### 二元关系

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

大术国农小広

布尔矩阵的运输

### 关系的表示

### 王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016-



### 关系的集合表示

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

布尔矩阵的运算

**F** 

关系是一种特殊的集合,因此集合的两种基本表示法(枚举法和叙述法),可以用 到关系的表示中.

#### Example

### 关系的集合表示

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示

布尔矩阵的运算

38

关系是一种特殊的集合,因此集合的两种基本表示法(枚举法和叙述法),可以用 到关系的表示中.

#### Example

① 集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  上的整除关系 R 可用枚举法表示为:

$$\textit{R} = \{<1,1>,<1,2>,<1,3>,<1,4>,<2,2>,<2,4>,<3,3>,<4,4>\} \ \text{;}$$

### 关系的集合表示

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示

布尔矩阵的运算

**3** 

关系是一种特殊的集合,因此集合的两种基本表示法(枚举法和叙述法),可以用 到关系的表示中.

#### Example

**④** 集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  上的整除关系 R 可用枚举法表示为:

$$\textit{R} = \{<1,1>,<1,2>,<1,3>,<1,4>,<2,2>,<2,4>,<3,3>,<4,4>\} \; ;$$

② 实数集 R 上的"相等"关系 S 可用叙述法表示为:

$$S = \{ \langle x, y \rangle \mid (x, y \in R) \land (x = y) \}_{\bullet}$$

关系的表示

Lijie Wang

生合表示法

关系图表示法

关系铂阵表示

布尔矩阵的运输

关系的表示

Lijie Wang

生合表示法

关系图表示法

关系铂阵表示

布尔矩阵的运输

Lijie Wang

### Definition

关系图表示法

设  $A = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ ,

 $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$  , R 是从 A 到 B 的一

个关系.

### 关系的表示

Lijie Wang

#### 关系图表示法

天系閨表示法

### Definition

设  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ,  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ , R 是从 A 到 B 的一个关系.

集合中的元素 a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, ···, a<sub>n</sub> 和
 b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, ···, b<sub>m</sub> 分别作为图中的结点,
 用 "。"表示;

### 关系的表示

Lijie Wang

关系图表示法

### Definition

设  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ,  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ , R 是从 A 到 B 的一个关系.

- 集合中的元素 a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, ···, a<sub>n</sub> 和
   b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, ···, b<sub>m</sub> 分别作为图中的结点,
   用 "。"表示;
- ② 如果  $\langle a_i, b_j \rangle \in R$ , 则从  $a_i$  到  $b_j$  可用一有向边  $a_i \longrightarrow b_i$  相连。

### 关系的表示

Lijie Wang

关系图表示法

### Definition

设  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ,  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ , R 是从 A 到 B 的一个关系.

- 集合中的元素 a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, ···, a<sub>n</sub> 和
   b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, ···, b<sub>m</sub> 分别作为图中的结点,
   用 "。"表示;
- ② 如果  $\langle a_i, b_j \rangle \in R$ , 则从  $a_i$  到  $b_j$  可用一有向边  $a_i \longrightarrow b_i$  相连。

关系的表示

Lijie Wang

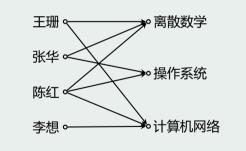
关系图表示法

#### Definition

设  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ,  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ , R 是从 A 到 B 的一个关系.

- 集合中的元素 a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, ···, a<sub>n</sub> 和
   b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, ···, b<sub>m</sub> 分别作为图中的结点 ,
   用 "。"表示;
- ② 如果  $\langle a_i, b_j \rangle \in R$ , 则从  $a_i$  到  $b_j$  可用一有向边  $a_i \longrightarrow b_i$  相连。

#### 某选课关系 R



关系的表示

Lijie Wang

生合表示法

关系图表示法

**关系**拓阵事一

布尔矩阵的运输

关系的表示

Lijie Wang

生合表示法

关系图表示法

关系钻阵表示:

布尔矩阵的运算

关系的表示

Lijie Wang

**羊玄图表示**注

关系图表示法

- たならかたらないことを

#### Definition

设  $A = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$  , R 是 A 上的一个 关系.

Lijie Wang

#### Definition

设  $A = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ ,  $R \in A$ 上的一个 关系.

① 集合中的元素  $a_1, a_2, \cdots, a_n$  分别作为 图中的结点,用"。"表示:

#### 关系的表示 Lijie Wang

关系图表示法

表示法 ンス・4

Definition

设  $A = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$  , R 是 A 上的一个 关系.

- 集合中的元素 a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, · · · , a<sub>n</sub> 分别作为图中的结点 , 用 "○"表示 ;
- ② 如果  $\langle a_i, a_j \rangle \in R$ , 则从  $a_i$  到  $a_j$  可用一有向边  $a_i \longrightarrow a_j$  相连。

# Lijie Wang

关系图表示法

#### Definition

设  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  ,  $R \neq A$  上的一个 关系.

- 集合中的元素 a1. a2. · · · · · a2. 分别作为 图中的结点 用 "。" 表示 :
- ② 如果  $\langle a_i, a_i \rangle \in R$ , 则从  $a_i$ 到  $a_i$ 可用 一有向边  $a_i \longrightarrow a_i$  相连。
- ③ 如果  $\langle a_i, a_i \rangle \in R$ , 则从  $a_i$ 到  $a_i$ 可用 一带箭头的小圆圈 ai \*\* 表示,即画一 个自环。

# Lijie Wang

关系图表示法

#### Definition

设  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  ,  $R \neq A$  上的一个 关系.

- 集合中的元素 a1. a2. · · · · · a2. 分别作为 图中的结点 用 "。" 表示 :
- ② 如果  $\langle a_i, a_i \rangle \in R$ , 则从  $a_i$ 到  $a_i$ 可用 一有向边  $a_i \longrightarrow a_i$  相连。
- ③ 如果  $\langle a_i, a_i \rangle \in R$ , 则从  $a_i$ 到  $a_i$ 可用 一带箭头的小圆圈 ai \*\* 表示,即画一 个自环。

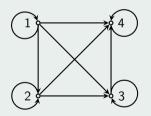
关系图表示法

#### Definition

设  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  ,  $R \neq A$  上的一个 关系.

- 集合中的元素 *a*<sub>1</sub>, *a*<sub>2</sub>, · · · , *a*<sub>n</sub> 分别作为 图中的结点 , 用 "。" 表示 ;
- ② 如果  $\langle a_i, a_i \rangle \in R$ , 则从  $a_i$  到  $a_i$  可用 一有向边  $a_i \longrightarrow a_i$  相连。
- ③ 如果  $\langle a_i, a_i \rangle \in R$ ,则从  $a_i$ 到  $a_i$ 可用 一带箭头的小圆圈 ai \*\* 表示,即画一 个自环。

### 某小干等干关系 R



### 关系的矩阵表示

关系的表示

Lijie Wang

集台表示法

关系图表示法

关系矩阵表示法

#### Definition

设  $A = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$  ,  $B = \{b_1, b_2, \cdots, b_m\}$  , R 是从 A 到 B 的一个二元关系,称矩阵  $M_R = (m_{ij})_{n \times m}$  为关系 R 的关系矩阵(relation matrix),其中:

$$m_{ij} = \left\{ egin{array}{ll} 1 & < a_i, b_j > \in R \\ 0 & < a_i, b_j > \notin R \end{array} 
ight.$$
  $(1 \leqslant i \leqslant m, 1 \leqslant j \leqslant n)$  又称  $M_R$  为  $R$  的邻接矩阵(adjacency matrix)。

### 关系的矩阵表示

关系的表示

Lijie Wang

**ヤ**ズ原ま二汁

大系国农不法

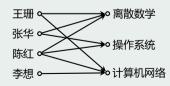
关系矩阵表示法

#### Definition

设  $A = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$  ,  $B = \{b_1, b_2, \cdots, b_m\}$  , R 是从 A 到 B 的一个二元关系,称矩阵  $M_R = (m_{ij})_{n \times m}$  为关系 R 的关系矩阵(relation matrix) ,其中:

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & < a_i, b_j > \in R \\ 0 & < a_i, b_j > \notin R \end{cases}$$
 ,  $(1 \leqslant i \leqslant m, 1 \leqslant j \leqslant n)$  又称  $M_R$  为  $R$  的邻接矩阵(adjacency matrix)。

#### 某选课关系 R



$$M_R = \left( egin{array}{ccc} 1 & 0 & 1 \ 1 & 1 & 0 \ 1 & 1 & 1 \ 0 & 0 & 1 \end{array} 
ight)$$

## 布尔矩阵的并和交运算

Definition

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

布尔矩阵的运



### 布尔矩阵的并和交运算

#### 关系的表示

Lijie Wang

集合表示法 关系图表示法

关系矩阵表示

布尔矩阵的运算

#### Definition

① 如果  $A = (a_{ij})$  和  $B = (b_{ij})$  是两个  $m \times n$  矩阵,则A 和 B 的并也是一个  $m \times n$  矩阵,记为 $A \vee B = C = (c_{ij})$ ,其中:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } a_{ij} = 1 \text{ or } b_{ij} = 1 \\ 0 & \text{if } a_{ij} = 0 \text{ and } b_{ij} = 0 \end{cases}$$

### 关系的表示

Lijie Wang

天系国表示法

布尔矩阵的运算

#### Definition

① 如果  $A = (a_{ij})$  和  $B = (b_{ij})$  是两个  $m \times n$  矩阵,则A 和 B 的并也是一个  $m \times n$  矩阵,记为 $A \vee B = C = (c_{ij})$ ,其中:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } a_{ij} = 1 \text{ or } b_{ij} = 1 \\ 0 & \text{if } a_{ij} = 0 \text{ and } b_{ij} = 0 \end{cases}$$

② 如果  $A = (a_{ij})$  和  $B = (b_{ij})$  是两个  $m \times n$  矩阵 , 则A 和 B 的交也是一个  $m \times n$  矩阵 , 记为 $A \wedge B = C = (c_{ij})$ , 其中:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } a_{ij} = 1 \text{ and } b_{ij} = 1 \\ 0 & \text{if } a_{ij} = 0 \text{ or } b_{ij} = 0 \end{cases}$$

### 布尔矩阵的并和交运算

关系的表示

ijie Wang

集合表示法

关系图表示法

布尔矩阵的运算

#### Example

设 
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
 ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 

$$A \vee B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, A \wedge B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

### 布尔矩阵的积运算

关系的表示

Lijie Wang

关系图表示法

布尔矩阵的运算

#### Definition

如果  $A = (a_{ij})$  是  $m \times p$  矩阵,  $B = (b_{ij})$  是  $p \times n$  矩阵 , 则A 和 B 的积是一个  $m \times n$  矩阵 , 记为 $A \odot B = C = (c_{ij})$ , 其中:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \exists k, a_{ik} = 1 \text{ and } b_{kj} = 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

### 布尔矩阵的积运算

#### 关系的表示

Liiie Wang

关系图表示法

布尔矩阵的运算

#### Definition

如果  $A = (a_{ij})$  是  $m \times p$  矩阵,  $B = (b_{ij})$  是  $p \times n$  矩阵 , 则A 和 B 的积是一个  $m \times n$  矩阵 , 记为 $A \odot B = C = (c_{ij})$ , 其中:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \exists k, a_{ik} = 1 \text{ and } b_{kj} = 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

### Example

设 
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
 ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  , 则  $A \odot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

关系的表示

Lijie Wang

集合表示法

关系图表示法

关系矩阵表示

布尔矩阵的运算



THE END, THANKS!