q(x,y)$ 中的 x 不同，一个是约束变元，一个是自由变元，二者完全不同，为了更明确的区分，我们可以不同的变量符号来表示，可将公式改为 $(\forall z)(P(z) \rightarrow R(z)) \wedge (\exists y)Q(x,y)$ 或 $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\exists y)Q(z,y)$。

规则 1：约束变元的改名规则

- 将量词中的变元以及该量词辖域中此变量之所有约束出现都用新的个体变元替换；
- 新的变元一定要有别于改名辖域中的所有其它变量。

规则 2：自由变元的代入规则

- 将公式中出现该自由变元的每一处都用新的个体变元替换；
- 新的变元不允许在原公式中以任何约束形式出现。也可用个体常量代入。

两个规则

Example

两个规则

Example

1. 将公式 $(\forall x)(P(x) \to Q(x,y)) \wedge R(x,y)$ 中的约束变元 x 进行改名；

两个规则

Example

1. 将公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x, y)) \wedge R(x, y)$ 中的约束变元 x 进行改名；
   $(\forall z)(P(z) \rightarrow Q(x, y)) \wedge R(x, y)$

两个规则

Example

1. 将公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x, y)) \wedge R(x, y)$ 中的约束变元 x 进行改名；
   $(\forall z)(P(z) \rightarrow Q(x, y)) \wedge R(x, y)$ ✖

两个规则

Example

1. 将公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x, y)) \land R(x, y)$ 中的约束变元 x 进行改名；
   $(\forall z)(P(z) \rightarrow Q(x, y)) \land R(x, y)$ ✖
   $(\forall y)(P(y) \rightarrow Q(y, y)) \land R(x, y)$

两个规则

Example

1. 将公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x, y)) \wedge R(x, y)$ 中的约束变元 x 进行改名；
   $(\forall z)(P(z) \rightarrow Q(x, y)) \wedge R(x, y)$ ✖
   $(\forall y)(P(y) \rightarrow Q(y, y)) \wedge R(x, y)$ ✖

两个规则

Example

1. 将公式 $(\forall x)(P(x) \to Q(x, y)) \wedge R(x, y)$ 中的约束变元 x 进行改名；

   $(\forall z)(P(z) \to Q(x, y)) \wedge R(x, y)$ ✖

   $(\forall y)(P(y) \to Q(y, y)) \wedge R(x, y)$ ✖

   $(\forall z)(P(z) \to Q(z, y)) \wedge R(x, y)$

两个规则

Example

1. 将公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x, y)) \wedge R(x, y)$ 中的约束变元 x 进行改名；

   $(\forall z)(P(z) \rightarrow Q(x, y)) \wedge R(x, y)$ ✖

   $(\forall y)(P(y) \rightarrow Q(y, y)) \wedge R(x, y)$ ✖

   $(\forall z)(P(z) \rightarrow Q(z, y)) \wedge R(x, y)$ ✔

两个规则

Example

1. 将公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x,y)) \wedge R(x,y)$ 中的约束变元 x 进行改名；

   $(\forall z)(P(z) \rightarrow Q(x,y)) \wedge R(x,y)$ ✖

   $(\forall y)(P(y) \rightarrow Q(y,y)) \wedge R(x,y)$ ✖

   $(\forall z)(P(z) \rightarrow Q(z,y)) \wedge R(x,y)$ ✔

2. 将公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x,y)) \wedge R(x,y)$ 中的自由变元 y 进行代入。

两个规则

Example

1. 将公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x,y)) \land R(x,y)$ 中的约束变元 x 进行改名；

   $(\forall z)(P(z) \rightarrow Q(x,y)) \land R(x,y)$ ✖

   $(\forall y)(P(y) \rightarrow Q(y,y)) \land R(x,y)$ ✖

   $(\forall z)(P(z) \rightarrow Q(z,y)) \land R(x,y)$ ✔

2. 将公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x,y)) \land R(x,y)$ 中的自由变元 y 进行代入。

   $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x,z)) \land R(x,y)$

两个规则

Example

1. 将公式 $(\forall x)(P(x) \to Q(x,y)) \wedge R(x,y)$ 中的约束变元 x 进行改名；
   $(\forall z)(P(z) \to Q(x,y)) \wedge R(x,y)$ ✖
   $(\forall y)(P(y) \to Q(y,y)) \wedge R(x,y)$ ✖
   $(\forall z)(P(z) \to Q(z,y)) \wedge R(x,y)$ ✔
2. 将公式 $(\forall x)(P(x) \to Q(x,y)) \wedge R(x,y)$ 中的自由变元 y 进行代入。
   $(\forall x)(P(x) \to Q(x,z)) \wedge R(x,y)$ ✖

两个规则

Example

1. 将公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x, y)) \wedge R(x, y)$ 中的约束变元 x 进行改名；
   $(\forall z)(P(z) \rightarrow Q(x, y)) \wedge R(x, y)$ ✖
   $(\forall y)(P(y) \rightarrow Q(y, y)) \wedge R(x, y)$ ✖
   $(\forall z)(P(z) \rightarrow Q(z, y)) \wedge R(x, y)$ ✔
2. 将公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x, y)) \wedge R(x, y)$ 中的自由变元 y 进行代入。
   $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x, z)) \wedge R(x, y)$ ✖
   $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x, x)) \wedge R(x, x)$

两个规则

Example

1. 将公式 $(\forall x)(P(x) \to Q(x,y)) \wedge R(x,y)$ 中的约束变元 x 进行改名；

   $(\forall z)(P(z) \to Q(x,y)) \wedge R(x,y)$ ✖

   $(\forall y)(P(y) \to Q(y,y)) \wedge R(x,y)$ ✖

   $(\forall z)(P(z) \to Q(z,y)) \wedge R(x,y)$ ✔

2. 将公式 $(\forall x)(P(x) \to Q(x,y)) \wedge R(x,y)$ 中的自由变元 y 进行代入。

   $(\forall x)(P(x) \to Q(x,z)) \wedge R(x,y)$ ✖

   $(\forall x)(P(x) \to Q(x,x)) \wedge R(x,x)$ ✖

两个规则

Example

1. 将公式 $(\forall x)(P(x) \to Q(x,y)) \wedge R(x,y)$ 中的约束变元 x 进行改名；
   $(\forall z)(P(z) \to Q(x,y)) \wedge R(x,y)$ ✖
   $(\forall y)(P(y) \to Q(y,y)) \wedge R(x,y)$ ✖
   $(\forall z)(P(z) \to Q(z,y)) \wedge R(x,y)$ ✔
2. 将公式 $(\forall x)(P(x) \to Q(x,y)) \wedge R(x,y)$ 中的自由变元 y 进行代入。
   $(\forall x)(P(x) \to Q(x,z)) \wedge R(x,y)$ ✖
   $(\forall x)(P(x) \to Q(x,x)) \wedge R(x,x)$ ✖
   $(\forall x)(P(x) \to Q(x,z)) \wedge R(x,z)$

两个规则

Example

1. 将公式 $(\forall x)(P(x) \to Q(x,y)) \land R(x,y)$ 中的约束变元 x 进行改名；

   $(\forall z)(P(z) \to Q(x,y)) \land R(x,y)$ ✖

   $(\forall y)(P(y) \to Q(y,y)) \land R(x,y)$ ✖

   $(\forall z)(P(z) \to Q(z,y)) \land R(x,y)$ ✔

2. 将公式 $(\forall x)(P(x) \to Q(x,y)) \land R(x,y)$ 中的自由变元 y 进行代入。

   $(\forall x)(P(x) \to Q(x,z)) \land R(x,y)$ ✖

   $(\forall x)(P(x) \to Q(x,x)) \land R(x,x)$ ✖

   $(\forall x)(P(x) \to Q(x,z)) \land R(x,z)$ ✔

闭式

Definition

设 G 是任意一个公式，若 G 中无自由出现的个体变元，则称 G 为封闭的合式公式，简称闭式。

闭式

Definition

设 G 是任意一个公式，若 G 中无自由出现的个体变元，则称 G 为封闭的合式公式，简称闭式。

Example

闭式

Definition

设 G 是任意一个公式，若 G 中无自由出现的个体变元，则称 G 为封闭的合式公式，简称闭式。

Example

- $(\forall x)(P(x) \to (\exists y)R(x,y))$ 是闭式；

闭式

Definition

设 G 是任意一个公式，若 G 中无自由出现的个体变元，则称 G 为封闭的合式公式，简称闭式。

Example

- $(\forall x)(P(x) \to (\exists y)R(x,y))$ 是闭式；
- $(\exists x)P(x) \wedge Q(x,y)$ 不是闭式。

闭式

Definition

设 G 是任意一个公式，若 G 中无自由出现的个体变元，则称 G 为封闭的合式公式，简称闭式。

Example

- $(\forall x)(P(x) \to (\exists y)R(x,y))$ 是闭式；
- $(\exists x)P(x) \wedge Q(x,y)$ 不是闭式。

☞

显然，闭式是一个命题。

THE END, THANKS!