

## Вопросы к экзамену

1. Как называется система  $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = f(x, y), \\ y(0) = y_0. \end{cases}$  ?
2. Решить уравнение (Филиппов №51)  $xydx + (x + 1)dy = 0$
3. Решить уравнение (Филиппов №108)  $xy' = y - xe^{y/x}$
4. Решить уравнение (Филиппов №136)  $xy' - 2y = 2x^4$
5. Решить уравнение (Филиппов №141)  $y = x(y' - x \cos x)$
6. Решить уравнение (Филиппов №186)  $2xydx + (x^2 - y^2)dy = 0$
7. Как можно проверить линейную зависимость/независимость функций на отрезке  $(a, b)$ ?
8. Являются ли функции  $1, t, t^2, t^3$  линейно зависимыми?
9. Являются ли линейно зависимыми функции  $e^x, xe^x, e^{2x}$ ?
10. Запишите фундаментальную систему решений однородного линейного уравнения  $y'' - 6y' + 5y = 0$ .
11. Запишите фундаментальную систему решений уравнения  $y'' - 2y' + y = 0$ .
12. Решить задачу (Филиппов №78): В баке находится 100 л раствора, содержащего 10 кг соли. В бак непрерывно подаётся вода (5 л/мин), которая перемешивается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с той же скоростью. Сколько соли в баке останется через час?
13. Решить задачу (Филиппов №79): В воздухе комнаты объёмом 200 м<sup>2</sup> содержится 0.15% углекислого газа (CO<sub>2</sub>). Вентилятор подаёт в минуту 20 м<sup>3</sup> воздуха, содержащего 0.04% CO<sub>2</sub>. Через какое время количество углекислого газа в воздухе комнаты уменьшится втрое?
14. Решить задачу (Филиппов №84): За 30 дней распалось 50% первоначального количества радиоактивного вещества. Через сколько времени останется 1% от первоначального количества?
15. Алгоритм решения неоднородного линейного дифференциального уравнения?
16. Физический смысл теоремы Планшереля?
17. Что такое преобразование Лапласа?
18. Найти изображение функции  $f(t) = \sin(t + \alpha)$
19. Найти изображение функции  $f(t) = \cos(\omega t + \alpha)$
20. Решить задачу Коши для уравнения  $\dot{x} - x = t - 1, x(0) = 0$
21. Решить задачу Коши для уравнения  $\ddot{x} - 3\dot{x} + 2x = 2e^{3t}, x(0) = 1, \dot{x}(0) = 3$
22. Восстановить оригинал  $f(t)$  по изображению  $F(p) = \frac{pe^{\pi p}}{(p^2 + 16)^2}$

23. Решить уравнение  $x(t) = 1 + \frac{1}{6} \int_0^t (t - \tau)^3 d\tau$

24. Записать  $V_2(t)$  через  $V_1(t)$  для четырёхполюсника ниже.



Четырёхполюсник с переходной характеристикой  $h(t)$

25. Какие типы краевых задач существуют?
26. Записать теорему Гаусса и закон полного тока.
27. Найти распределение потенциала в сферическом (концентрическом) конденсаторе, если внешняя обкладка заземлена, а внутренняя находится под потенциалом  $V$ .
28. Записать уравнение Пуассона.
29. При каких условиях, в решении уравнения в частных производных фигурируют полиномы Лежандра?
30. Какие уравнения/специальные функции приводят Тихонов и Самарский в учебнике [1]?
31. При решении каких уравнений (и в каком случае) в частных производных возникает уравнение Бесселя?
32. -//- уравнение Лежандра?
33. -//- уравнение для присоединённых функций Лежандра?
34. На каком этапе решения уравнения в частных производных возникают эти уравнения/функции?
35. Пусть  $X$  — случайная величина. Каким образом можно вычислить вероятность того, что  $X \in [a, b]$ , если дано распределение плотности вероятности (probability density function)  $f(x)$ ?

36. То же самое, но дана функция распределения (cumulative probability distribution)  $F_X(x)$ ?
37. Назовите первые четыре момента распределения случайной величины. Для чего они нужны?
38. Что такое доверительный интервал? Доверительная вероятность? Какая доверительная вероятность соответствует интервалу  $\pm \sigma$ , если оценка распределена “по Гауссу”?
39. Как связаны ковариация и дисперсия?
40. Почему мы раскладываем граничные условия/неоднородность уравнения в частных производных в ряд Фурье? Что такое ряд Фурье, и всегда ли он уместен?

Ссылки

[1] А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Уравнения математической физики.