

## 综合推理方法

王丽杰

Email: [ljwang@uestc.edu.cn](mailto:ljwang@uestc.edu.cn)

电子科技大学 计算机学院

2016-



# 谓词的演绎推理

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

假定推导过程都是在相同的个体域内进行的（通常是全总个体域）。

## 综合推理方法

- 推导过程中可以引用命题演算中的规则 P 和规则 T；

# 谓词的演绎推理

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

假定推导过程都是在相同的个体域内进行的（通常是全总个体域）。

## 综合推理方法

- 推导过程中可以引用命题演算中的规则 P 和规则 T；
- 如果结论是以条件形式或析取形式给出，则可使用规则 CP；

# 谓词的演绎推理

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

假定推导过程都是在相同的个体域内进行的（通常是全总个体域）。

## 综合推理方法

- 推导过程中可以引用命题演算中的规则 P 和规则 T；
- 如果结论是以条件形式或析取形式给出，则可使用规则 CP；
- 若需消去量词，可以引用规则 US 和规则 ES；

# 谓词的演绎推理

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

假定推导过程都是在相同的个体域内进行的（通常是全总个体域）。

## 综合推理方法

- 推导过程中可以引用命题演算中的规则 P 和规则 T；
- 如果结论是以条件形式或析取形式给出，则可使用规则 CP；
- 若需消去量词，可以引用规则 US 和规则 ES；
- 当所求结论需定量时，可引用规则 UG 和规则 EG 引入量词；

# 谓词的演绎推理

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

假定推导过程都是在相同的个体域内进行的（通常是全总个体域）。

## 综合推理方法

- 推导过程中可以引用命题演算中的规则 P 和规则 T；
- 如果结论是以条件形式或析取形式给出，则可使用规则 CP；
- 若需消去量词，可以引用规则 US 和规则 ES；
- 当所求结论需定量时，可引用规则 UG 和规则 EG 引入量词；
- 证明时可采用如命题演算中的直接证明方法和间接证明方法；

# 谓词的演绎推理

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

假定推导过程都是在相同的个体域内进行的（通常是全总个体域）。

## 综合推理方法

- 推导过程中可以引用命题演算中的规则 P 和规则 T；
- 如果结论是以条件形式或析取形式给出，则可使用规则 CP；
- 若需消去量词，可以引用规则 US 和规则 ES；
- 当所求结论需定量时，可引用规则 UG 和规则 EG 引入量词；
- 证明时可采用如命题演算中的直接证明方法和间接证明方法；
- 在推导过程中，对消去量词的公式或公式中不含量词的子公式，可以引用命题演算中的基本等价公式和基本蕴涵公式；

# 谓词的演绎推理

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

假定推导过程都是在相同的个体域内进行的（通常是全总个体域）。

## 综合推理方法

- 推导过程中可以引用命题演算中的规则 P 和规则 T；
- 如果结论是以条件形式或析取形式给出，则可使用规则 CP；
- 若需消去量词，可以引用规则 US 和规则 ES；
- 当所求结论需定量时，可引用规则 UG 和规则 EG 引入量词；
- 证明时可采用如命题演算中的直接证明方法和间接证明方法；
- 在推导过程中，对消去量词的公式或公式中不含量词的子公式，可以引用命题演算中的基本等价公式和基本蕴涵公式；
- 在推导过程中，对含有量词的公式可以引用谓词中的基本等价公式和基本蕴涵公式。



# 谓词演绎举例一、苏格拉底三段论

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

## Example

“所有的人都是要死的；苏格拉底是人。所以苏格拉底是要死的。”

# 谓词演绎举例一、苏格拉底三段论

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

## Example

“所有的人都是要死的；苏格拉底是人。所以苏格拉底是要死的。”

解：

设  $H(x):x$  是人； $M(x):x$  是要死的； $s$ : 苏格拉底.

# 谓词演绎举例一、苏格拉底三段论

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

## Example

“所有的人都是要死的；苏格拉底是人。所以苏格拉底是要死的。”

解：

设  $H(x):x$  是人； $M(x):x$  是要死的； $s$ : 苏格拉底.

则推理符号化成：

$$(\forall x)(H(x) \rightarrow M(x)), H(s) \Rightarrow M(s)$$

# 谓词演绎举例一、苏格拉底三段论

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

## Example

“所有的人都是要死的；苏格拉底是人。所以苏格拉底是要死的。”

解：

设  $H(x)$ :  $x$  是人； $M(x)$ :  $x$  是要死的； $s$ : 苏格拉底。

则推理符号化成：

$$(\forall x)(H(x) \rightarrow M(x)), H(s) \Rightarrow M(s)$$

## Proof.

(1)	$(\forall x)(H(x) \rightarrow M(x))$	$P$
(2)	$H(y) \rightarrow M(y)$	$US, (1), I$
(3)	$H(s)$	$P$
(4)	$M(s)$	$T, (2), (3), I$



# 谓词演绎举例一、苏格拉底三段论

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

## Example

“所有的人都是要死的；苏格拉底是人。所以苏格拉底是要死的。”

解：

设  $H(x):x$  是人； $M(x):x$  是要死的； $s$ : 苏格拉底.

则推理符号化成：

$$(\forall x)(H(x) \rightarrow M(x)), H(s) \Rightarrow M(s)$$

Proof.

(1)	$(\forall x)(H(x) \rightarrow M(x))$	$P$
-----	--------------------------------------	-----

(2)	<del><math>H(y) \rightarrow M(y)</math></del>	$H(s) \rightarrow M(s)$	$US, (1), I$
-----	---	-------------------------	--------------

(3)	$H(s)$	$P$
-----	--------	-----

(4)	$M(s)$	$T, (2), (3), I$
-----	--------	------------------



# 谓词演绎举例二：三步走策略

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

## Example

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), (\exists x)P(x) \Rightarrow (\exists x)Q(x)$

# 谓词演绎举例二：三步走策略

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

## Example

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), (\exists x)P(x) \Rightarrow (\exists x)Q(x)$

## Proof.

(1)	$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$	$P$
(2)	$P(y) \rightarrow Q(y)$	$US, (1), I$
(3)	$(\exists x)P(x)$	$P$
(4)	$P(a)$	$ES, (3)$
(5)	$Q(a)$	$T, (2), (4), I$
(6)	$(\exists x)Q(x)$	$EG, (5)$



# 谓词演绎举例二：三步走策略

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

## Example

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), (\exists x)P(x) \Rightarrow (\exists x)Q(x)$

## Proof.

- |     |   |                  |
|-----|---|------------------|
| (1) | $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$                                  | $P$              |
| (2) | <del><math>P(y) \rightarrow Q(y)</math></del> $P(a) \rightarrow Q(a)$ | $US, (1), I$     |
| (3) | $(\exists x)P(x)$   | $P$              |
| (4) | $P(a)$  | $ES, (3)$        |
| (5) | $Q(a)$  | $T, (2), (4), I$ |
| (6) | $(\exists x)Q(x)$   | $EG, (5)$        |





## 谓词演绎举例二：三步走策略

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

$$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), (\exists x)P(x) \Rightarrow (\exists x)Q(x)$$

以上推理的正确推导应为：

Proof.

(1)	$(\exists x)P(x)$	$P$
(2)	$P(a)$	$ES, (1), I$
(3)	$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$	$P$
(4)	$P(a) \rightarrow Q(a)$	$US, (3)$
(5)	$Q(a)$	$T, (2), (4), I$
(6)	$(\exists x)Q(x)$	$EG, (5)$



# 谓词的推理难点

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

## 📌 难点总结

- 在推导过程中，如既要使用规则 US 又要使用规则 ES 消去量词，而且选用的个体是同一个符号，则必须先使用规则 ES，再使用规则 US。然后再使用命题演算中的推理规则，最后使用规则 UG 或规则 EG 引入量词，得到所求结论。

# 谓词的推理难点

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

## 📌 难点总结

- 在推导过程中，如既要使用规则 US 又要使用规则 ES 消去量词，而且选用的个体是同一个符号，则必须先使用规则 ES，再使用规则 US。然后再使用命题演算中的推理规则，最后使用规则 UG 或规则 EG 引入量词，得到所求结论。
- 如一个变量是用规则 ES 消去量词，对该变量在添加量词时，则只能使用规则 EG；如使用规则 US 消去量词，对该变量在添加量词时，则可使用规则 EG 和规则 UG。

## 谓词的推理难点

Lijie Wang

### 推理难点

## 👉 难点总结

- 在推导过程中，如既要使用规则 US 又要使用规则 ES 消去量词，而且选用的个体是同一个符号，则必须先使用规则 ES，再使用规则 US。然后再使用命题演算中的推理规则，最后使用规则 UG 或规则 EG 引入量词，得到所求结论。
- 如一个变量是用规则 ES 消去量词，对该变量在添加量词时，则只能使用规则 EG；如使用规则 US 消去量词，对该变量在添加量词时，则可使用规则 EG 和规则 UG。
- 在用规则 US 和规则 ES 消去量词时，此量词必须位于整个公式的最前端，且辖域为其后的整个公式。

### 生理难点

- 在推导过程中，如既要使用规则 US 又要使用规则 ES 消去量词，而且选用的个体是同一个符号，则必须先使用规则 ES，再使用规则 US。然后再使用命题演算中的推理规则，最后使用规则 UG 或规则 EG 引入量词，得到所求结论。
- 如一个变量是用规则 ES 消去量词，对该变量在添加量词时，则只能使用规则 EG；如使用规则 US 消去量词，对该变量在添加量词时，则可使用规则 EG 和规则 UG。
- 在用规则 US 和规则 ES 消去量词时，此量词必须位于整个公式的最前端，且辖域为其后的整个公式。
- 在添加量词  $(\forall x)$  和  $(\exists x)$  时，所选用的  $x$  不能在公式  $G(y)$  或  $G(c)$  中出现。

# 谓词演绎举例三：CP 规则证明法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

Proof.

# 谓词演绎举例三：CP 规则证明法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

Proof.

□

(8)  $\neg(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)$   $CP, (1), (7)$

(9)  $(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$   $T, (8), E$

# 谓词演绎举例三：CP 规则证明法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

Proof.

(1)  $\neg(\forall x)P(x)$

$P$ (附加前提)

(7)  $(\exists x)Q(x)$

$EG, (6)$

(8)  $\neg(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)$

$CP, (1), (7)$

(9)  $(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

$T, (8), E$

□



# 谓词演绎举例三：CP 规则证明法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

Proof.

(1)  $\neg(\forall x)P(x)$

$P$ (附加前提)

(6)  $Q(c)$   $T, (3), (5), I$

(7)  $(\exists x)Q(x)$   $EG, (6)$

(8)  $\neg(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)$   $CP, (1), (7)$

(9)  $(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$   $T, (8), E$

□

# 谓词演绎举例三：CP 规则证明法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

Proof.

(1)	$\neg(\forall x)P(x)$	$P(\text{附加前提})$
-----	-----------------------	------------------

(2)	$(\exists x)\neg P(x)$	$T, (1), E$
-----	------------------------	-------------

(6)	$Q(c)$	$T, (3), (5), I$
-----	--------	------------------

(7)	$(\exists x)Q(x)$	$EG, (6)$
-----	-------------------	-----------

(8)	$\neg(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)$	$CP, (1), (7)$
-----	---	----------------

(9)	$(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$	$T, (8), E$
-----	--	-------------

□

# 谓词演绎举例三：CP 规则证明法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

Proof.

(1)	$\neg(\forall x)P(x)$	$P(\text{附加前提})$
-----	-----------------------	------------------

(2)	$(\exists x)\neg P(x)$	$T, (1), E$
-----	------------------------	-------------

(3)	$\neg P(c)$	$ES, (2)$
-----	-------------	-----------

(6)	$Q(c)$	$T, (3), (5), I$
-----	--------	------------------

(7)	$(\exists x)Q(x)$	$EG, (6)$
-----	-------------------	-----------

(8)	$\neg(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)$	$CP, (1), (7)$
-----	---	----------------

(9)	$(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$	$T, (8), E$
-----	--	-------------

□

# 谓词演绎举例三：CP 规则证明法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

Proof.

- |     |   |                  |
|-----|---|------------------|
| (1) | $\neg(\forall x)P(x)$                             | $P(\text{附加前提})$ |
| (2) | $(\exists x)\neg P(x)$                            | $T, (1), E$      |
| (3) | $\neg P(c)$                                       | $ES, (2)$        |
| (4) | $(\forall x)(P(x) \vee Q(x))$                     | $T, (2), I$      |
|     |   |                  |
| (6) | $Q(c)$  | $T, (3), (5), I$ |
| (7) | $(\exists x)Q(x)$                                 | $EG, (6)$        |
| (8) | $\neg(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)$ | $CP, (1), (7)$   |
| (9) | $(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$            | $T, (8), E$      |

□

# 谓词演绎举例三：CP 规则证明法

综合推理方法

Lijie Wang

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

Proof.

(1)	$\neg(\forall x)P(x)$	$P(\text{附加前提})$
(2)	$(\exists x)\neg P(x)$	$T, (1), E$
(3)	$\neg P(c)$	$ES, (2)$
(4)	$(\forall x)(P(x) \vee Q(x))$	$T, (2), I$
(5)	$P(c) \vee Q(c)$	$US, (4)$
(6)	$Q(c)$	$T, (3), (5), I$
(7)	$(\exists x)Q(x)$	$EG, (6)$
(8)	$\neg(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)$	$CP, (1), (7)$
(9)	$(\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$	$T, (8), E$

□

# 谓词演绎举例四：反证法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

# 谓词演绎举例四：反证法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

(1)  $\neg((\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x))$

$P$ (附加前提)

# 谓词演绎举例四：反证法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

(1)  $\neg((\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x))$   $P(\text{附加前提})$

(2)  $\neg(\forall x)P(x) \wedge \neg(\exists x)Q(x)$   $T, (1), E$



# 谓词演绎举例四：反证法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

- |     |  |             |
|-----|--|-------------|
| (1) | $\neg((\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x))$     | $P$ (附加前提)  |
| (2) | $\neg(\forall x)P(x) \wedge \neg(\exists x)Q(x)$ | $T, (1), E$ |
| (3) | $\neg(\forall x)P(x)$                            | $T, (2), I$ |
|     |  |             |

# 谓词演绎举例四：反证法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

(1)	$\neg((\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x))$	$P(\text{附加前提})$
-----	--	------------------

(2)	$\neg(\forall x)P(x) \wedge \neg(\exists x)Q(x)$	$T, (1), E$
-----	--	-------------

(3)	$\neg(\forall x)P(x)$	$T, (2), I$
-----	-----------------------	-------------

(4)	$\neg(\exists x)Q(x)$	$T, (2), I$
-----	-----------------------	-------------

# 谓词演绎举例四：反证法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

(1)	$\neg((\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x))$	$P(\text{附加前提})$
(2)	$\neg(\forall x)P(x) \wedge \neg(\exists x)Q(x)$	$T, (1), E$
(3)	$\neg(\forall x)P(x)$	$T, (2), I$
(4)	$\neg(\exists x)Q(x)$	$T, (2), I$
(5)	$(\exists x)\neg P(x)$	$T, (3), E$

# 谓词演绎举例四：反证法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

(1)	$\neg((\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x))$	$P(\text{附加前提})$
-----	--	------------------

(2)	$\neg(\forall x)P(x) \wedge \neg(\exists x)Q(x)$	$T, (1), E$
-----	--	-------------

(3)	$\neg(\forall x)P(x)$	$T, (2), I$
-----	-----------------------	-------------

(4)	$\neg(\exists x)Q(x)$	$T, (2), I$
-----	-----------------------	-------------

(5)	$(\exists x)\neg P(x)$	$T, (3), E$
-----	------------------------	-------------

(6)	$\neg P(c)$	$ES, (5)$
-----	-------------	-----------

# 谓词演绎举例四：反证法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

(1)	$\neg((\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x))$	$P$ (附加前提)
(2)	$\neg(\forall x)P(x) \wedge \neg(\exists x)Q(x)$	$T, (1), E$
(3)	$\neg(\forall x)P(x)$	$T, (2), I$
(4)	$\neg(\exists x)Q(x)$	$T, (2), I$
(5)	$(\exists x)\neg P(x)$	$T, (3), E$
(6)	$\neg P(c)$	$ES, (5)$
(7)	$(\forall x)\neg Q(x)$	$T, (4), E$

# 谓词演绎举例四：反证法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

(1)	$\neg((\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x))$	$P(\text{附加前提})$
(2)	$\neg(\forall x)P(x) \wedge \neg(\exists x)Q(x)$	$T, (1), E$
(3)	$\neg(\forall x)P(x)$	$T, (2), I$
(4)	$\neg(\exists x)Q(x)$	$T, (2), I$
(5)	$(\exists x)\neg P(x)$	$T, (3), E$
(6)	$\neg P(c)$	$ES, (5)$
(7)	$(\forall x)\neg Q(x)$	$T, (4), E$
(8)	$\neg Q(c)$	$T, (7), I$

# 谓词演绎举例四：反证法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

(1)	$\neg((\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x))$	$P(\text{附加前提})$
(2)	$\neg(\forall x)P(x) \wedge \neg(\exists x)Q(x)$	$T, (1), E$
(3)	$\neg(\forall x)P(x)$	$T, (2), I$
(4)	$\neg(\exists x)Q(x)$	$T, (2), I$
(5)	$(\exists x)\neg P(x)$	$T, (3), E$
(6)	$\neg P(c)$	$ES, (5)$
(7)	$(\forall x)\neg Q(x)$	$T, (4), E$
(8)	$\neg Q(c)$	$T, (7), I$
(9)	$\neg P(c) \wedge \neg Q(c)$	$T, (6), (8), I$

# 谓词演绎举例四：反证法

综合推理方法

Lijie Wang

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

(1)	$\neg((\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x))$	$P(\text{附加前提})$
(2)	$\neg(\forall x)P(x) \wedge \neg(\exists x)Q(x)$	$T, (1), E$
(3)	$\neg(\forall x)P(x)$	$T, (2), I$
(4)	$\neg(\exists x)Q(x)$	$T, (2), I$
(5)	$(\exists x)\neg P(x)$	$T, (3), E$
(6)	$\neg P(c)$	$ES, (5)$
(7)	$(\forall x)\neg Q(x)$	$T, (4), E$
(8)	$\neg Q(c)$	$T, (7), I$
(9)	$\neg P(c) \wedge \neg Q(c)$	$T, (6), (8), I$
(10)	$\neg(P(c) \vee Q(c))$	$T, (9), E$



# 谓词演绎举例四：反证法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

(1)	$\neg((\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x))$	$P(\text{附加前提})$
(2)	$\neg(\forall x)P(x) \wedge \neg(\exists x)Q(x)$	$T, (1), E$
(3)	$\neg(\forall x)P(x)$	$T, (2), I$
(4)	$\neg(\exists x)Q(x)$	$T, (2), I$
(5)	$(\exists x)\neg P(x)$	$T, (3), E$
(6)	$\neg P(c)$	$ES, (5)$
(7)	$(\forall x)\neg Q(x)$	$T, (4), E$
(8)	$\neg Q(c)$	$T, (7), I$
(9)	$\neg P(c) \wedge \neg Q(c)$	$T, (6), (8), I$
(10)	$\neg(P(c) \vee Q(c))$	$T, (9), E$
(11)	$(\forall x)(P(x) \vee Q(x))$	$P$

# 谓词演绎举例四：反证法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

(1)	$\neg((\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x))$	$P(\text{附加前提})$
(2)	$\neg(\forall x)P(x) \wedge \neg(\exists x)Q(x)$	$T, (1), E$
(3)	$\neg(\forall x)P(x)$	$T, (2), I$
(4)	$\neg(\exists x)Q(x)$	$T, (2), I$
(5)	$(\exists x)\neg P(x)$	$T, (3), E$
(6)	$\neg P(c)$	$ES, (5)$
(7)	$(\forall x)\neg Q(x)$	$T, (4), E$
(8)	$\neg Q(c)$	$T, (7), I$
(9)	$\neg P(c) \wedge \neg Q(c)$	$T, (6), (8), I$
(10)	$\neg(P(c) \vee Q(c))$	$T, (9), E$
(11)	$(\forall x)(P(x) \vee Q(x))$	$P$
(12)	$P(c) \vee Q(c)$	$US, (7)$

# 谓词演绎举例四：反证法

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

演绎法证明： $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x)$

(1)	$\neg((\forall x)P(x) \vee (\exists x)Q(x))$	$P$ (附加前提)
(2)	$\neg(\forall x)P(x) \wedge \neg(\exists x)Q(x)$	$T, (1), E$
(3)	$\neg(\forall x)P(x)$	$T, (2), I$
(4)	$\neg(\exists x)Q(x)$	$T, (2), I$
(5)	$(\exists x)\neg P(x)$	$T, (3), E$
(6)	$\neg P(c)$	$ES, (5)$
(7)	$(\forall x)\neg Q(x)$	$T, (4), E$
(8)	$\neg Q(c)$	$T, (7), I$
(9)	$\neg P(c) \wedge \neg Q(c)$	$T, (6), (8), I$
(10)	$\neg(P(c) \vee Q(c))$	$T, (9), E$
(11)	$(\forall x)(P(x) \vee Q(x))$	$P$
(12)	$P(c) \vee Q(c)$	$US, (7)$
(13)	$(P(c) \vee Q(c)) \wedge (\neg(P(c) \vee Q(c)))$	$T, (10), (12), I$

# 谓词逻辑推理的应用

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

## Example

证明下述论断的正确性：“所有的哺乳动物都是脊椎动物；并非所有的哺乳动物都是胎生动物；故有些脊椎动物不是胎生的。”

解

设  $P(x)$  :  $x$ 是哺乳动物;

$Q(x)$  :  $x$ 是脊椎动物;

$R(x)$  :  $x$ 是胎生动物.

则推理符号化成：

$$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$$

# 正确推导过程

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

$$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$$

# 正确推导过程

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

$$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$$

$$(11) \quad (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$$

$EG, (10)$

# 正确推导过程

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

$$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$$

$$(10) \quad Q(c) \wedge \neg R(c) \quad T, (6), (9), I$$

$$(11) \quad (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x)) \quad EG, (10)$$

# 正确推导过程

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

$$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$$

$$(6) \quad \neg R(c) \quad T, (4), I$$

$$(9) \quad Q(c) \quad T, (5), (8), I$$

$$(10) \quad Q(c) \wedge \neg R(c) \quad T, (6), (9), I$$

$$(11) \quad (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x)) \quad EG, (10)$$



# 正确推导过程

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$

(1)  $\neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$   $P$

(6)  $\neg R(c)$   $T, (4), I$

(9)  $Q(c)$   $T, (5), (8), I$

(10)  $Q(c) \wedge \neg R(c)$   $T, (6), (9), I$

(11)  $(\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$   $EG, (10)$

# 正确推导过程

## 综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

$$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$$

$$(1) \quad \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \quad P$$

$$(2) \quad (\exists x)\neg(\neg P(x) \vee R(x)) \quad T, (1), E$$

$$(6) \quad \neg R(c) \quad T, (4), I$$

$$(9) \quad Q(c) \quad T, (5), (8), I$$

$$(10) \quad Q(c) \wedge \neg R(c) \quad T, (6), (9), I$$

$$(11) \quad (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x)) \quad EG, (10)$$

# 正确推导过程

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$

(1)  $\neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$   $P$

(2)  $(\exists x)\neg(\neg P(x) \vee R(x))$   $T, (1), E$

(3)  $\neg(\neg P(c) \vee R(c))$   $ES, (2)$

(6)  $\neg R(c)$   $T, (4), I$

(9)  $Q(c)$   $T, (5), (8), I$

(10)  $Q(c) \wedge \neg R(c)$   $T, (6), (9), I$

(11)  $(\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$   $EG, (10)$

# 正确推导过程

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

$$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$$

$$(1) \quad \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \quad P$$

$$(2) \quad (\exists x)\neg(\neg P(x) \vee R(x)) \quad T, (1), E$$

$$(3) \quad \neg(\neg P(c) \vee R(c)) \quad ES, (2)$$

$$(4) \quad P(c) \wedge \neg R(c) \quad T, (3), E$$

$$(6) \quad \neg R(c) \quad T, (4), I$$

$$(9) \quad Q(c) \quad T, (5), (8), I$$

$$(10) \quad Q(c) \wedge \neg R(c) \quad T, (6), (9), I$$

$$(11) \quad (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x)) \quad EG, (10)$$

# 正确推导过程

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$

(1)  $\neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$   $P$

(2)  $(\exists x)\neg(\neg P(x) \vee R(x))$   $T, (1), E$

(3)  $\neg(\neg P(c) \vee R(c))$   $ES, (2)$

(4)  $P(c) \wedge \neg R(c)$   $T, (3), E$

(5)  $P(c)$   $T, (4), I$

(6)  $\neg R(c)$   $T, (4), I$

(9)  $Q(c)$   $T, (5), (8), I$

(10)  $Q(c) \wedge \neg R(c)$   $T, (6), (9), I$

(11)  $(\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$   $EG, (10)$

# 正确推导过程

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$

- |      |  |                  |
|------|--|------------------|
| (1)  | $\neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$ | $P$              |
| (2)  | $(\exists x)\neg(\neg P(x) \vee R(x))$   | $T, (1), E$      |
| (3)  | $\neg(\neg P(c) \vee R(c))$              | $ES, (2)$        |
| (4)  | $P(c) \wedge \neg R(c)$                  | $T, (3), E$      |
| (5)  | $P(c)$                                   | $T, (4), I$      |
| (6)  | $\neg R(c)$                              | $T, (4), I$      |
| (7)  | $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$     | $P$              |
| (8)  |  |                  |
| (9)  | $Q(c)$                                   | $T, (5), (8), I$ |
| (10) | $Q(c) \wedge \neg R(c)$                  | $T, (6), (9), I$ |
| (11) | $(\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$     | $EG, (10)$       |

# 正确推导过程

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用

$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x)), \neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x)) \Rightarrow (\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$

(1)	$\neg(\forall x)(P(x) \rightarrow R(x))$	$P$
(2)	$(\exists x)\neg(\neg P(x) \vee R(x))$	$T, (1), E$
(3)	$\neg(\neg P(c) \vee R(c))$	$ES, (2)$
(4)	$P(c) \wedge \neg R(c)$	$T, (3), E$
(5)	$P(c)$	$T, (4), I$
(6)	$\neg R(c)$	$T, (4), I$
(7)	$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$	$P$
(8)	$P(c) \rightarrow Q(c)$	$US, (7)$
(9)	$Q(c)$	$T, (5), (8), I$
(10)	$Q(c) \wedge \neg R(c)$	$T, (6), (9), I$
(11)	$(\exists x)(Q(x) \wedge \neg R(x))$	$EG, (10)$

综合推理方法

Lijie Wang

基本方法

演绎举例

推理难点

特殊演绎

推理应用



THE END, THANKS!