

Аргумент от точности определения среднего вертикального оффсета

26 сентября 2019 г.

Целью данного теста является проверка возможности определения вертикального разделения замкнутых орбит пучков на уровне 10^{-12} м, если:

- в ускорителе длины $L_{acc} = 150$ м равномерно распределены $N_{BPM} = 25$ BPM;
- точность измерения вертикальной координаты пучка BPM'ом $\sigma_{SQUID} = 10^{-12}$ м;
- амплитуда бетатронных колебаний в вертикальной плоскости $a_\beta = 10^{-6}$ м.

В нижеследующих тестах мы предполагали *один* проход пучка через кольцо ускорителя ($N_{turn} = 1$), так что на каждом триале мы имели по N_{BPM} измерений положения пучка, на основании которых определялись вертикальные сдвиги замкнутых орбит пучков.

0.1 Тест # 1

Были сгенерированы две серии данных:

$$\begin{cases} y_1^n(s) &= a_\beta \sin(f_1 \cdot s + \phi_1) + \Delta_1 + \epsilon_1^n, \\ y_2^n(s) &= a_\beta \sin(f_2 \cdot s + \phi_2) + \Delta_2 + \epsilon_2^n; \\ \epsilon_1^n, \epsilon_2^n &\sim N(0, \sigma_{SQUID}), \\ s &\in \{j \cdot \frac{L_{acc}}{N_{BPM}-1} | j \in 25\}. \end{cases} \quad (1)$$

с параметрами из Таблицы 1. n – номер теста ($n \in 100$).

Замечание 1. $\forall n \in 100$ данные отличаются только $\epsilon_1^n, \epsilon_2^n$; все остальные параметры оставались неизменными. Это значит, что на каждом триале пучок приходит на каждый BPM в одной и той же точке, а вариация вертикальной координаты на данном BPM связана только с ошибкой измерения (σ_{SQUID}).

Таким образом, $\sigma[\hat{\Delta}]$ есть статистическая погрешность определения сдвига замкнутой орбиты.

Данные (1) были фитированы функцией

$$f(x) = a \cdot \sin(f \cdot x + \phi) + \Delta; \quad (2)$$

оценивались все 4 параметра: $\hat{a}^n, \hat{f}^n, \hat{\phi}^n, \hat{\Delta}^n$.

Результаты симуляции представлены на Рисунке 1.

Вывод 1. $\sigma[\hat{\Delta}] = \sigma_{SQUID} / \sqrt{N_{BPM} \cdot N_{turn}}$.

Таблица 1: Параметры симуляции

Параметр	Значение
f_1	30.000
f_2	30.074
ϕ_1	0
ϕ_2	$\pi/16$
Δ_1	10^{-12}
Δ_2	10^{-12}

0.2 Тест # 2

Добавляется вариация начальной фазы:

$$\phi_1^n, \phi_2^n \sim N(0, \pi).$$

Результаты симуляции представлены на Рисунке 2.

Вывод 2. *Ничего не поменялось.*

0.3 Тест # 3

Добавляем случайные отклонения частот:

$$f_1^n, f_2^n \sim N(f_1, 10^{-3}), N(f_2, 10^{-3}).$$

Замечание 2. *Стандартные отклонения распределений частот не превышают 10^{-3} потому что иначе фиттер требует более близкие начальные оценки \hat{f} , а мне было лень писать умную функцию для этого.*

Результаты симуляции представлены на Рисунке 3.

Вывод 3. *Снова никакой разницы.*

0.4 Заключение

По крайней мере, если мы можем определить остальные параметры вертикальных бетатронных колебаний (чтобы иметь возможность фитировать данные ВРМ'ов), мы должны быть в состоянии определить относительный вертикальный сдвиг замкнутых орбит пучков друг от друга с точностью локального измерения ВРМ.

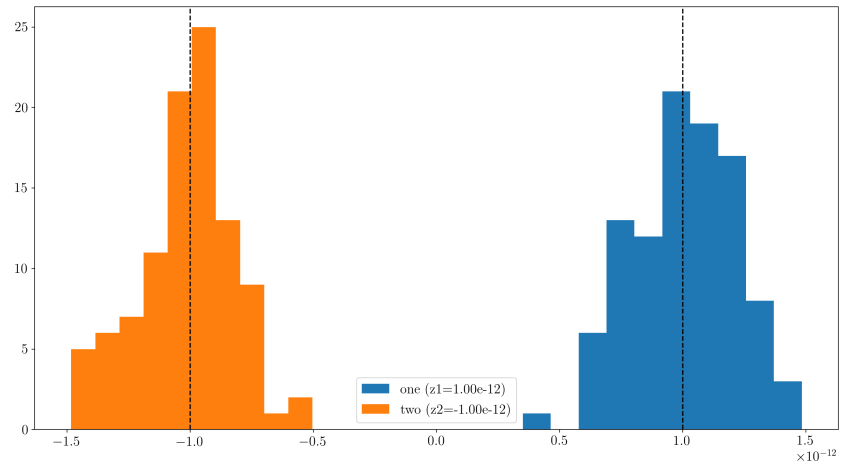


Рис. 1: Гистограммы распределений оценок $\hat{\Delta}^n$ в случае, когда варьируются только ошибки $\epsilon_1^n, \epsilon_2^n$.

Также, неправильно говорить, что если

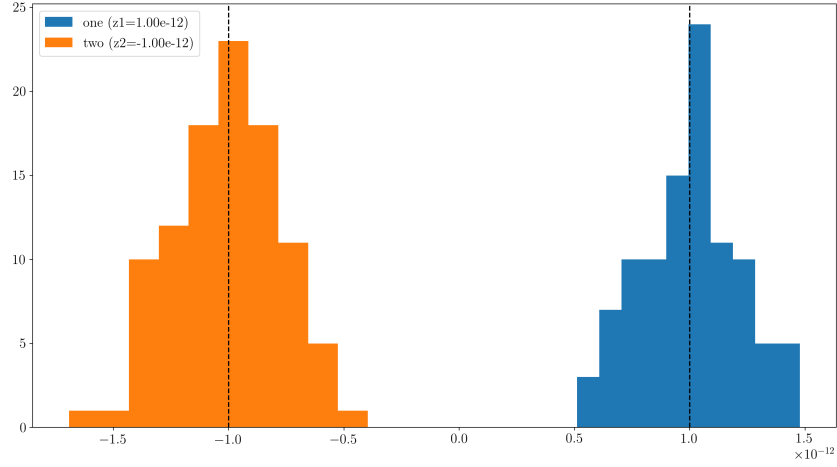


Рис. 2: Гистограммы распределений оценок $\hat{\Delta}^n$ в случае, когда варьируются ошибки $\epsilon_1^n, \epsilon_2^n$, и начальные фазы ϕ_1^n, ϕ_2^n бетатронных колебаний.

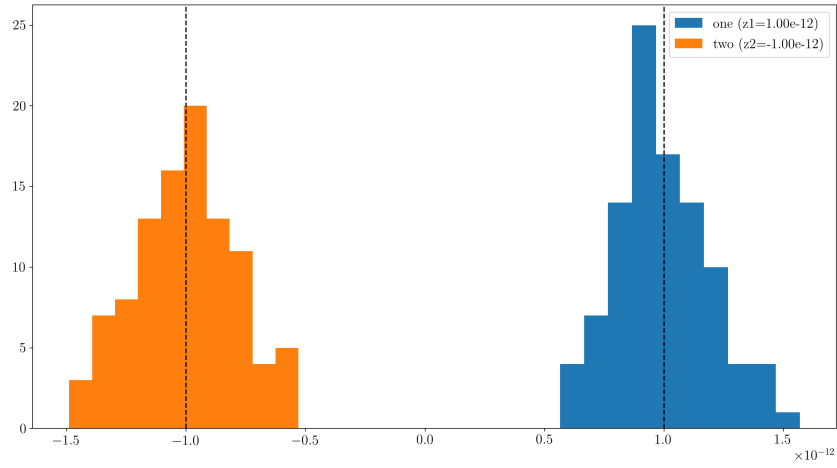


Рис. 3: Гистограммы распределений оценок $\hat{\Delta}^n$ в случае, когда варьируются ошибки $\epsilon_1^n, \epsilon_2^n$, начальные фазы ϕ_1^n, ϕ_2^n , и частоты f_1^n, f_2^n бетатронных колебаний.