集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

业明力法

集合论基础

运算定律及其证明

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

Theorem

设 U 为全集 , A, B, C 为任意集合。

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理能

证明方法

Theorem

设 U 为全集, A, B, C 为任意集合。

幂等律)

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理》

证明方法

Theorem

设 U 为全集, A, B, C 为任意集合。

(幂等律)

(交换律)

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理》

证明方法

Theorem 1

设 U 为全集, A, B, C 为任意集合。

- **1** $A \cup A = A, A \cap A = A.$
- $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A.$

(幂等律)

(交换律)

(结合律)

Lijie W.

运算定律

_			
TΙ			

设 U 为全集, A, B, C 为任意集合。

- $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A.$

(幂等律)

(交换律)

(结合律)

(同一律)

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理》

业明力法

Theorem

设 U 为全集, A, B, C 为任意集合。

- **1** $A \cup A = A, A \cap A = A.$

(幂等律)

*(*交换律)

(结合律)

(同一律)

(19一1年)

(零律)

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理例

业明力法

Theorem

设 U 为全集, A, B, C 为任意集合。

(幂等律)

*(*交换律)

(结合律)

(同一律)

(零律)

(**)

(分配律)

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理例

业明力法

Theorem

设 U 为全集, A, B, C 为任意集合。

- $A \cup (A \cap B) = A, A \cap (A \cup B) = A.$

(幂等律)

*(*交换律)

(结合律)

(同一律)

(零律)

(分配律)

(吸收律)

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

亚明刀法

Theorem

设 U 为全集, A, B, C 为任意集合。

- **1** $A \cup A = A, A \cap A = A.$

- $A \cup (A \cap B) = A, A \cap (A \cup B) = A.$

(幂等律)

(交换律)

*(*结合律)

(同一律)

(零律)

(分配律)

(吸收律)

(矛盾律和排中律)

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理網

业明力法

Theorem

设 U 为全集, A, B, C 为任意集合。

- $A \cup (A \cap B) = A, A \cap (A \cup B) = A.$

(幂等律)

*(*交换律)

(结合律)

(同一律)

(零律)

(分配律)

(吸收律)

(矛盾律和排中律)

(双重否定律)

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理》

证明方法

Theorem

设 U 为全集, A, B, C 为任意集合。

- $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A.$

- $A \cup (A \cap B) = A, A \cap (A \cup B) = A.$
- $\overline{A} \cap A = \emptyset, \overline{A} \cup A = U.$

(幂等律)

(交换律)

(结合律)

(同一律)

*(*零律)

(分配律)

(吸收律)

(矛盾律和排中律)

(双重否定律)

(德摩根律)

合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

正明方法

合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

正明方法

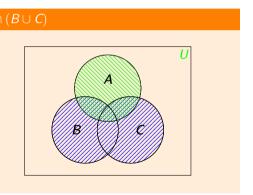
合论基础

Lijie W.

运管完律

形象理解

亚明刀法



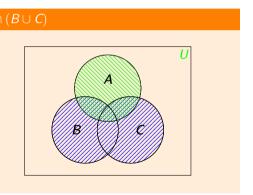
合论基础

Lijie W.

运管完律

形象理解

亚明刀法



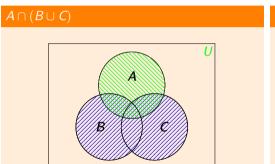
集合论基础

Lijie W.

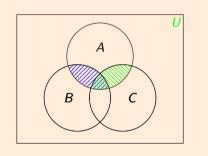
运管完律

形象理解

江明古台







集合论基础

Lijie W

运算定律

形象理解

证明方法

☞ 回顾证明方法

如需证明集合 A 和 B 相等,通常的方法是证明两个集合间的相互包含关系,即

 $A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \not\vdash \blacksquare B \subseteq A$

而证明集合的包含关系则使用如下方法: $B \subseteq A \Leftrightarrow \forall x \in B, x \in A$

集合论基础

Lijie W

运算定律

形象理解

证明方法

☞ 回顾证明方法

如需证明集合 A 和 B 相等,通常的方法是证明两个集合间的相互包含关系,即

 $A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \not \vdash \blacksquare B \subseteq A$

而证明集合的包含关系则使用如下方法: $B \subseteq A \Leftrightarrow \forall x \in B, x \in A$

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

☞ 回顾证明方法

如需证明集合 A 和 B 相等,通常的方法是证明两个集合间的相互包含关系,即

 $A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \not\vdash \blacksquare B \subseteq A$

而证明集合的包含关系则使用如下方法: $B \subseteq A \Leftrightarrow \forall x \in B, x \in A$

证明框架

证明:

- **① 首先证明** $A \subseteq B$: $\forall x \in A, \dots, x \in B. \therefore A \subseteq B.$
- ② **其次证明** $B \subseteq A$: $\forall x \in B, \dots, x \in A$. $\therefore B \subseteq A$.

由以上两点,可知 A=B。

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

Example

证明德摩根律的等式之一: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明:

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

Example

证明德摩根律的等式之一: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明:

① 首先证明 $\overline{A \cup B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

Example

证明德摩根律的等式之一: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明:

① 首先证明 $\overline{A \cup B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

② 其次证明 $\overline{A} \cap \overline{B} \subseteq \overline{A \cup B}$

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

Example

证明德摩根律的等式之一: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明:

首先证明 A∪B⊆A∩B

 $\forall x \in \overline{A \cup B}$

② 其次证明 $\overline{A} \cap \overline{B} \subseteq \overline{A \cup B}$

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

Example

证明德摩根律的等式之一: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明:

● 首先证明 $\overline{A \cup B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

$$\forall x \in \overline{A \cup B}$$

$$\Rightarrow x \in \overline{A} \cap \overline{B}$$

② 其次证明 $\overline{A} \cap \overline{B} \subseteq \overline{A \cup B}$

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

Example

证明德摩根律的等式之一: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明:

● 首先证明 $\overline{A \cup B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

$$\forall x \in \overline{A \cup B} \quad \Rightarrow x \notin A \cup B$$

$$\Rightarrow x \in \overline{A} \cap \overline{B}$$

② 其次证明 $\overline{A} \cap \overline{B} \subseteq \overline{A \cup B}$

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

Example

证明德摩根律的等式之一: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明:

① 首先证明 $\overline{A \cup B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

$$\forall x \in \overline{A \cup B} \quad \Rightarrow x \notin A \cup B \ \Rightarrow x \notin A \not \vdash \exists x \notin B$$

$$\Rightarrow x \in \overline{A} \cap \overline{B}$$

② 其次证明 $\overline{A} \cap \overline{B} \subseteq \overline{A \cup B}$

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

Example

证明德摩根律的等式之一: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明:

① 首先证明 $\overline{A \cup B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

$$\forall x \in \overline{A \cup B} \quad \Rightarrow x \notin A \cup B \quad \Rightarrow x \notin A \not \vdash \exists \exists x \notin B$$
$$\Rightarrow x \in \overline{A} \not \vdash \exists \exists x \in \overline{B} \Rightarrow x \in \overline{A} \cap \overline{B}$$

② 其次证明 $\overline{A} \cap \overline{B} \subseteq \overline{A \cup B}$

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

Example

证明德摩根律的等式之一: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明:

① 首先证明 $\overline{A \cup B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

$$\forall x \in \overline{A \cup B} \quad \Rightarrow x \notin A \cup B \quad \Rightarrow x \notin A \not \vdash \exists \exists x \notin B$$
$$\Rightarrow x \in \overline{A} \not \vdash \exists \exists x \in \overline{B} \Rightarrow x \in \overline{A} \cap \overline{B}$$

② 其次证明 $\overline{A} \cap \overline{B} \subseteq \overline{A \cup B}$

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

Example

证明德摩根律的等式之一: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明:

① 首先证明 $\overline{A \cup B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

$$\forall x \in \overline{A \cup B} \quad \Rightarrow x \notin A \cup B \quad \Rightarrow x \notin A \not \vdash \exists \exists x \notin B$$
$$\Rightarrow x \in \overline{A} \not \vdash \exists \exists x \in \overline{B} \Rightarrow x \in \overline{A} \cap \overline{B}$$

② 其次证明 $\overline{A} \cap \overline{B} \subseteq \overline{A \cup B}$

 $\forall x \in \overline{A} \cap \overline{B}$

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

Example

证明德摩根律的等式之一: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明:

① 首先证明 $\overline{A \cup B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

$$\forall x \in \overline{A \cup B} \quad \Rightarrow x \notin A \cup B \quad \Rightarrow x \notin A \not \exists \exists x \notin B$$
$$\Rightarrow x \in \overline{A} \not \exists \exists x \in \overline{B} \Rightarrow x \in \overline{A} \cap \overline{B}$$

② 其次证明 $\overline{A} \cap \overline{B} \subseteq \overline{A \cup B}$

$$\forall x \in \overline{A} \cap \overline{B}$$

$$\Rightarrow x \in \overline{A \cup B}$$

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

Example

证明德摩根律的等式之一: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明:

① 首先证明 $\overline{A \cup B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

$$\forall x \in \overline{A \cup B}$$
 $\Rightarrow x \notin A \cup B \Rightarrow x \notin A$ 并且 $x \notin B$
 $\Rightarrow x \in \overline{A}$ 并且 $x \in \overline{B}$ $\Rightarrow x \in \overline{A} \cap \overline{B}$

② 其次证明 $\overline{A} \cap \overline{B} \subseteq \overline{A \cup B}$

$$\forall x \in \overline{A} \cap \overline{B} \Rightarrow x \in \overline{A} \not \exists \exists x \in \overline{B}$$

$$\Rightarrow x \in \overline{A \cup B}$$

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

Example

证明德摩根律的等式之一: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明:

① 首先证明 $\overline{A \cup B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

$$\forall x \in \overline{A \cup B}$$
 $\Rightarrow x \notin A \cup B \Rightarrow x \notin A$ 并且 $x \notin B$
 $\Rightarrow x \in \overline{A}$ 并且 $x \in \overline{B}$ $\Rightarrow x \in \overline{A} \cap \overline{B}$

② 其次证明 $\overline{A} \cap \overline{B} \subseteq \overline{A \cup B}$

$$\forall x \in \overline{A} \cap \overline{B} \Rightarrow x \in \overline{A} \not \exists \exists x \in \overline{B}$$

$$\Rightarrow x \in \overline{A \cup B}$$

Example

证明德摩根律的等式之一: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明:

鱼 首先证明 $\overline{A \cup B} \subset \overline{A} \cap \overline{B}$

$$\forall x \in \overline{A \cup B}$$
 $\Rightarrow x \notin A \cup B \Rightarrow x \notin A$ 并且 $x \notin B$
 $\Rightarrow x \in \overline{A}$ 并且 $x \in \overline{B} \Rightarrow x \in \overline{A} \cap \overline{B}$

② 其次证明 $\overline{A} \cap \overline{B} \subset \overline{A \cup B}$

$$\forall x \in \overline{A} \cap \overline{B} \quad \Rightarrow x \in \overline{A} \not \exists \exists x \in \overline{B} \Rightarrow x \notin A \not \exists \exists x \notin B$$
$$\Rightarrow x \in \overline{A \cup B}$$

$$\Rightarrow x \in A \cup B$$

集合论基础

Lijie W.

运算定律

形象理解

证明方法

Example

证明德摩根律的等式之一: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明:

• 首先证明 $\overline{A \cup B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}$

$$\forall x \in \overline{A \cup B} \quad \Rightarrow x \notin A \cup B \quad \Rightarrow x \notin A \not \exists \exists x \notin B$$
$$\Rightarrow x \in \overline{A} \not \exists \exists x \in \overline{B} \Rightarrow x \in \overline{A} \cap \overline{B}$$

② 其次证明 $\overline{A} \cap \overline{B} \subseteq \overline{A \cup B}$

$$\forall x \in \overline{A} \cap \overline{B}$$
 $\Rightarrow x \in \overline{A}$ 并且 $x \in \overline{B}$ $\Rightarrow x \notin A$ 并且 $x \notin B$ $\Rightarrow x \notin A \cup B$ $\Rightarrow x \in \overline{A \cup B}$

集合论基础

Lijie W.

运算定征

形象理解

证明方法



THE END, THANKS!