

图的同构

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016-



引言

图的同构

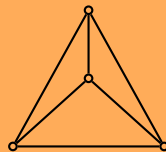
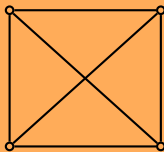
Lijie Wang

引言

定义

必要条件

- 图最本质的内容是结点和边的关联关系. 而在实际画图时, 由于结点的位置不同, 边的长短曲直不同, 同一事物间的关系可能画出不同形状的图来。例如下面两个图实际上是同一个图 K_4 。



引言

图的同构

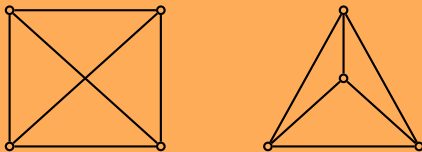
Lijie Wang

引言

定义

必要条件

- 图最本质的内容是结点和边的关联关系. 而在实际画图时, 由于结点的位置不同, 边的长短曲直不同, 同一事物间的关系可能画出不同形状的图来。例如下面两个图实际上是同一个图 K_4 。



- 在化学里经常用图为化合物建模。不同的化合物可能分子式相同但结构不同, 这就是同分异构体。同分异构体在化学性质上可能有较大不同。

图的同构

图的同构

Lijie Wang

引言

定义

必要条件

Definition

设两个图 $G = \langle V, E \rangle$ 和 $G' = \langle V', E' \rangle$, 如果存在双射函数 $g: V \rightarrow V'$, 使得对于任意的 $e = (v_i, v_j)$ (或者 $\langle v_i, v_j \rangle \in E$ 当且仅当 $e' = (g(v_i), g(v_j))$ (或者 $\langle g(v_i), g(v_j) \rangle \in E'$, 并且 e 与 e' 的重数相同, 则称 G 与 G' 同构(isomorphism), 记为 $G \cong G'$ 。

图的同构

图的同构

Lijie Wang

引言

定义

必要条件

Definition

设两个图 $G = \langle V, E \rangle$ 和 $G' = \langle V', E' \rangle$, 如果存在双射函数 $g: V \rightarrow V'$, 使得对于任意的 $e = (v_i, v_j)$ (或者 $\langle v_i, v_j \rangle \in E$ 当且仅当 $e' = (g(v_i), g(v_j))$ (或者 $\langle g(v_i), g(v_j) \rangle \in E'$, 并且 e 与 e' 的重数相同 , 则称 G 与 G' 同构(isomorphism) , 记为 $G \cong G'$ 。

对于同构，形象地说，若图的结点可以任意挪动位置，而边是完全弹性的，只要在不拉断的条件下，一个图可以变形为另一个图，那么这两个图是同构的。

图的同构

图的同构

Lijie Wang

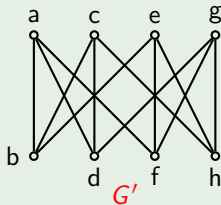
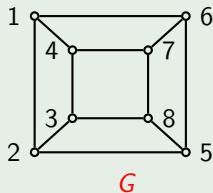
引言

定义

必要条件

Example

证明下图中 $G \cong G'$ 。



图的同构

图的同构

Lijie Wang

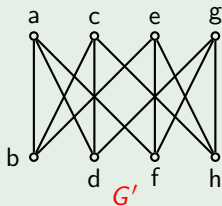
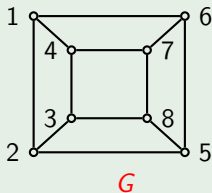
引言

定义

必要条件

Example

证明下图中 $G \cong G'$ 。



证明：构造结点之间的双射函数 f ：

$f(1) = a, f(2) = b, f(3) = c, f(4) = d, f(5) = e, f(6) = f, f(7) = g, f(8) = h$. 容易验证， f 满足图的同构定义，所以 $G \cong G'$ 。

图的同构

图的同构

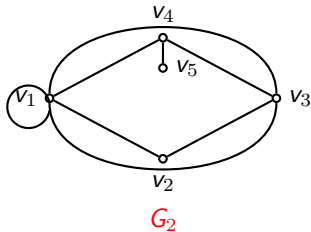
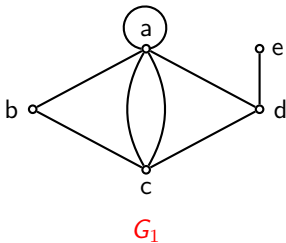
Lijie Wang

引言

定义

必要条件

判定同构的方法关键就是找到结点间的对应关系，而在两个带有 n 个结点的图之间有 $n!$ 种可能的一一对应关系。尤其是当 n 很大时，判断任意两个图是否同构常常是一件困难的事情。



图同构的必要条件

图的同构

Lijie Wang

引言

定义

必要条件

同构的必要条件

- 结点数目相同

图同构的必要条件

图的同构

Lijie Wang

引言

定义

必要条件

同构的必要条件

- 结点数目相同
- 边数相同

必要条件的应用场景

我们可以通过同构的必要条件说明两个图不同构。

图同构的必要条件

图的同构

Lijie Wang

引言

定义

必要条件

同构的必要条件

- 结点数目相同
- 边数相同
- 度数相同的结点数相同

必要条件的应用场景

我们可以通过同构的必要条件说明两个图不同构。

图同构的必要条件

图的同构

Lijie Wang

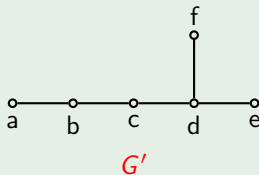
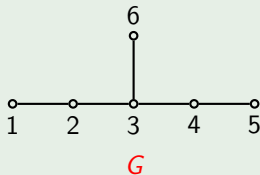
引言

定义

必要条件

Example

下图中 G 和 G' 不同构。



图同构的必要条件

图的同构

Lijie Wang

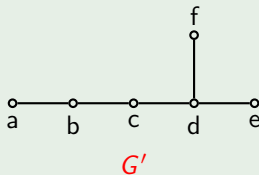
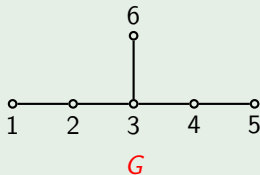
引言

定义

必要条件

Example

下图中 G 和 G' 不同构。



图同构的三个必要条件一定不能作为充分条件来使用。



THE END, THANKS!