

## 谓词合式公式

王丽杰

Email: [ljwang@uestc.edu.cn](mailto:ljwang@uestc.edu.cn)

电子科技大学 计算机学院

2016-



# 四类符号

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

在基于谓词的形式化中，我们将使用如下四种符号：

- ① **常量符号**：指所属个体域  $D$  中的某个元素，用带或不带下标的小写英文字母  $a, b, c, \dots, a_1, b_1, c_1, \dots$  来表示。

# 四类符号

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

在基于谓词的形式化中，我们将使用如下四种符号：

- ① **常量符号**：指所属个体域  $D$  中的某个元素，用带或不带下标的小写英文字母  $a, b, c, \dots, a_1, b_1, c_1, \dots$  来表示。
- ② **变量符号**：指所属个体域  $D$  中的任意元素，用带或不带下标的小写英文字母  $x, y, z, \dots, x_1, y_1, z_1, \dots$  来表示。

# 四类符号

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

在基于谓词的形式化中，我们将使用如下四种符号：

- ① **常量符号**：指所属个体域  $D$  中的某个元素，用带或不带下标的小写英文字母  $a, b, c, \dots, a_1, b_1, c_1, \dots$  来表示。
- ② **变量符号**：指所属个体域  $D$  中的任意元素，用带或不带下标的小写英文字母  $x, y, z, \dots, x_1, y_1, z_1, \dots$  来表示。
- ③ **函数符号**： $n$  元函数符号  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  可以是所属个体域集合  $D^n \rightarrow D$  的任意一个函数，用带或不带下标的小写英文字母  $f, g, h, \dots, f_1, g_1, h_1, \dots$  来表示。

# 四类符号

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

在基于谓词的形式化中，我们将使用如下四种符号：

- ① **常量符号**：指所属个体域  $D$  中的某个元素，用带或不带下标的小写英文字母  $a, b, c, \dots, a_1, b_1, c_1, \dots$  来表示。
- ② **变量符号**：指所属个体域  $D$  中的任意元素，用带或不带下标的小写英文字母  $x, y, z, \dots, x_1, y_1, z_1, \dots$  来表示。
- ③ **函数符号**： $n$  元函数符号  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  可以是所属个体域集合  $D^n \rightarrow D$  的任意一个函数，用带或不带下标的小写英文字母  $f, g, h, \dots, f_1, g_1, h_1, \dots$  来表示。
- ④ **谓词符号**： $n$  元谓词符号  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  可以是所属个体域集合  $D^n \rightarrow \{0, 1\}$  的任意一个谓词，用带或不带下标的大写英文字母  $P, Q, R, \dots, P_1, Q_1, R_1, \dots$  来表示。

# 为何需要函数符号？

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Example

命题“周红的父亲是教授”：

# 为何需要函数符号？

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Example

命题“周红的父亲是教授”：

- 若令  $f(x)$ ： $x$  的父亲； $P(x)$ ： $x$  是教授； $c$ ：周红，则该命题符号化为  $P(f(c))$

# 为何需要函数符号？

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Example

命题“周红的父亲是教授”：

- 若令  $f(x)$ ： $x$  的父亲； $P(x)$ ： $x$  是教授； $c$ ：周红，则该命题符号化为  $P(f(c))$
- 若令  $P(x)$ ： $x$  是教授； $F(x, y)$ ： $x$  是  $y$  的父亲； $c$ ：周红，则该命题符号化为  $(\forall x)(F(x, c) \rightarrow P(x))$



# 为何需要函数符号？

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Example

命题“周红的父亲是教授”：

- 若令  $f(x)$ ： $x$  的父亲； $P(x)$ ： $x$  是教授； $c$ ：周红，则该命题符号化为  $P(f(c))$
- 若令  $P(x)$ ： $x$  是教授； $F(x, y)$ ： $x$  是  $y$  的父亲； $c$ ：周红，则该命题符号化为  $(\forall x)(F(x, c) \rightarrow P(x))$



从上面的例子可以看出，函数可用于表达个体词之间的转换关系，给谓词逻辑中的个体词表示带来了很大的方便。

# 项

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Definition

谓词逻辑中的**项** ( Term ), 被递归地定义为 :

# 项

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Definition

谓词逻辑中的项 ( Term ), 被递归地定义为 :

- 任意的常量符号或任意的变量符号是项 ;

# 项

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Definition

谓词逻辑中的项 ( Term ), 被递归地定义为 :

- 任意的常量符号或任意的变量符号是项 ;
- 若  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  是  $n$  元函数符号 ,  $t_1, t_2, \dots, t_n$  是项 , 则  $f(t_1, t_2, \dots, t_n)$  是项 ;

# 项

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Definition

谓词逻辑中的项 ( Term ), 被递归地定义为 :

- 任意的常量符号或任意的变量符号是项 ;
- 若  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  是  $n$  元函数符号 ,  $t_1, t_2, \dots, t_n$  是项 , 则  $f(t_1, t_2, \dots, t_n)$  是项 ;
- 仅由有限次使用以上两个规则产生的符号串才是项。

# 项

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Definition

谓词逻辑中的项 ( Term ), 被递归地定义为 :

- 任意的常量符号或任意的变量符号是项 ;
- 若  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  是  $n$  元函数符号 ,  $t_1, t_2, \dots, t_n$  是项 , 则  $f(t_1, t_2, \dots, t_n)$  是项 ;
- 仅由有限次使用以上两个规则产生的符号串才是项。

## Example

# 项

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Definition

谓词逻辑中的**项** ( Term ), 被递归地定义为 :

- 任意的**常量符号**或任意的**变量符号**是项 ;
- 若  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  是  $n$  元函数符号 ,  $t_1, t_2, \dots, t_n$  是项 , 则  $f(t_1, t_2, \dots, t_n)$  是项 ;
- 仅由**有限次**使用以上两个规则产生的符号串才是项。

## Example

- 命题 “周红的父亲是教授” 可表示为  $P(f(c))$  , 这里的  $f(c)$  是项。

# 项

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Definition

谓词逻辑中的**项** ( Term ), 被递归地定义为 :

- 任意的**常量符号**或任意的**变量符号**是项 ;
- 若  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  是  $n$  元函数符号 ,  $t_1, t_2, \dots, t_n$  是项 , 则  $f(t_1, t_2, \dots, t_n)$  是项 ;
- 仅由**有限次**使用以上两个规则产生的符号串才是项。

## Example

- 命题 “周红的父亲是教授” 可表示为  $P(f(c))$  , 这里的  $f(c)$  是项。
- $f(g(x, y), h(a, g(x, y), z))$  是项 ;



# 合式公式

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Definition

若  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  是  $n$  元谓词,  $t_1, t_2, \dots, t_n$  是项, 则称  $P(t_1, t_2, \dots, t_n)$  为**原子谓词公式**, 简称**原子公式**。

# 合式公式

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Definition

若  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  是  $n$  元谓词,  $t_1, t_2, \dots, t_n$  是项, 则称  $P(t_1, t_2, \dots, t_n)$  为**原子谓词公式**, 简称**原子公式**。

## Definition

满足下列条件的表达式, 称为**合式公式**(well-formed formulae/wff), 简称公式。

# 合式公式

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Definition

若  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  是  $n$  元谓词,  $t_1, t_2, \dots, t_n$  是项, 则称  $P(t_1, t_2, \dots, t_n)$  为**原子谓词公式**, 简称**原子公式**。

## Definition

满足下列条件的表达式, 称为**合式公式**(well-formed formulae/wff), 简称公式。

- ① **原子公式**是合式公式;

# 合式公式

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Definition

若  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  是  $n$  元谓词,  $t_1, t_2, \dots, t_n$  是项, 则称  $P(t_1, t_2, \dots, t_n)$  为**原子谓词公式**, 简称**原子公式**。

## Definition

满足下列条件的表达式, 称为**合式公式**(well-formed formulae/wff), 简称公式。

- ① **原子公式**是合式公式;
- ② 若  $G, H$  是合式公式, 则  $(\neg G), (\neg H), (G \vee H), (G \wedge H), (G \rightarrow H), (G \leftrightarrow H)$  也是合式公式;

# 合式公式

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Definition

若  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  是  $n$  元谓词,  $t_1, t_2, \dots, t_n$  是项, 则称  $P(t_1, t_2, \dots, t_n)$  为**原子谓词公式**, 简称**原子公式**。

## Definition

满足下列条件的表达式, 称为**合式公式**(well-formed formulae/wff), 简称公式。

- ① **原子公式**是合式公式;
- ② 若  $G, H$  是合式公式, 则  $(\neg G), (\neg H), (G \vee H), (G \wedge H), (G \rightarrow H), (G \leftrightarrow H)$  也是合式公式;
- ③ 若  $G$  是合式公式,  $x$  是个体变量, 则  $(\forall x)G, (\exists x)G$  也是合式公式;

# 合式公式

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Definition

若  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  是  $n$  元谓词,  $t_1, t_2, \dots, t_n$  是项, 则称  $P(t_1, t_2, \dots, t_n)$  为**原子谓词公式**, 简称**原子公式**。

## Definition

满足下列条件的表达式, 称为**合式公式**(well-formed formulae/wff), 简称公式。

- ① **原子公式**是合式公式;
- ② 若  $G, H$  是合式公式, 则  $(\neg G), (\neg H), (G \vee H), (G \wedge H), (G \rightarrow H), (G \leftrightarrow H)$  也是合式公式;
- ③ 若  $G$  是合式公式,  $x$  是个体变量, 则  $(\forall x)G, (\exists x)G$  也是合式公式;
- ④ 由**有限次**使用以上三个规则产生的表达式才是合式公式。

# 合式公式

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Example

关于合式公式

# 合式公式

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Example

- $(\forall x)(\exists y)(P(x, y) \rightarrow (Q(x, y) \vee R(x, a, f(z))))$  ,  $(\forall x)(P(x) \vee (\exists y)R(x, y))$  ,  
 $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$  等都是公式 ;

## 关于合式公式



# 合式公式

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Example

- $(\forall x)(\exists y)(P(x, y) \rightarrow (Q(x, y) \vee R(x, a, f(z))))$  ,  $(\forall x)(P(x) \vee (\exists y)R(x, y))$  ,  $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$  等都是公式 ;
- $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$  ,  $(\exists y)(\forall x)(\vee P(x, y))$  等则不是公式。

## 关于合式公式

# 合式公式

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Example

- $(\forall x)(\exists y)(P(x, y) \rightarrow (Q(x, y) \vee R(x, a, f(z))))$  ,  $(\forall x)(P(x) \vee (\exists y)R(x, y))$  ,  $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$  等都是公式 ;
- $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$  ,  $(\exists y)(\forall x)(\vee P(x, y))$  等则不是公式。

## 关于合式公式

- 公式的最外层括号可省略 ;

# 合式公式

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Example

- $(\forall x)(\exists y)(P(x, y) \rightarrow (Q(x, y) \vee R(x, a, f(z))))$  ,  $(\forall x)(P(x) \vee (\exists y)R(x, y))$  ,  $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$  等都是公式；
- $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$  ,  $(\exists y)(\forall x)(\vee P(x, y))$  等则不是公式。

## 关于合式公式

- 公式的最外层括号可省略；
- 量词后面的括号省略方式为：一个量词的辖域中仅出现一个原子公式，则此辖域的外层括号可省略，否则不能省略；

# 合式公式

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式

## Example

- $(\forall x)(\exists y)(P(x, y) \rightarrow (Q(x, y) \vee R(x, a, f(z))))$  ,  $(\forall x)(P(x) \vee (\exists y)R(x, y))$  ,  $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$  等都是公式；
- $(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$  ,  $(\exists y)(\forall x)(\vee P(x, y))$  等则不是公式。

## 关于合式公式

- 公式的最外层括号可省略；
- 量词后面的括号省略方式为：一个量词的辖域中仅出现一个原子公式，则此辖域的外层括号可省略，否则不能省略；
- 一个个体词只能受一个量词的约束，否则就是没有意义的。

谓词合式公式

Lijie Wang

四类符号

项

合式公式



THE END, THANKS!