谓词逻辑



Lijie Wang

最同引入

714现付亏16

量词的引入

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016-



量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词直值确分

虽然目前有了个体词和谓词,但对于有些命题而言,还是无法准确描述。

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

最词直值确定

虽然目前有了个体词和谓词,但对于有些命题而言,还是无法准确描述。

Example

• 所有的老虎都要吃人;

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词真值确定

虽然目前有了个体词和谓词,但对于有些命题而言,还是无法准确描述。

- 所有的老虎都要吃人;
- 每一个大学生都会说英语;

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词直值确定

虽然目前有了个体词和谓词,但对于有些命题而言,还是无法准确描述。

- 所有的老虎都要吃人;
- 每一个大学生都会说英语;
- 有一些人登上过月球;

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

最词直值确定

虽然目前有了个体词和谓词,但对于有些命题而言,还是无法准确描述。

- 所有的老虎都要吃人;
- 每一个大学生都会说英语;
- 有一些人登上过月球;
- 存在自然数是素数。



量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词真值确定

Definition

量词的引入

Lijie Wang

문경리)

个体域符号化

3.131 de /de ros ch

Definition

全称量词 (∀x): 所有的 x; 任意的 x; 一切的 x; 每一个 x; ···

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

Definition

- **全称量词** (∀x): 所有的 x; 任意的 x; 一切的 x; 每一个 x; ···
- **存在量词** (∃x): 有些 x; 至少有一个 x; 某一些 x; 存在 x; ···

量词的引/

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

Definition

- **全称量词** (∀x): 所有的 x; 任意的 x; 一切的 x; 每一个 x; ···
- 存在量词 (∃x): 有些 x; 至少有一个 x; 某一些 x; 存在 x; ···

其中的 x 称为作用变量。一般将其量词加在其谓词之前,记为 $(\forall x)F(x)$, $(\exists x)F(x)$ 。此时, F(x) 称为全称量词和存在量词的辖域。

量词的引力

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

Definition

- 全称量词 (∀x): 所有的 x; 任意的 x; 一切的 x; 每一个 x; ···
- 存在量词 (∃x): 有些 x; 至少有一个 x; 某一些 x; 存在 x; ···

其中的 x 称为作用变量。一般将其量词加在其谓词之前,记为 $(\forall x)F(x)$, $(\exists x)F(x)$ 。此时, F(x) 称为全称量词和存在量词的辖域。

Example

• 所有的老虎都要吃人;

量词的引力

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

Definition

- 全称量词 (∀x): 所有的 x; 任意的 x; 一切的 x; 每一个 x; ···
- 存在量词 (∃x): 有些 x; 至少有一个 x; 某一些 x; 存在 x; ···

其中的 x 称为作用变量。一般将其量词加在其谓词之前,记为 $(\forall x)F(x)$, $(\exists x)F(x)$ 。此时, F(x) 称为全称量词和存在量词的辖域。

- 所有的老虎都要吃人;
- 每一个大学生都会说英语;

量词的引力

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

Definition

- **全称量词** (∀x): 所有的 x; 任意的 x; 一切的 x; 每一个 x; ···
- 存在量词 (∃x): 有些 x; 至少有一个 x; 某一些 x; 存在 x; ···

其中的 x 称为作用变量。一般将其量词加在其谓词之前,记为 $(\forall x)F(x)$, $(\exists x)F(x)$ 。此时, F(x) 称为全称量词和存在量词的辖域。

- 所有的老虎都要吃人;
- 每一个大学生都会说英语;
- 有一些人登上过月球;

量词的引

Lijie Wang

量词引入

个体域符号的

Definition

- **全称量词** (∀x): 所有的 x; 任意的 x; 一切的 x; 每一个 x; ···
- 存在量词 (∃x): 有些 x; 至少有一个 x; 某一些 x; 存在 x; ···

其中的 x 称为作用变量。一般将其量词加在其谓词之前,记为 $(\forall x)F(x)$, $(\exists x)F(x)$ 。此时,F(x) 称为全称量词和存在量词的辖域。

- 所有的老虎都要吃人;
- 每一个大学生都会说英语;
- 有一些人登上过月球;
- 存在自然数是素数。

量词的引

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

Definition

- 全称量词 (∀x): 所有的 x; 任意的 x; 一切的 x; 每一个 x; ···
- **存在量词** (∃x): 有些 x; 至少有一个 x; 某一些 x; 存在 x; ···

其中的 x 称为作用变量。一般将其量词加在其谓词之前,记为 $(\forall x)F(x)$, $(\exists x)F(x)$ 。此时,F(x) 称为全称量词和存在量词的辖域。

- 所有的老虎都要吃人; P(x):x 要吃人。(∀x)P(x),x ∈{老虎}
- 每一个大学生都会说英语;
- 有一些人登上过月球;
- 存在自然数是素数。



量词的引

Lijie Wang

量词引入

个体域符号(

Definition

- 全称量词 (∀x): 所有的 x; 任意的 x; 一切的 x; 每一个 x; ···
- 存在量词 (∃x): 有些 x; 至少有一个 x; 某一些 x; 存在 x; ···

其中的 x 称为作用变量。一般将其量词加在其谓词之前,记为 $(\forall x)F(x)$, $(\exists x)F(x)$ 。此时,F(x) 称为全称量词和存在量词的辖域。

- 每一个大学生都会说英语; Q(x):x 会说英语。(∀x)Q(x),x ∈{大学生}
- 有一些人登上过月球;
- 存在自然数是素数。

量词的引

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

Definition

- 全称量词 (∀x): 所有的 x; 任意的 x; 一切的 x; 每一个 x; ···
- 存在量词 (∃x): 有些 x; 至少有一个 x; 某一些 x; 存在 x; ···

其中的 x 称为作用变量。一般将其量词加在其谓词之前,记为 $(\forall x)F(x)$, $(\exists x)F(x)$ 。此时,F(x) 称为全称量词和存在量词的辖域。

- 所有的老虎都要吃人; P(x):x 要吃人。(∀x)P(x),x ∈{老虎}
- 每一个大学生都会说英语; Q(x):x 会说英语。(∀x) Q(x),x ∈{大学生}
- 有一些人登上过月球; R(x):x 登上过月球。(∃x)R(x),x ∈{人}
- 存在自然数是素数。

量词的引。

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

Definition

- 全称量词 (∀x): 所有的 x; 任意的 x; 一切的 x; 每一个 x; ···
- 存在量词 (∃x): 有些 x; 至少有一个 x; 某一些 x; 存在 x; ···

其中的 x 称为作用变量。一般将其量词加在其谓词之前,记为 $(\forall x)F(x)$, $(\exists x)F(x)$ 。此时,F(x) 称为全称量词和存在量词的辖域。

- 所有的老虎都要吃人; P(x):x 要吃人。(∀x)P(x),x ∈{老虎}
- 每一个大学生都会说英语; Q(x):x 会说英语。(∀x) Q(x),x ∈{大学生}
- 有一些人登上过月球; R(x):x 登上过月球。(∃x)R(x),x ∈{人}

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

.

以上符号化必须要特别注明个体域,在表达比较复杂的命题时会容易混淆。下面引入更准确的表达方式:

量词的引/

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

= \=\str\derde

以上符号化必须要特别注明个体域,在表达比较复杂的命题时会容易混淆。下面引入更准确的表达方式:

Example

• 所有的老虎都要吃人;

T(x):x 是老虎,P(x):x 要吃人。 $(\forall x)(T(x) \rightarrow P(x))$

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词真值确

以上符号化必须要特别注明个体域,在表达比较复杂的命题时会容易混淆。下面引入更准确的表达方式:

- 所有的老虎都要吃人;
 - T(x):x 是老虎,P(x):x 要吃人。 $(\forall x)(T(x) \rightarrow P(x))$
- 每一个大学生都会说英语;
 - C(x):x 是大学生,Q(x):x 会说英语。 $(\forall x)(C(x) \rightarrow Q(x))$

量词的引力

Lijie Wang

量词引入

个体域符号和

〉体域符号化

以上符号化必须要特别注明个体域,在表达比较复杂的命题时会容易混淆。下面引入更准确的表达方式:

- 所有的老虎都要吃人;
 - T(x):x 是老虎,P(x):x 要吃人。 $(\forall x)(T(x) \rightarrow P(x))$
- 每一个大学生都会说英语;
 - C(x):x 是大学生,Q(x):x 会说英语。 $(\forall x)(C(x) \rightarrow Q(x))$
- 有一些人登上过月球;
 - H(x):x 是人,R(x):x 登上过月球。 $(\exists x)(H(x) \land R(x))$

量词的引

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

个体域符号化

以上符号化必须要特别注明个体域,在表达比较复杂的命题时会容易混淆。下面引入更准确的表达方式:

- 所有的老虎都要吃人;
 - T(x):x 是老虎, P(x):x 要吃人。 $(\forall x)(T(x) \rightarrow P(x))$
- 每一个大学生都会说英语;
 - C(x):x 是大学生,Q(x):x 会说英语。 $(\forall x)(C(x) \rightarrow Q(x))$
- 有一些人登上过月球;
 - H(x):x 是人,R(x):x 登上过月球。 $(\exists x)(H(x) \land R(x))$
- 存在自然数是素数。
 - N(x):x 是自然数, S(x):x 是素数。(∃x)(N(x) ∧ S(x))



Lijie Wang

量词直值确

统一个体域为<mark>全总个体域</mark>,而对每一个句子中个体变量的变化范围用一元特性<mark>谓词</mark>刻划之。这种特性谓词在加入到命题函数中时必定遵循如下原则:

对于全称量词 (∀x),刻划其对应个体域的特性谓词作为蕴涵式之前件加入。



Lijie Wang

量词真值确定

统一个体域为全总个体域,而对每一个句子中个体变量的变化范围用一元特性谓词刻划之。这种特性谓词在加入到命题函数中时必定遵循如下原则:

- 对于全称量词 (∀x),刻划其对应个体域的特性谓词作为蕴涵式之前件加入。
- 对于存在量词(∃x),刻划其对应个体域的特性谓词作为合取式之合取项加入。



Lijie Wang

量词真值确定

统一个体域为全总个体域,而对每一个句子中个体变量的变化范围用一元特性谓词刻划之。这种特性谓词在加入到命题函数中时必定遵循如下原则:

- 对于全称量词 (∀x),刻划其对应个体域的特性谓词作为蕴涵式之前件加入。
- 对于存在量词(∃x),刻划其对应个体域的特性谓词作为合取式之合取项加入。



Lijie Wang

个体域符号

悬河市/市场总

统一个体域为全总个体域,而对每一个句子中个体变量的变化范围用一元特性谓词刻划之。这种特性谓词在加入到命题函数中时必定遵循如下原则:

- 对于全称量词 (∀x),刻划其对应个体域的特性谓词作为蕴涵式之前件加入。
- 对于存在量词(∃x),刻划其对应个体域的特性谓词作为合取式之合取项加入。





统一个体域为全总个体域,而对每一个句子中个体变量的变化范围用一元特性谓词刻划 之。这种特性谓词在加入到命题函数中时必定遵循如下原则:

- 对于全称量词(∀x),刻划其对应个体域的特性谓词作为蕴涵式之前件加入。
- 对于存在量词(∃x),刻划其对应个体域的特性谓词作为合取式之合取项加入。



想一想,为什么要这样规定特性谓词加入的原则呢?若不遵循会出现 什么样的问题?

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词直值确定

考虑命题"所有同学都通过了离散数学考试",这个命题在什么情况下取值为真,什么情况下取值为假?那么,命题"有些同学通过了离散数学考试"的真值又如何确定呢?

• $(\forall x) G(x)$: 对 $\forall x \in D, G(x)$ 都成立。

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词真值确定

- $(\forall x) G(x)$: 对 $\forall x \in D, G(x)$ 都成立。
 - (∀x)G(x) 取值为 1 当且仅当对任意 x ∈ D,G(x) 都取值为 1;

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词真值确定

- $(\forall x) G(x)$: 对 $\forall x \in D, G(x)$ 都成立。
 - $(\forall x) G(x)$ 取值为 1 当且仅当对任意 $x \in D, G(x)$ 都取值为 1;
 - $(\forall x) G(x)$ 取值为 0 当且仅当存在 $x_0 \in D$, 使得 $G(x_0)$ 取值为 0。

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词直值确定

- $(\forall x) G(x)$: 对 $\forall x \in D, G(x)$ 都成立。
 - (∀x)G(x) 取值为 1 当且仅当对任意 x ∈ D,G(x) 都取值为 1;
 - $(\forall x)G(x)$ 取值为 0 当且仅当存在 $x_0 \in D$, 使得 $G(x_0)$ 取值为 0。
- (∃x)G(x):存在一个x₀ ∈ D, 使得 G(x₀) 成立。

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词真值确定

- $(\forall x) G(x)$: 对 $\forall x \in D, G(x)$ 都成立。
 - (∀x)G(x) 取值为 1 当且仅当对任意 x ∈ D,G(x) 都取值为 1;
 - $(\forall x)G(x)$ 取值为 0 当且仅当存在 $x_0 \in D$, 使得 $G(x_0)$ 取值为 0。
- (∃x)G(x):存在一个x₀ ∈ D,使得G(x₀)成立。
 - (∃x)G(x) 取值为 1 当且仅当存在 x₀ ∈ D, 使得 G(x₀) 取值为 1;

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词直值确定

- $(\forall x) G(x)$: 对 $\forall x \in D, G(x)$ 都成立。
 - (∀x)G(x) 取值为 1 当且仅当对任意 x ∈ D,G(x) 都取值为 1;
 - $(\forall x)G(x)$ 取值为 0 当且仅当存在 $x_0 \in D$, 使得 $G(x_0)$ 取值为 0。
- $(\exists x) G(x)$: 存在一个 $x_0 \in D$, 使得 $G(x_0)$ 成立。
 - (∃x)G(x) 取值为 1 当且仅当存在 x₀ ∈ D, 使得 G(x₀) 取值为 1;
 - $(\exists x) G(x)$ 取值为 0 当且仅当对任意 $x \in D, G(x)$ 都取值为 0。

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词真值确定

Example

设 P(x):x 是素数;I(x):x 是整数;Q(x,y):x+y=0。用语句描述下述句子,并判断其真假值。

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词真值确定

Example

设 P(x):x 是素数; I(x):x 是整数; Q(x, y):x+y=0。用语句描述下述句子,并判断其真假值。

 $\bullet \ (\forall x)(I(x) \to P(x));$

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词真值确定

Example

设 P(x):x 是素数;I(x):x 是整数;Q(x,y):x+y=0。用语句描述下述句子,并判断其真假值。

- $(\forall x)(I(x) \rightarrow P(x));$ "所有整数都是素数", 真值为假
- $(\exists x)(I(x) \land P(x))$

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词直值确定

Example

设 P(x): x 是素数; I(x): x 是整数; Q(x, y): x+y=0。用语句描述下述句子,并判断其真假值。

- $(\forall x)(I(x) \rightarrow P(x));$ "所有整数都是素数", 真值为假
- (∃x)(I(x) ∧ P(x)) "有一些整数是素数", 真值为真
- $\bullet \ (\forall x)(\forall y)(I(x) \land I(y) \rightarrow Q(x,y))$

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词真值确定

Example

设 P(x):x 是素数; I(x):x 是整数; Q(x, y):x+y=0。用语句描述下述句子,并判断其真假值。

- $(\forall x)(I(x) \rightarrow P(x));$ "所有整数都是素数", 真值为假
- (∃x)(I(x) ∧ P(x)) "有一些整数是素数", 真值为真
- (∀x)(∀y)(I(x) ∧ I(y) → Q(x, y))
 "对任意整数 x,y 都有 x+y=0", 真值为假
- $\bullet \ (\forall x)(I(x) \to (\exists y)(I(y) \land Q(x,y)))$

量词的引力

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词真值确定

Example

设 P(x):x 是素数; I(x):x 是整数; Q(x, y):x+y=0。用语句描述下述句子,并判断其真假值。

- $(\forall x)(I(x) \rightarrow P(x));$ "所有整数都是素数", 真值为假
- (∃x)(I(x) ∧ P(x)) "有一些整数是素数", 真值为真
- (∀x)(∀y)(I(x) ∧ I(y) → Q(x, y))
 "对任意整数 x,y 都有 x+y=0", 真值为假
- (∀x)(I(x) → (∃y)(I(y) ∧ Q(x, y)))
 "对任意整数 x, 都存在整数 y, 使得 x+y=0", 真值为真
- $\bullet \ (\exists x)(\forall y)(I(x) \land (I(y) \rightarrow Q(x,y)))$

量词的引/

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词真值确定

Example

设 P(x):x 是素数; I(x):x 是整数; Q(x, y):x+y=0。用语句描述下述句子,并判断其真假值。

- $(\forall x)(I(x) \rightarrow P(x));$ "所有整数都是素数", 真值为假
- (∃x)(I(x) ∧ P(x)) "有一些整数是素数", 真值为真
- (∀x)(∀y)(I(x) ∧ I(y) → Q(x, y))
 "对任意整数 x,y 都有 x+y=0", 真值为假
- (∀x)(I(x) → (∃y)(I(y) ∧ Q(x, y)))
 "对任意整数 x, 都存在整数 y , 使得 x+y=0", 真值为真
- (∃x)(∀y)(I(x) ∧ (I(y) → Q(x, y)))
 "存在整数 x, 对任意的整数 y, 都有 x+y=0", 真值为假

个体域有限的情况下

量词的引入

Lijie Wang

量词引入

个体域符号化

量词真值确定

特别的,当个体域 $D = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ 是有限集合时, $(\forall x) G(x)$ 和 $(\exists x) G(x)$ 的真值可以用与之等价的命题公式来进行表示。

$$(\forall x) G(x) = G(x_0) \wedge G(x_1) \wedge \cdots \wedge G(x_n)$$

$$(\exists x) G(x) = G(x_0) \lor G(x_1) \lor \cdots \lor G(x_n)$$

Example

设个体域 $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}, P(x) : x$ 是素数,则

$$(\forall x)P(x) = P(1) \land P(2) \land P(3) \land P(4) \land P(5) = 0 \land 1 \land 1 \land 0 \land 1 = 0$$

$$(\exists x) P(x) = P(1) \lor P(2) \lor P(3) \lor P(4) \lor P(5) = 0 \lor 1 \lor 1 \lor 0 \lor 1 = 1$$

量词的引入

Lijie Wang

最待さし

个体域符号化

量词真值确定



THE END, THANKS!