特殊图



欧拉图

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016-





















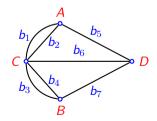












游人从四块陆地中任一块出发,按什么样的线路方能做到每座桥通过一次 且仅一次而最后返回原地?

Definition

设 G 是无孤立结点的图,若存在一条通路 (回路),经过图中每边一次且仅一次,则称此通路 (回路) 为该图的一条欧拉通路 (回路)。具有欧拉回路的图称为欧拉图 (Eulerian graph)。



Definition

设 G 是无孤立结点的图,若存在一条通路 (回路),经过图中每边一次且仅一次,则称此通路 (回路) 为该图的一条欧拉通路 (回路)。具有欧拉回路的图称为欧拉图(Eulerian graph)。

☞ 注意

• 规定:平凡图为欧拉图;

ijie Wang

Lijie Wani

定义

PIJAE Arten

求回路

Definition

设 G 是无孤立结点的图,若存在一条通路 (回路),经过图中每边一次且仅一次,则称此通路 (回路) 为该图的一条欧拉通路 (回路)。具有欧拉回路的图称为欧拉图 (Eulerian graph)。

☞ 注意

- 规定:平凡图为欧拉图;
- 欧拉通路是经过图中所有边的通路中长度最短的通路;

Lijie Wang

定义

一笔画

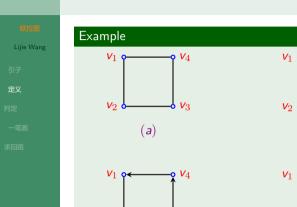
求回路

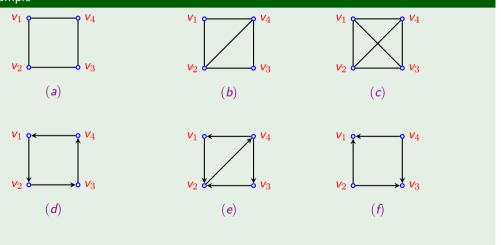
Definition

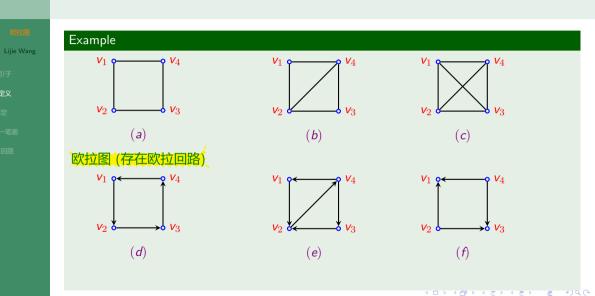
设 G 是无孤立结点的图,若存在一条通路 (回路),经过图中每边一次且仅一次,则称此通路 (回路) 为该图的一条欧拉通路 (回路)。具有欧拉回路的图称为欧拉图(Eulerian graph)。

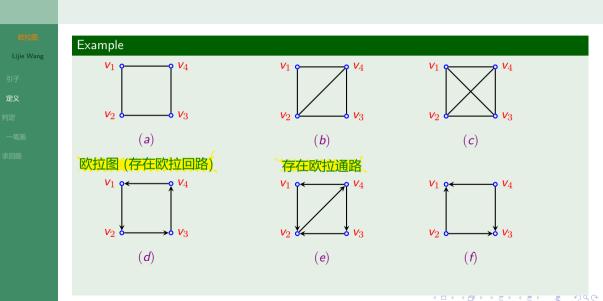
☞ 注意

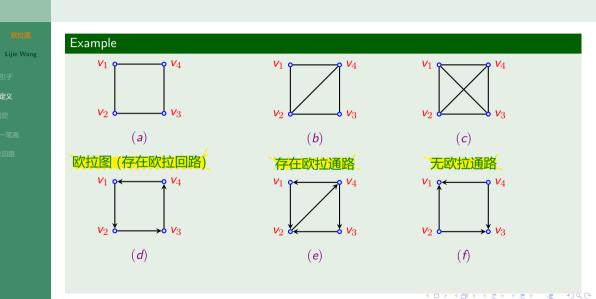
- 规定:平凡图为欧拉图;
- 欧拉通路是经过图中所有边的通路中长度最短的通路;
- 欧拉回路是经过图中所有边的回路中长度最短的回路。

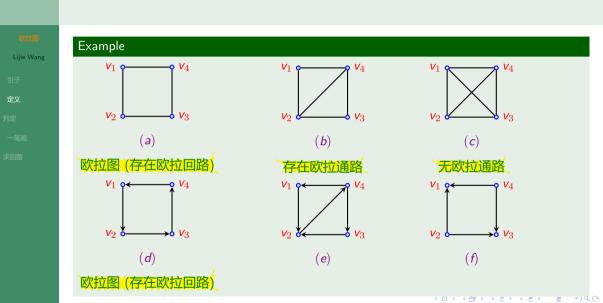


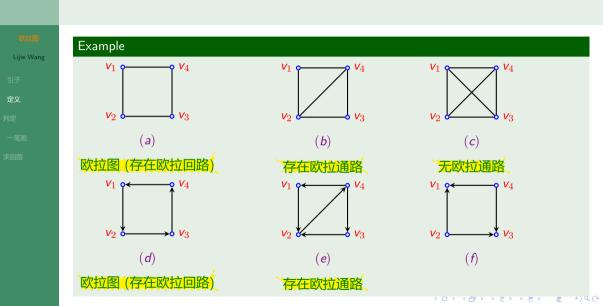


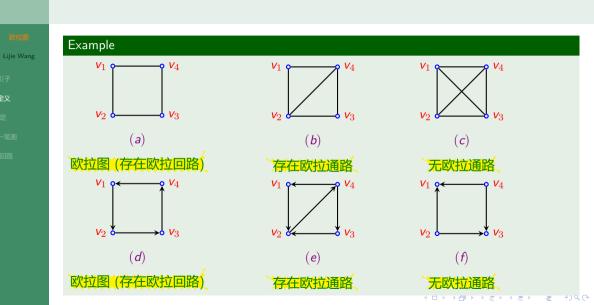














Lijie Wang

Æ.

求回路

Theorem

无向图 G=<V,E> 具有一条欧拉通路, 当且仅当 G 是连通的, 且仅有零个或两个奇度数结点。

Theorem

无向图 G=<V,E> 具有一条欧拉通路,当且仅当 G 是连通的,且仅有零个或两个奇度数结点。

Corollary

无向图 $G = \langle V, E \rangle$ 具有一条欧拉回路, 当且仅当 G 是连通的, 并且所有结点的度数均为偶数。

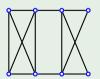
Theorem

无向图 $G = \langle V, E \rangle$ 具有一条欧拉通路, 当且仅当 G 是连通的, 且仅有零个或两个奇度数结点。

Corollary

无向图 $G = \langle V, E \rangle$ 具有一条欧拉回路, 当且仅当 G 是连通的, 并且所有结点的度数均为偶数。







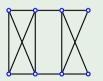
Theorem

无向图 $G = \langle V, E \rangle$ 具有一条欧拉通路, 当且仅当 G 是连通的, 且仅有零个或两个奇度数结点。

Corollary

无向图 $G = \langle V, E \rangle$ 具有一条欧拉回路, 当且仅当 G 是连通的, 并且所有结点的度数均为偶数。





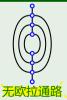


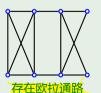
Theorem

无向图 $G = \langle V, E \rangle$ 具有一条欧拉通路, 当且仅当 G 是连通的, 且仅有零个或两个奇度数结点。

Corollary

无向图 $G = \langle V, E \rangle$ 具有一条欧拉回路, 当且仅当 G 是连通的, 并且所有结点的度数均为偶数。







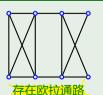
Theorem

无向图 $G = \langle V, E \rangle$ 具有一条欧拉通路, 当且仅当 G 是连通的, 且仅有零个或两个奇度数结点。

Corollary

无向图 $G = \langle V, E \rangle$ 具有一条欧拉回路, 当且仅当 G 是连通的, 并且所有结点的度数均为偶数。







存在欧拉回路(欧拉图)



iie Wang

定义

判定

一笔证

求回路

Theorem

有向图 G 具有一条欧拉通路,当且仅当 G 是连通的,且除了两个结点以外,其余结点的入度等于出度,而这两个例外的结点中,一个结点的入度比出度大 1,另一个结点的出度比入度大 1。

Theorem

Lijie Wang

有向图 G 具有一条欧拉通路,当且仅当 G 是连通的,且除了两个结点以外,其余结点的入度等于出度,而这两个例外的结点中,一个结点的入度比出度大 1,另一个结点的出度比入度大 1。

Corollary

有向图 G 具有一条欧拉回路,当且仅当 G 是连通的,且所有结点的入度等于出度。

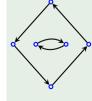
Theorem

有向图 G 具有一条欧拉通路, 当且仅当 G 是连通的, 且除了两个结点以外, 其余结点的入度等于出度, 而这两个例外的结点中, 一个结点的入度比出度大 1, 另一个结点的出度比入度大 1。

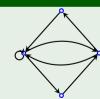
Corollary

有向图 G 具有一条欧拉回路, 当且仅当 G 是连通的, 且所有结点的入度等于出度。

${\sf Example}$





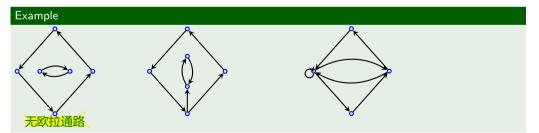


Theorem

有向图 G 具有一条欧拉通路,当且仅当 G 是连通的,且除了两个结点以外,其余结点的入度等于出度,而这两个例外的结点中,一个结点的入度比出度大 1,另一个结点的出度比入度大 1。

Corollary

有向图 G 具有一条欧拉回路, 当且仅当 G 是连通的, 且所有结点的入度等于出度。

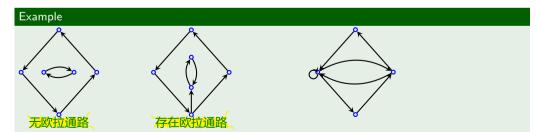


Theorem

有向图 G 具有一条欧拉通路, 当且仅当 G 是连通的, 且除了两个结点以外, 其余结点的入度等于出度, 而这两个例外的结点中, 一个结点的入度比出度大 1, 另一个结点的出度比入度大 1。

Corollary

有向图 G 具有一条欧拉回路, 当且仅当 G 是连通的, 且所有结点的入度等于出度。

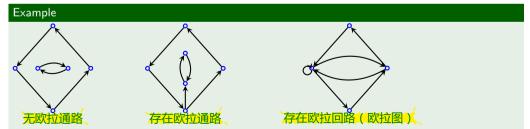


Theorem

有向图 G 具有一条欧拉通路, 当且仅当 G 是连通的, 且除了两个结点以外, 其余结点的入度等于出度, 而这两个例外的结点中, 一个结点的入度比出度大 1, 另一个结点的出度比入度大 1。

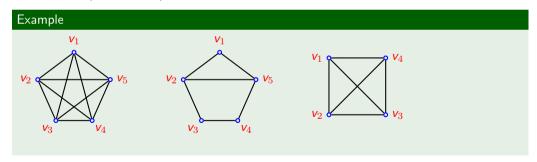
Corollary

有向图 G 具有一条欧拉回路, 当且仅当 G 是连通的, 且所有结点的入度等于出度。



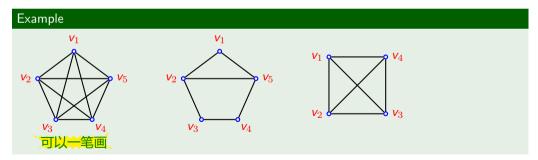
Lijie Wang

所谓一笔画是指笔不离纸,不重复的画出图形。能否一笔画本质上就是求图中是否存在欧拉通路(或欧拉回路)的问题。



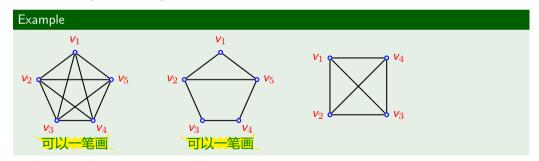
Lijie Wang

所谓一笔画是指笔不离纸,不重复的画出图形。能否一笔画本质上就是求图中是否存在欧拉通路 (或欧拉回路)的问题。



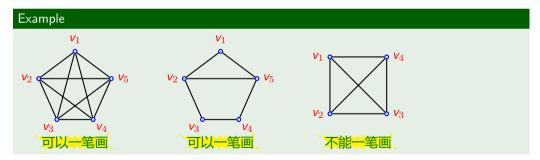
Lijie Wang

所谓一笔画是指笔不离纸,不重复的画出图形。能否一笔画本质上就是求图中是否存在欧拉通路(或欧拉回路)的问题。



Lijie Wang

所谓一笔画是指笔不离纸,不重复的画出图形。能否一笔画本质上就是求图中是否存在欧拉通路(或欧拉回路)的问题。



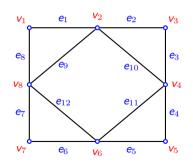
求无向图的欧拉回路-Fleury 算法



依次选边,每选一条边就从图中删去。选取条件是:与上一条已选取的边关联;除非无别的边可选,否则不能选割边(桥)。

求无向图的欧拉回路-Fleury 算法

依次选边,每选一条边就从图中删去。选取条件是:与上一条已选取的边关联;除非无别的边可选,否则不能选割边(桥)。



Lijie Wang

求同路

一条欧拉回路:

 $e_1 e_2 e_3 e_4 e_5 e_6 e_7 e_9 e_{10} e_{11} e_{12} e_8$



一笔画



THE END, THANKS!