

根树的遍历

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016-



遍历问题

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

在使用根树来保存信息时，我们经常需要依次访问树的每个结点，或是查询这些结点中是否有某些特定信息，或是利用这些结点信息来进行计算，诸如此类。基本要求就是能系统地访问树的结点，使得每个结点恰好访问一次，这称作根树的遍历问题。

遍历问题

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

在使用根树来保存信息时，我们经常需要依次访问树的每个结点，或是查询这些结点中是否有某些特定信息，或是利用这些结点信息来进行计算，诸如此类。基本要求就是能系统地访问树的结点，使得每个结点恰好访问一次，这称作根树的遍历问题。

根树也经常用来表示各种类型的表达式，比如由数字、变量和运算所组成的算术表达式。当需要对表达式求值时，就需要对此根树进行遍历。

二元树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

k 元树中，应用最广泛的是二元树，这是由于二元树在计算机中最易处理。

- **二元树的先根次序遍历算法：**

二元树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

k 元树中，应用最广泛的是二元树，这是由于二元树在计算机中最易处理。

- **二元树的先根次序遍历算法：**

- ① 访问根；

二元树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

k 元树中，应用最广泛的是二元树，这是由于二元树在计算机中最易处理。

- **二元树的先根次序遍历算法：**

- ① 访问根；
- ② 按先根次序遍历根的左子树；

二元树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

k 元树中，应用最广泛的是二元树，这是由于二元树在计算机中最易处理。

- **二元树的先根次序遍历算法：**

- ① 访问根；
- ② 按先根次序遍历根的左子树；
- ③ 按先根次序遍历根的右子树。

二元树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

k 元树中，应用最广泛的是二元树，这是由于二元树在计算机中最易处理。

- **二元树的先根次序遍历算法：**

- ① 访问根；
- ② 按先根次序遍历根的左子树；
- ③ 按先根次序遍历根的右子树。

- **二元树的中根次序遍历算法：**

二元树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

k 元树中，应用最广泛的是二元树，这是由于二元树在计算机中最易处理。

- **二元树的先根次序遍历算法：**

- ① 访问根；
- ② 按先根次序遍历根的左子树；
- ③ 按先根次序遍历根的右子树。

- **二元树的中根次序遍历算法：**

- ① 按中根次序遍历根的左子树；

二元树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

k 元树中，应用最广泛的是二元树，这是由于二元树在计算机中最易处理。

- **二元树的先根次序遍历算法：**

- ① 访问根；
- ② 按先根次序遍历根的左子树；
- ③ 按先根次序遍历根的右子树。

- **二元树的中根次序遍历算法：**

- ① 按中根次序遍历根的左子树；
- ② 访问根；

二元树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

k 元树中，应用最广泛的是二元树，这是由于二元树在计算机中最易处理。

- **二元树的先根次序遍历算法：**

- ① 访问根；
- ② 按先根次序遍历根的左子树；
- ③ 按先根次序遍历根的右子树。

- **二元树的中根次序遍历算法：**

- ① 按中根次序遍历根的左子树；
- ② 访问根；
- ③ 按中根次序遍历根的右子树。

二元树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

k 元树中，应用最广泛的是二元树，这是由于二元树在计算机中最易处理。

- **二元树的先根次序遍历算法：**

- ① 访问根；
- ② 按先根次序遍历根的左子树；
- ③ 按先根次序遍历根的右子树。

- **二元树的中根次序遍历算法：**

- ① 按中根次序遍历根的左子树；
- ② 访问根；
- ③ 按中根次序遍历根的右子树。

- **二元树的后根次序遍历算法：**

二元树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

k 元树中，应用最广泛的是二元树，这是由于二元树在计算机中最易处理。

- **二元树的先根次序遍历算法：**

- ① 访问根；
- ② 按先根次序遍历根的左子树；
- ③ 按先根次序遍历根的右子树。

- **二元树的中根次序遍历算法：**

- ① 按中根次序遍历根的左子树；
- ② 访问根；
- ③ 按中根次序遍历根的右子树。

- **二元树的后根次序遍历算法：**

- ① 按后根次序遍历根的左子树；

二元树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

k 元树中，应用最广泛的是二元树，这是由于二元树在计算机中最易处理。

- **二元树的先根次序遍历算法：**

- ① 访问根；
- ② 按先根次序遍历根的左子树；
- ③ 按先根次序遍历根的右子树。

- **二元树的中根次序遍历算法：**

- ① 按中根次序遍历根的左子树；
- ② 访问根；
- ③ 按中根次序遍历根的右子树。

- **二元树的后根次序遍历算法：**

- ① 按后根次序遍历根的左子树；
- ② 按后根次序遍历根的右子树；

二元树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

k 元树中，应用最广泛的是二元树，这是由于二元树在计算机中最易处理。

- **二元树的先根次序遍历算法：**

- ① 访问根；
- ② 按先根次序遍历根的左子树；
- ③ 按先根次序遍历根的右子树。

- **二元树的中根次序遍历算法：**

- ① 按中根次序遍历根的左子树；
- ② 访问根；
- ③ 按中根次序遍历根的右子树。

- **二元树的后根次序遍历算法：**

- ① 按后根次序遍历根的左子树；
- ② 按后根次序遍历根的右子树；
- ③ 访问根。

先根遍历: 根、左子树、右子树

根树的遍历

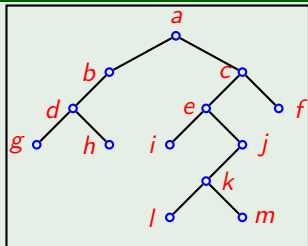
Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

Example



先根遍历: 根、左子树、右子树

根树的遍历

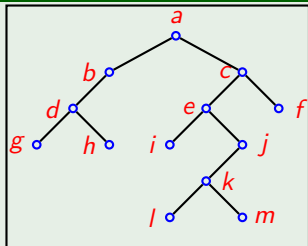
Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

Example



分解 a

先根遍历: 根、左子树、右子树

根树的遍历

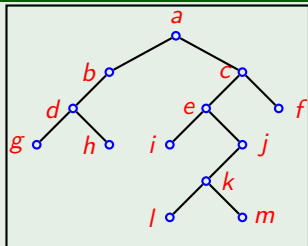
Lijie Wang

二元树的遍历

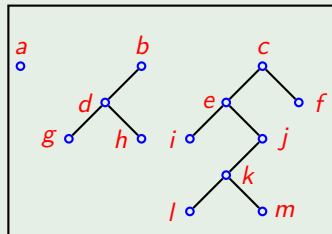
表达式的记法

根树的遍历

Example



分解 a



先根遍历: 根、左子树、右子树

根树的遍历

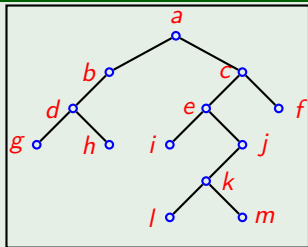
Lijie Wang

二元树的遍历

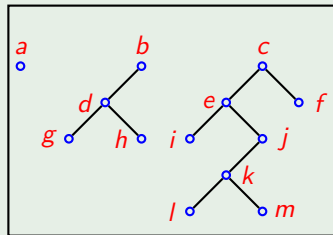
表达式的记法

根树的遍历

Example



分解 a



分解 b,c

先根遍历: 根、左子树、右子树

根树的遍历

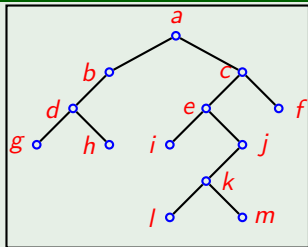
Lijie Wang

二元树的遍历

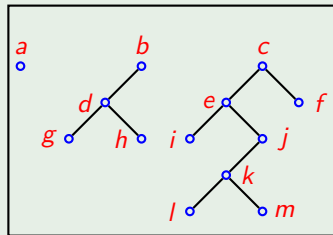
表达式的记法

根树的遍历

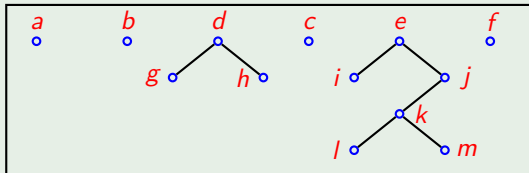
Example



分解 a



分解 b,c



先根遍历: 根、左子树、右子树

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

Example

先根遍历: 根、左子树、右子树

根树的遍历

Lijie Wang

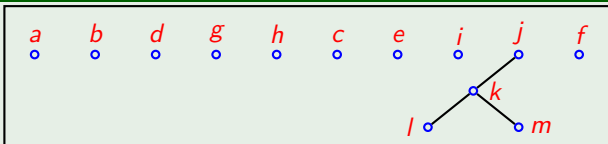
二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

Example

分解 d,e



先根遍历: 根、左子树、右子树

根树的遍历

Lijie Wang

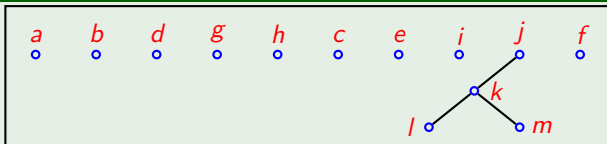
二元树的遍历

表达式的记法

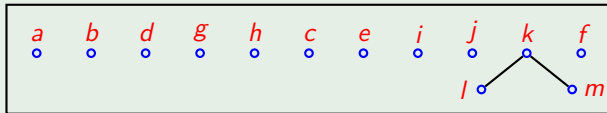
根树的遍历

Example

分解 d,e



分解 j



先根遍历: 根、左子树、右子树

根树的遍历

Lijie Wang

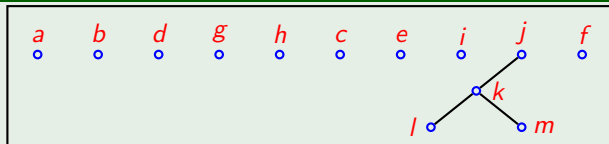
二元树的遍历

表达式的记法

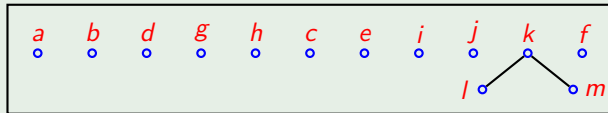
根树的遍历

Example

分解 d,e



分解 j



分解 k



先根遍历: 根、左子树、右子树

根树的遍历

Lijie Wang

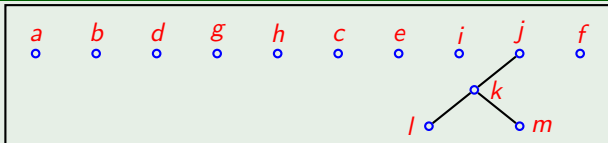
二元树的遍历

表达式的记法

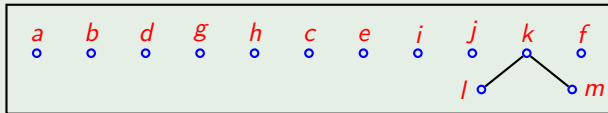
根树的遍历

Example

分解 d,e



分解 j



分解 k



类似的, 中根遍历次序为 $gdhbaielkmjcf$, 后根遍历次序为 $ghdbilmkjefca$.

表达式的二叉树

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

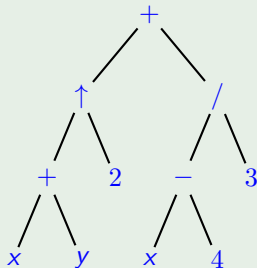
表达式的记法

根树的遍历

可以用二叉树表示一些复杂的表达式，如复合命题，集合的组合，以及算术表达式。

Example

$$((x + y) \uparrow 2) + ((x - 4)/3)$$



表达式的二叉树

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

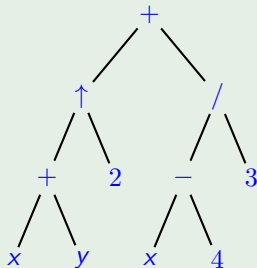
根树的遍历

可以用二叉树表示一些复杂的表达式，如复合命题，集合的组合，以及算术表达式。

Example

$$((x + y) \uparrow 2) + ((x - 4)/3)$$

当我们对二叉树进行中根遍历时，就得到了原表达式。考虑到运算顺序问题，我们应当在遍历的时候给表达式加上括号。**中缀形式**



前綴形式

根树的遍历

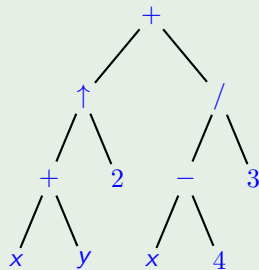
Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

Example



前綴形式

根树的遍历

Lijie Wang

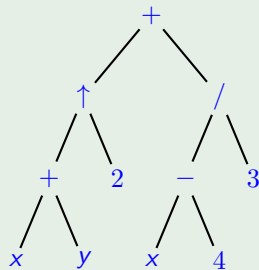
二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

Example

$+ \uparrow + xy2 / - x4 3$



前缀形式

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

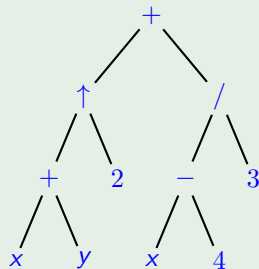
表达式的记法

根树的遍历

Example

$+ \uparrow + xy2 / - x4 3$

对表达式的二叉树进行先根遍历时，就得到了它的前缀形式。前缀形式的最大优点是**无二义性**，所以不再需要括号。



前缀形式

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

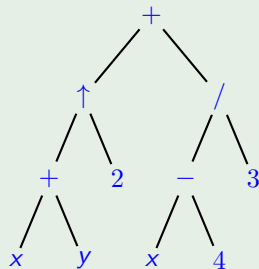
根树的遍历

Example

$+ \uparrow + xy2 / - x4 3$

对表达式的二叉树进行先根遍历时，就得到了它的前缀形式。前缀形式的最大优点是**无二义性**，所以不再需要括号。

写成前缀形式的表达式称为波兰符号法。表达式的求值方式是从右向左。



后綴形式

根树的遍历

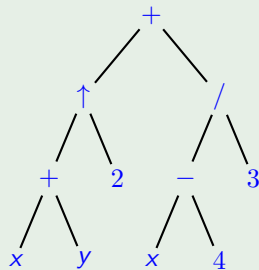
Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

Example



后綴形式

根树的遍历

Lijie Wang

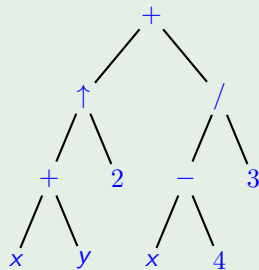
二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

Example

$xy + 2 \uparrow x4 - 3 / +$



后缀形式

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

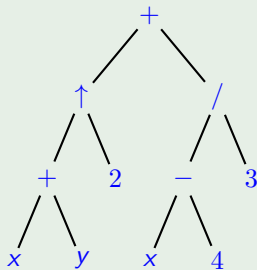
表达式的记法

根树的遍历

Example

$$xy + 2 \uparrow x4 - 3 / +$$

对表达式的二叉树进行后根遍历时，就得到了它的后缀形式。后缀形式同样无二义性，自然也不需要括号。



后缀形式

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

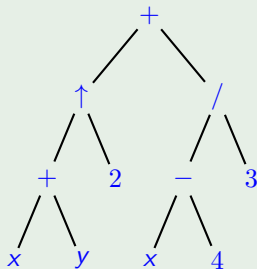
根树的遍历

Example

$$xy + 2 \uparrow x4 - 3 / +$$

对表达式的二叉树进行后根遍历时，就得到了它的后缀形式。后缀形式同样无二义性，自然也不需要括号。

写成后缀形式的表达式称为逆波兰符号法。表达式的求值方式是从左向右。



二义性举例

根树的遍历

Lijie Wang

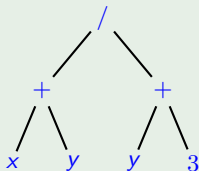
二元树的遍历

表达式的记法

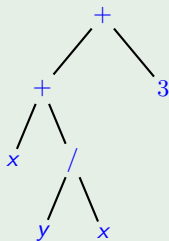
根树的遍历

Example

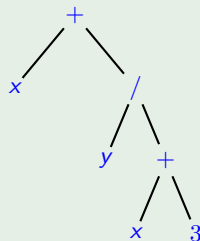
$$(x + y)/(x + 3)$$



$$(x + (y/x)) + 3$$



$$x + (y/(x + 3))$$



这三个不同表达式的中根遍历结果都是 $x + y/x + 3$, 而前缀形式和后缀形式却各不相同。

二义性举例

根树的遍历

Lijie Wang

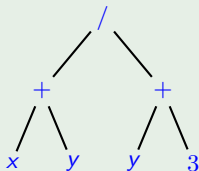
二元树的遍历

表达式的记法

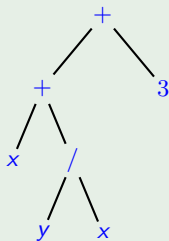
根树的遍历

Example

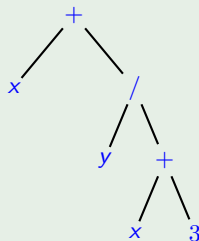
$$(x + y)/(x + 3)$$



$$(x + (y/x)) + 3$$



$$x + (y/(x + 3))$$



这三个不同表达式的中根遍历结果都是 $x + y/x + 3$, 而前缀形式和后缀形式却各不相同。

前缀形式和后缀形式的表达式都是无二义性的, 从而只用扫描一次就可以求出它们的值, 因此在计算机科学里面大量使用, 例如编译器的构造。

根树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

- 根树的先根次序遍历算法：

根树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

- **根树的先根次序遍历算法：**

- ① 访问根；

根树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

- **根树的先根次序遍历算法：**
 - ① 访问根；
 - ② 按先根次序从左向右遍历根的各子树；

根树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

- **根树的先根次序遍历算法：**
 - ① 访问根；
 - ② 按先根次序从左向右遍历根的各子树；
- **根树的后根次序遍历算法：**

根树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

- **根树的先根次序遍历算法：**
 - ① 访问根；
 - ② 按先根次序从左向右遍历根的各子树；
- **根树的后根次序遍历算法：**
 - ① 按后根次序从左向右遍历根的各子树；

根树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

- **根树的先根次序遍历算法：**
 - ① 访问根；
 - ② 按先根次序从左向右遍历根的各子树；
- **根树的后根次序遍历算法：**
 - ① 按后根次序从左向右遍历根的各子树；
 - ② 访问根。

根树的遍历

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历

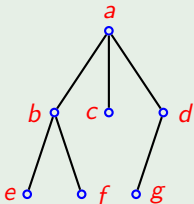
- **根树的先根次序遍历算法：**

- ① 访问根；
- ② 按先根次序从左向右遍历根的各子树；

- **根树的后根次序遍历算法：**

- ① 按后根次序从左向右遍历根的各子树；
- ② 访问根。

Example



先根遍历：*abefcdg*

后根遍历：*efbcgda*

根树的遍历

Lijie Wang

二元树的遍历

表达式的记法

根树的遍历



THE END, THANKS!