

# Аргумент от точности определения среднего вертикального оффсета

26 сентября 2019 г.

Целью данного теста является проверка возможности определения вертикального разделения замкнутых орбит пучков на уровне  $10^{-12}$  м, если:

- в ускорителе длины  $L_{acc} = 150$  м равномерно распределены  $N_{BPM} = 25$  BPM;
- точность измерения вертикальной координаты пучка BPM'ом  $\sigma_{SQUID} = 10^{-12}$  м;
- амплитуда бетатронных колебаний в вертикальной плоскости  $a_\beta = 10^{-6}$  м.

В нижеследующих тестах мы предполагали *один* проход пучка через кольцо ускорителя ( $N_{turn} = 1$ ), так что на каждом триале мы имели по  $N_{BPM}$  измерений положения пучка, на основании которых определялись вертикальные сдвиги замкнутых орбит пучков.

## 0.1 Тест # 1

Были сгенерированы две серии данных:

$$\begin{cases} y_1^n(s) &= a_\beta \sin(f_1 \cdot s + \phi_1) + \Delta_1 + \epsilon_1^n, \\ y_2^n(s) &= a_\beta \sin(f_2 \cdot s + \phi_2) + \Delta_2 + \epsilon_2^n; \\ \epsilon_1^n, \epsilon_2^n &\sim N(0, \sigma_{SQUID}), \\ s &\in \{j \cdot \frac{L_{acc}}{N_{BPM}-1} | j \in 25\}. \end{cases} \quad (1)$$

с параметрами из Таблицы 1.  $n$  – номер теста ( $n \in 100$ ).

**Замечание 1.**  $\forall n \in 100$  данные отличаются только  $\epsilon_1^n, \epsilon_2^n$ ; все остальные параметры оставались неизменными. Это значит, что на каждом триале пучок приходит на каждый BPM в одной и той же точке, а вариация вертикальной координаты на данном BPM связана только с ошибкой измерения ( $\sigma_{SQUID}$ ).

Таким образом,  $\sigma[\hat{\Delta}]$  есть статистическая погрешность определения сдвига замкнутой орбиты.

Данные (1) были фитированы функцией

$$f(x) = a \cdot \sin(f \cdot x + \phi) + \Delta; \quad (2)$$

оценивались все 4 параметра:  $\hat{a}^n, \hat{f}^n, \hat{\phi}^n, \hat{\Delta}^n$ .

Результаты симуляции представлены на Рисунке 1.

**Вывод 1.**  $\sigma[\hat{\Delta}] = \sigma_{SQUID} / \sqrt{N_{BPM} \cdot N_{turn}}$ .

Таблица 1: Параметры симуляции

Параметр	Значение
$f_1$	30.000
$f_2$	30.074
$\phi_1$	0
$\phi_2$	$\pi/16$
$\Delta_1$	$10^{-12}$
$\Delta_2$	$10^{-12}$

## 0.2 Тест # 2

Добавляется вариация начальной фазы:

$$\phi_1^n, \phi_2^n \sim N(0, \pi).$$

Результаты симуляции представлены на Рисунке 2.

**Вывод 2.** *Ничего не поменялось.*

## 0.3 Тест # 3

Добавляем случайные отклонения частот:

$$f_1^n, f_2^n \sim N(f_1, 10^{-3}), N(f_2, 10^{-3}).$$

**Замечание 2.** *Стандартные отклонения распределений частот не превышают  $10^{-3}$  потому что иначе фиттер требует более близкие начальные оценки  $\hat{f}$ , а мне было лень писать умную функцию для этого.*

Результаты симуляции представлены на Рисунке 3.

**Вывод 3.** *Снова никакой разницы.*

## 0.4 Заключение

По крайней мере, если мы можем определить остальные параметры вертикальных бетатронных колебаний (чтобы иметь возможность фитировать данные ВРМ'ов), мы должны быть в состоянии определить относительный вертикальный сдвиг замкнутых орбит пучков друг от друга с точностью локального измерения ВРМ.

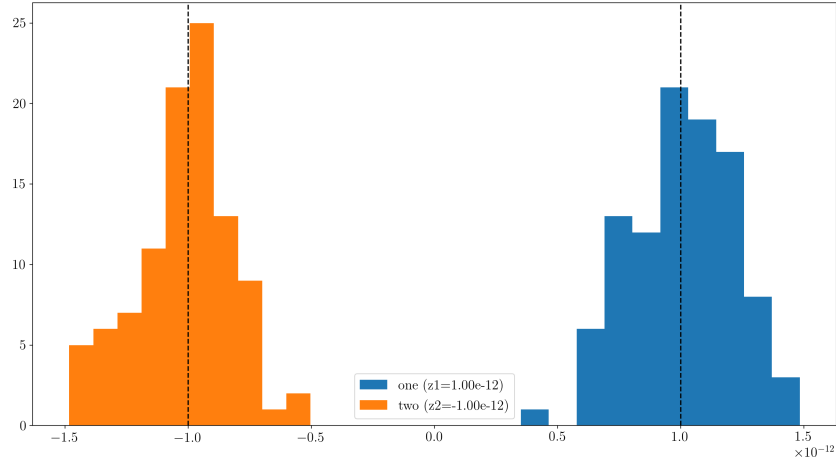


Рис. 1: Гистограммы распределений оценок  $\hat{\Delta}^n$  в случае, когда варьируются только ошибки  $\epsilon_1^n, \epsilon_2^n$ .

Также, неправильно говорить, что если у нас физически  $N_{BPM}$  BPM'ов в кольце, то мы располагаем сэмплом из  $N_{BPM}$  измерениями, чтобы сделать оценку  $\hat{\Delta}$ . По крайней мере, если BPM-измерения можно считать как функции времени, то количество данных растёт пропорционально числу оборотов пучка в ускорителе.

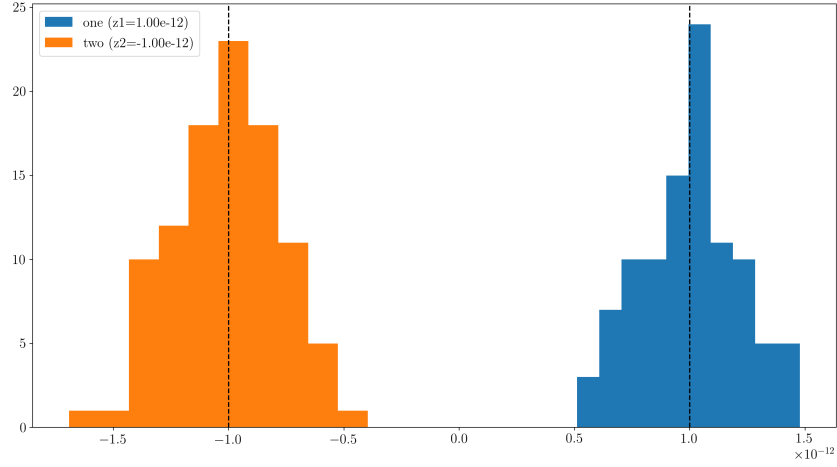


Рис. 2: Гистограммы распределений оценок  $\hat{\Delta}^n$  в случае, когда варьируются ошибки  $\epsilon_1^n, \epsilon_2^n$ , и начальные фазы  $\phi_1^n, \phi_2^n$  бетатронных колебаний.

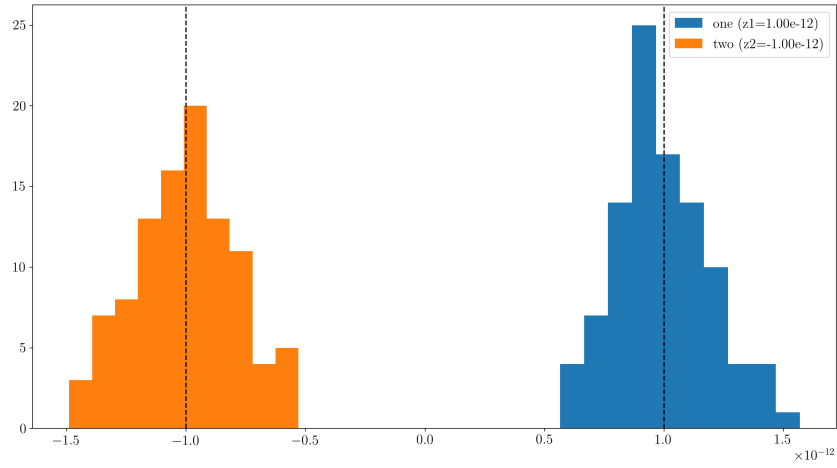


Рис. 3: Гистограммы распределений оценок  $\hat{\Delta}^n$  в случае, когда варьируются ошибки  $\epsilon_1^n, \epsilon_2^n$ , начальные фазы  $\phi_1^n, \phi_2^n$ , и частоты  $f_1^n, f_2^n$  бетатронных колебаний.