1. ¿ Qué es ?

2. Usos. Ejemplo.

3. Detalles de la técnica.

4. Laboratorio - Aplicación en R.

5. Laboratorio - Ejemplos.

- **Recordando** el Análisis de Correspondencias (Simples) es un método factorial que involucra 2 variables de una población de n individuos. Sigue un procedimiento análogo a la técnica de Componentes Principales para el estudio de tablas de contingencia.

- El **Análisis de Correspondencias Múltiples (ACM)** es una extensión del Análisis de Correspondencias al caso de mas de dos variables. Es una técnica factorial que trabaja sobre tablas de individuos-variables pero que estas tablas son lógicas o disjuntas, es decir formadas por ceros y unos.

- La idea intuitiva de ACM se diría que su problemática se parece a la de ACP (estudio de una tabla de individuos por variables) pero al mismo tiempo puede ser considerada una generalización de la técnica ACS.

Individuos Uno de los objetivos es realizar una caracterización de los individuos basados en una noción de similitud. Dos individuos serán tanto más próximos cuanto mayor sea el número de modalidades en común.

Variables Se procura estudiar directamente la relación entre las variables y alternativamente obtener un conjunto de síntesis de las variables.

Modalidades Estudiar el conjunto de modalidades equivale a realizar una síntesis de sus similitudes. Puede ser considerada como variable indicadora definida sobre el conjunto de individuoso como clase de individuos de los cuales se conoce su distribución en el conjunto de las modalidades.

Los datos

La matriz de datos será: $X_{I\times J}$ (I individuos y J variables)

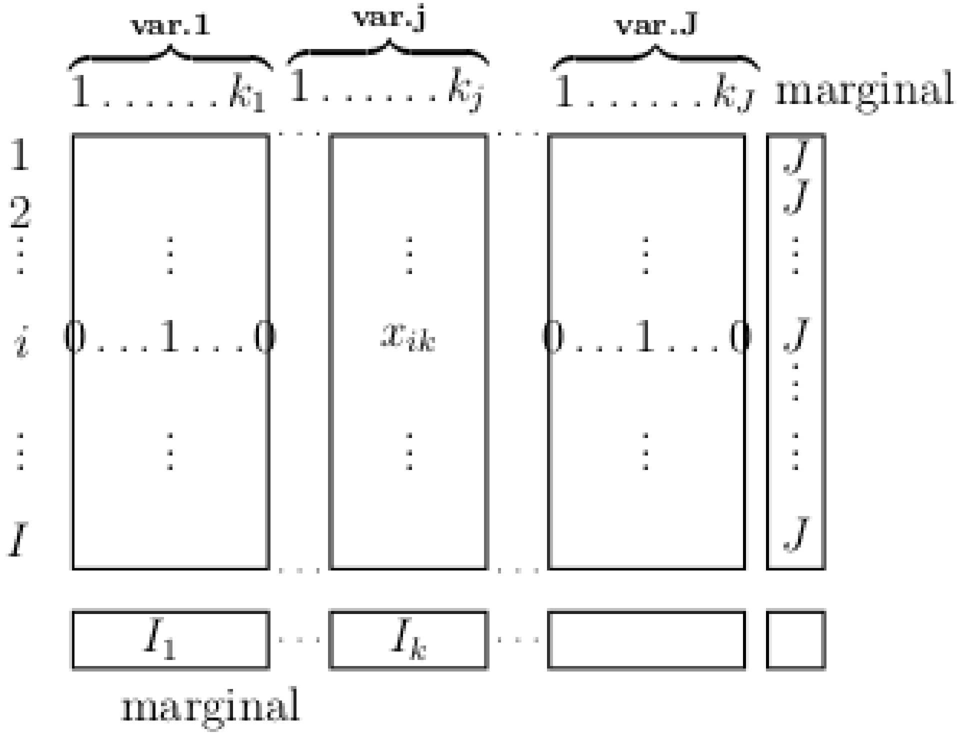
$$X_{I,J} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{11} & \vdots & x_{1,J} \\ x_{21} & x_{22} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{I,1} & x_{I,2} & \vdots & x_{I,J} \end{bmatrix}$$

Recordando: La nube de las filas N_I está en R^J y la nube de las columnas N_J está en R^I.

En el caso de ACM las variables deben ser cualitativas.

Una **Tabla Disjunta Completa** posee una serie de propiedades específicas:

- Esta compuesta solamente por ceros y unos.
- El número de filas corresponde al de los individuos considerados.
- La suma por fila dará siempre un número constante igual a J, es decir el número de variables.
- Para cada variable un individuo posee solo una de sus modalidades, por lo que si agrupáramos por variables obtendríamos columnas con **unos**.



- k_j es el número de modalidades de la variable j.

- $x_{ik} = 1$ si el individuo i posee la modalidad k y 0 si no la posee.

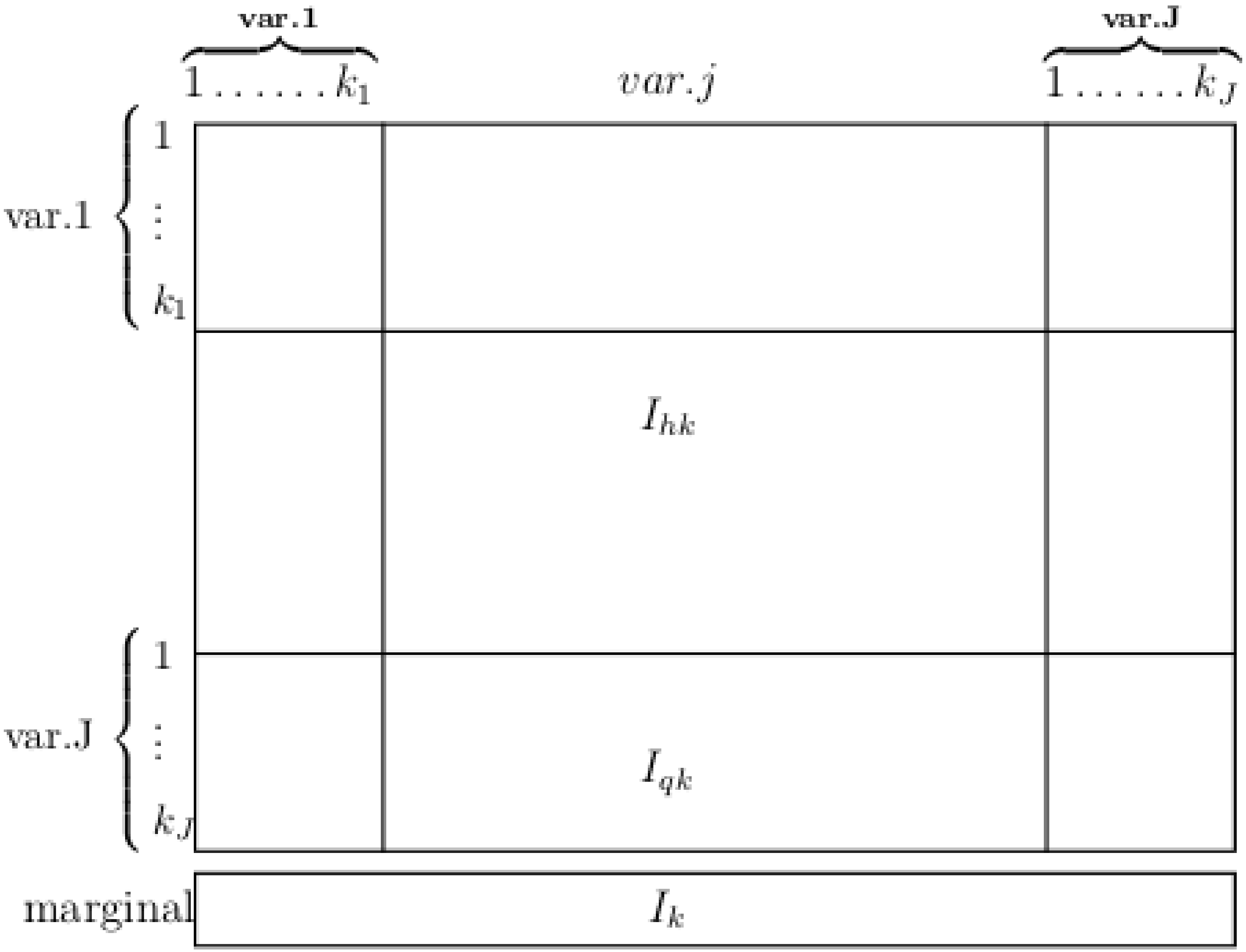
- $\sum_{h=1}^{K_j} x_{ih} = 1 \; \forall \; (i,j)$ $\qquad \sum_{h=1}^{K} x_{ih} = J \; \forall \; i$ $\qquad \sum_{i=1}^{n} x_{ih} = I_h \; \forall \; h$

Construcción de la TDC: ejemplo

A partir de la matriz de datos $X_{I \times J}$

$$
\left\| \begin{array}{c|c|c}
2 & 2 & 4 \\
2 & 1 & 3 \\
3 & 1 & 2 \\
1 & 2 & 4 \\
1 & 2 & 3 \\
2 & 2 & 3 \\
3 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 \\
2 & 1 & 2 \\
2 & 2 & 3 \\
3 & 2 & 2 \\
1 & 1 & 4
\end{array} \right\|
\qquad
\left\| \begin{array}{ccc|cc|cccc}
0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array} \right\|
$$

Se tienen $I = 12$ individuos, $J = 3$ variables y $K = 9$ modalidades($k_1 = 3, k_2 = 2, k_3 = 4$)


var.1
var.J
1 . . . . . . k_1
$var.j$
1 . . . . . . k_J
var.1
1
k_1
I_{hk}
var.J
1
k_J
I_{qk}
marginal
I_k

- $I_{qk} =$ número de individuos que poseen la modalidad q(de la variable J) y la modalidad k (de la variable j).

- $I_k =$número de individuos que poseen la modalidad k (de variable j)

- A veces es llamada Tabla de contingencia de Burt, es simétrica. En la diagonal se encuentran matrices que cruzan modalidades de una misma variable, fuera de la diagonal se encuentran tablas de contingencia.

Alguna encuesta... ejemplos variados

- Encuestas económicas (ech, etc)
- Encuestas en marketing (encuestas de satisfacción)
- Datos cualitativos de las disciplinas sociales
- Psicología . . .
- Encuestas de Percepción
- Nuestro ejemplo “patológico” . . .

Ejemplo - Causas de Deserción Universitaria

Se poseen datos de una encuesta a ~~167~~ 156 estudiantes que abandornaron los estudios en la Facultad, con las siguientes variables y modalidades:

Procedencia Interior del pais[INTE]; ~~Exterior[EXTE]~~; Montevideo[MONT].

Sexo Masculino[MASC]; Femenino[FEME].

Edad de Ingreso $<$ 20[ME20]; Entre 20 y 22 [2022]; $>$ 22[MA22].

[N Educativo Padre] Primario[PRIM];Secundario[SECM];Universitario[UNIP].

N Educativo Madre Primario[PRIM];Secundario[SECM];Universitario[UNIP].

Clase social de la Flia. Alta[ALTA];Media[MEDIA];~~Baja[BAJA]~~.

Situacion laboral No Trabaja[NOTR]; Menos de 20hs.[TR20]; Mas de 20hs.[TRMA]

Causa de desercion Demografico[DEMO];Politicas[POLI];~~Dificultad con alguna materia en particular[DIFI]~~;Falta de interes en proseguir los estudios[FALT];Por cambio de carrera[OTCA];Socioeconomicas[SOCI].

Singular Values	Principal Inertias	Chi Squares	Percents	Acumulado
0.5195823	0.26996577	335.05564	0.15748003	0.1574800
0.4403730	0.19392841	240.68536	0.11312491	0.2706049
0.4229469	0.17888405	222.01374	0.10434903	0.3749540
0.4058580	0.16472070	204.43555	0.09608708	0.4710410
0.3861872	0.14914056	185.09897	0.08699866	0.5580397
0.3812913	0.14538307	180.43554	0.08480679	0.6428465
0.3603852	0.12987748	161.19148	0.07576186	0.7186084
0.3461496	0.11981954	148.70852	0.06989473	0.7885031
0.3325316	0.11057729	137.23793	0.06450342	0.8530065
0.3167234	0.10031372	124.49977	0.05851634	0.9115228
0.2973954	0.08844404	109.76827	0.05159236	0.9631152
0.2514579	0.06323109	78.47636	0.03688480	1.0000000

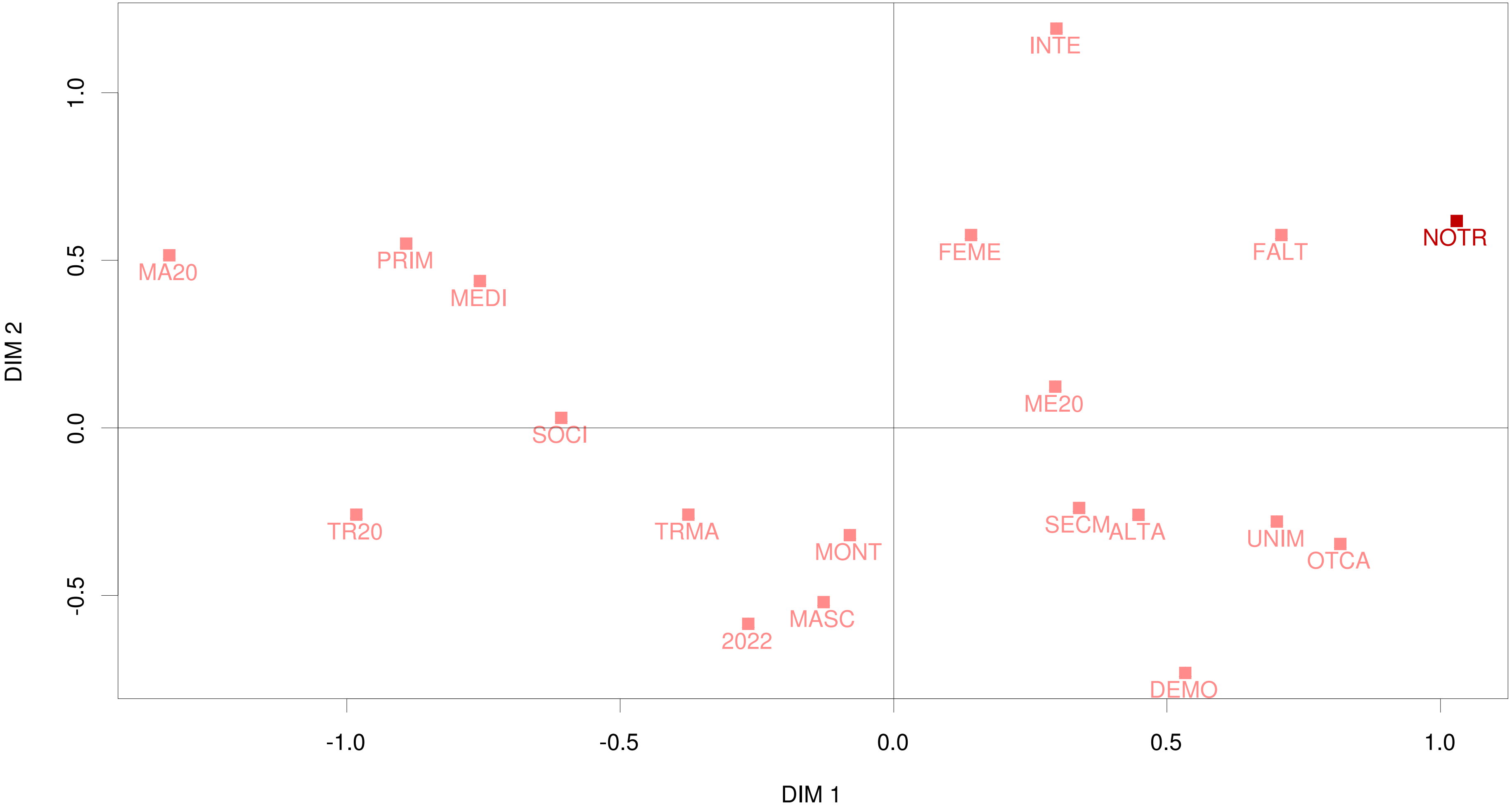
Ejemplo - Causas de Deserción Universitaria

	Quality	Mass	Inertia	DIM 1	DIM 2	DIM 3
INTE	0.40444	0.03022	0.06571	0.29774	1.19114	0.12874
MONT	0.40444	0.11264	0.01763	-0.07988	-0.31957	-0.03454
FEME	0.31676	0.06777	0.04380	0.14198	0.57519	0.03370
MASC	0.31676	0.07509	0.03953	-0.12813	-0.51907	-0.03041
2022	0.12350	0.03297	0.06410	-0.26540	-0.58416	1.15155
MA20	0.23077	0.01465	0.07479	-1.32437	0.51507	-1.22842
ME20	0.20502	0.09524	0.02778	0.29562	0.12297	-0.20963
PRIM	0.48751	0.04396	0.05769	-0.89129	0.55000	-0.05830
SECM	0.24037	0.08333	0.03472	0.33923	-0.23794	0.37766
UNIM	0.06959	0.01557	0.07425	0.70069	-0.27928	-1.85700
ALTA	0.45242	0.08974	0.03098	0.44778	-0.25932	-0.02324
MEDI	0.45242	0.05311	0.05235	-0.75660	0.43816	0.03926
NOTR	0.60311	0.04212	0.05876	1.02961	0.61815	0.06871
TR20	0.07069	0.00916	0.07799	-0.98246	-0.25857	0.34402
TRMA	0.37094	0.09158	0.02991	-0.37538	-0.25849	-0.06601
DEMO	0.12027	0.01832	0.07265	0.53345	-0.73026	-1.33788
FALT	0.22376	0.03022	0.06571	0.70907	0.57553	0.38894
OTCA	0.11574	0.01832	0.07265	0.81718	-0.34536	0.39053
SOCI	0.42049	0.07601	0.03900	-0.60737	0.03036	0.07364

Ejemplo - Causas de Deserción Universitaria

	CONTR 1	CONTR 2	CONTR 3	COS 1	COS 2	COS 3
INTE	0.00992	0.22109	0.00280	0.02378	0.38066	0.00445
MONT	0.00266	0.05932	0.00075	0.02378	0.38066	0.00445
FEME	0.00506	0.11561	0.00043	0.01819	0.29856	0.00102
MASC	0.00457	0.10433	0.00039	0.01819	0.29856	0.00102
2022	0.00860	0.05801	0.24439	0.02113	0.10237	0.39782
MA20	0.09519	0.02004	0.12360	0.20045	0.03032	0.17246
ME20	0.03083	0.00743	0.02340	0.17478	0.03024	0.08789
PRIM	0.12934	0.06856	0.00084	0.35306	0.13444	0.00151
SECM	0.03552	0.02433	0.06644	0.16111	0.07926	0.19968
UNIM	0.02831	0.00626	0.30011	0.06005	0.00954	0.42175
ALTA	0.06665	0.03112	0.00027	0.33879	0.11362	0.00091
MEDI	0.11262	0.05258	0.00046	0.33879	0.11362	0.00091
NOTR	0.16541	0.08300	0.00111	0.44332	0.15979	0.00197
TR20	0.03274	0.00316	0.00606	0.06611	0.00458	0.00811
TRMA	0.04780	0.03155	0.00223	0.25162	0.11932	0.00778
DEMO	0.01931	0.05036	0.18326	0.04185	0.07842	0.26322
FALT	0.05628	0.05162	0.02556	0.13489	0.08887	0.04058
OTCA	0.04530	0.01126	0.01561	0.09820	0.01754	0.02243
SOCI	0.10386	0.00036	0.00230	0.41944	0.00105	0.00617

Ejemplo - Causas de Deserción Universitaria



- Se puede observar combinando la tabla con la calidad de representación y la contribución y las gráficas que existen comportamientos diferenciados en relación a la deserción de los estudiantes de clase media, que tiene madre con nivel primario de educación y con ingreso tardío a la universidad.

- Estos estudiantes fundamentalmente abandonan al parecer por causas socioeconómica familiares. Por otro lado estudiantes provenientes de hogares de clase alta, con madres con nivel secundario o universitario que desertan para continuar otros estudios.

- Si se considera el plano principal, en el primer cuadrante estan los que no trabajan, provienen del interior, predominantemente mujeres y dejan por falta de interés oponiendose a quienes trabajan, son fundamentalmente de Montevideo, de sexo masculino y con ingreso a la Universidad entre los 20 y 22 años.

- El segundo eje distingue el comportamiento en relación a la deserción de los estudiantes mujeres provenientes del interior, de clase media, con madres con nivel de educación primario y que abandonan por falta de interés o con problemas socioeconómicos de los estudiantes varones, que trabajan, provienen de hogares de clase alta con madres de nivel secundario o universitario.

Sexo del Encuestado Mujer[1]; Varón[2].

Edad del Encuestado ...

Tuvo accidente Tuvo[1]; No tuvo[2]

Opinión acerca de la campaña Muy buenos[1]; Buenos[2]; Malos[3]; Muy malos[4]

Se procura discernir asociaciones entre el sexo de los entrevistados, el hecho de que hayan tenido accidente de tráfico con la percepción que tienen de los anuncios publicitarios de la campaña. Debemos observar que la naturaleza de la variable `edad` es tal que deberemos transformarla para poder incorporarla al análisis (la opción sería categorizarla) pero en este caso será variable suplementaria (ilustrativa) y luego la se proyecta sobre los **planos factoriales** construídos.

```
***  Summary Statistics for data in:  trafico ***

       SEXO   ACCIDENT         ANUNCIO
   Mujer:28   Si:25       Muy Bueno:17
  Hombre:22   No:25           Bueno:16
                               Malo: 9
                           Muy Malo: 8


Singular V  Principal Inertias Chi Squares  Percents Acumulado
0.7212349      0.5201798     90.48129    0.31210787 0.3121079
0.6523589      0.4255721     74.02501    0.25534327 0.5674511
0.5773503      0.3333333     57.98078    0.20000000 0.7674511
0.4999665      0.2499665     43.47976    0.14997991 0.9174311
0.3709648      0.1376149     23.93706    0.08256895 1.0000000
```

```
             Quality       Mass Inertia        DIM 1       DIM 2
     Mujer 0.6499602 0.18666667   0.088  0.007458065  0.71458199
    Hombre 0.6499602 0.14666667   0.112 -0.009492082 -0.90946798
        Si 0.7861651 0.16666667   0.100  0.883893665  0.06997946
        No 0.7861651 0.16666667   0.100 -0.883893665 -0.06997946
 Muy Bueno 0.5754856 0.11333333   0.132  0.837442286  0.64483301
     Bueno 0.5631158 0.10666667   0.136  0.388621484 -1.02254310
      Malo 0.3411520 0.06000000   0.164 -1.226583235 -0.22277856
  Muy Malo 0.4269601 0.05333333   0.168 -1.176901686  0.92544194
                     DIM 3        CONTR 1     CONTR 2       CONTR 3
     Mujer -3.004629e-016 0.00001996023 0.223974069 5.055566e-032
    Hombre  3.245000e-016 0.00002540393 0.285057907 4.633210e-032
        Si  2.547926e-015 0.25031986686 0.001917859 3.245962e-030
        No -2.644074e-015 0.25031986686 0.001917859 3.495563e-030
 MuyBueno -4.502117e-001 0.15279669551 0.110733500 6.891480e-002
     Bueno  5.875644e-001 0.03096911990 0.262070906 1.104742e-001
      Malo -1.564295e+000 0.17353689654 0.006997210 4.404634e-001
  MuyMalo  1.541403e+000 0.14201219017 0.107330689 3.801476e-001
                    COS 1        COS 2         COS 3
     Mujer 0.00007079256 0.649889439 1.148992e-031
    Hombre 0.00007079256 0.649889439 8.273589e-032
        Si 0.78126801084 0.004897125 6.491925e-030
        No 0.78126801084 0.004897125 6.991126e-030
 MuyBueno 0.36128069361 0.214204953 1.044164e-001
     Bueno 0.07107136855 0.492044422 1.624621e-001
```

- **Quality** En este caso este indice representa la calidad de representación de la modalidad con la cantidad de ejes considerados que en este caso son 3

- **Mass** Esta columna representa el peso de la modalidad en el total de individuos es decir que para el caso por ejemplo de mujer representa casi el $18,67\,\%$, por lo tanto esta columna suma 100 en todas las modalidades.

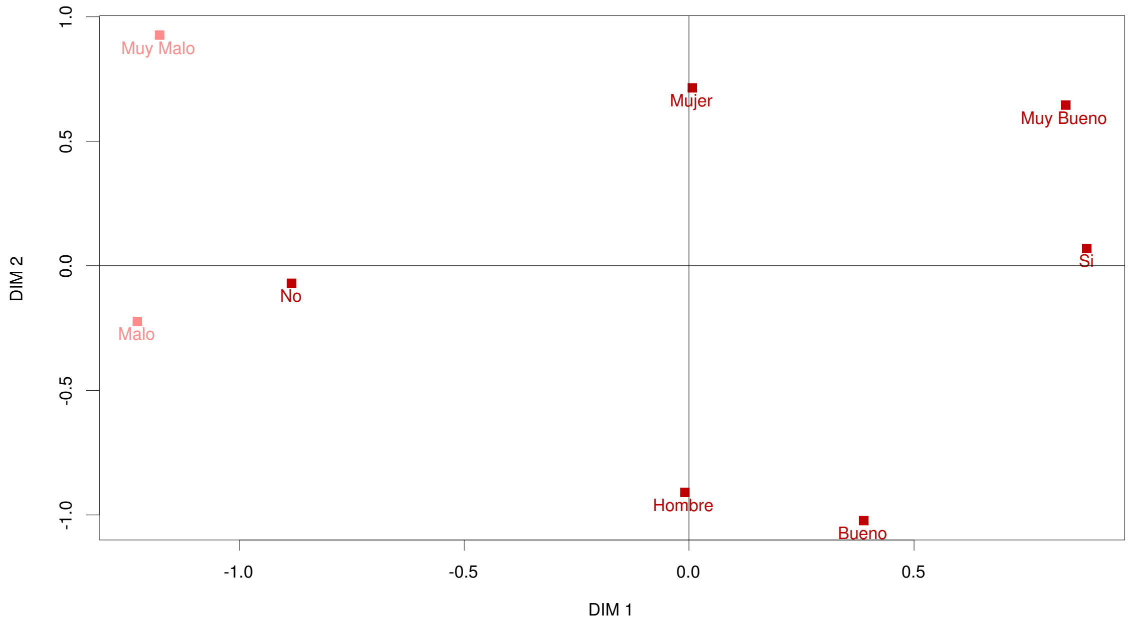
- **Inertia** Esta columna indica la inercia asociada a cada modalidad y también suma 100 considerando todas las modalidades.

- **Dim1,Dim2,Dim3** Estas columnas nos muestran las coordenadas de cada modalidad en el eje o factor considerado.

- **Cos1,Cos2,Cos3** Estas columnas indican que porcentaje de la inercia esta retenida por ese eje.

Al igual que en las salidas de las otras técnicas factoriales se puede ver la calidad de representación, el peso, la inercia y las coordenadas de cada modalidad. En la tabla siguiente se pueden observar agrupadas por variable.

Modalidad	Quality	Mass	Inertia	Dim 1	Dim2
Mujer	0,650	0,187	0,088	0,007	0,715
Hombre	0,650	0,147	0,112	-0,009	-0,909
Si	0,786	0,167	0,100	0,884	0,070
No	0,786	0,167	0,100	-0,884	-0,070
Muy Bueno	0,575	0,113	0,132	0,837	0,645
Bueno	0,563	0,107	0,136	0,389	-1,023
Malo	0,341	0,060	0,164	-1,227	-0,223
Muy Malo	0,427	0,053	0,168	-1,177	0,925



Detalles de la técnica

- Al igual que en el Análisis de Correspondencia se realizan las mismas transformaciones de los datos en perfiles filas y columnas.

- El mismo criterio de ajuste con ponderacion de los puntos por los perfiles marginales.

- La misma distancia de χ^2

Elementos

Se tienen los siguientes elementos para realizar el procedimiento factorial:

- Tabla de datos: $X_{I \times J}$
- Tabla disjuntiva completa: $Z_{I \times K}$
- Tabla de perfiles fila: D_f
- Tabla de perfiles columna: D_c

X conjunto de datos originales

	1	. . .	j	. . .	J
1					
i			x_{ij}		
I					

- I = número de elementos de la población.
- J = número de variables o atributos cualitativos.

Z tabla disjuntiva completa

	1	. . .	l	. . .	K
1					J
i			z_{il}		J
I			$z_{.l}$		J

- I = número de elementos de la población.
- K = Total de modalidades de las J variables.

	1	...	j	...	K	
1						
i			f_{ij}			$f_{i.}$
I						
			$f_{.j}$			1

- $f_{ij} = \frac{z_{ij}}{IJ}$

- $f_{i.} = \frac{z_{i.}}{IJ} = \frac{1}{I}$

- $f_{.j} = \frac{z_{.j}}{IJ}$

- $\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{K} f_{ij} = \sum_{i=1}^{I} f_{i.} = \sum_{j=1}^{K} f_{.j} = 1$

Tablas asociadas: Perfiles

D_f Tabla de Perfiles Fila

	1	...	j	...	K	
1			f_1^j			1
i			f_i^j		f_i^K	1
I			f_I^j			1

D_c Tabla de Perfiles Columna

	1	...	j	...	K
1			f_j^1		
i			f_j^i		
I			f_j^I		
	1		1		1

- $f_i^j = \frac{f_{ij}}{f_{i.}} = I f_{ij} = \frac{z_{ij}}{J}$
- El perfil fila de la TDC i será $\{f_i^1, \ldots, f_i^j, \ldots, f_i^K\}$
- $\sum_{j=1}^{K} f_i^j = 1$

- $f_i^j = \frac{f_{ij}}{f_{.j}}$
- El perfil columna de la TDC i será $\{f_j^1, \ldots, f_j^i, \ldots, f_j^I\}$
- $\sum_{i=1}^{I} f_j^i = 1$

La distancia χ^2 - filas

- Los individuos son afectados por igual masa $\frac{1}{n}$

- La distancia entre dos individuos i e i' será

$$d^2(i,i') = \frac{1}{J}\sum_{j}^{K}\frac{I}{z_{.j}}\left(z_{ij} - z_{i'j}\right)^2$$

- Dos individuos seran "iguales" si presentan las mismas modalidades.

- $(z_{ij} - z_{i'j})^2$ vale uno o cero y tomará en total el número de modalidades que tiene un individuo y no tiene el otro, creciendo cuando aumentan las diferencias

La distancia χ^2 - columnas

- La distancia entre dos modalidades j y j' es en $\mathbb{R}^I$: $d^2(j,j') = \sum_i^I I\left(\frac{z_{ij}}{z_{.j}} - \frac{z_{ij'}}{z_{.j'}}\right)^2$

- Dos modalidades elegidas por los mismos individuos serán coincidentes. La distancia crece con el número de individuos que tienen sólo una de las modalidades (j o j'). Decrece con el número de elementos de las modalidades consideradas.

- Una modalidad j interviene en esta distancia con el peso $\frac{I}{z_{.j}}$, que es el inverso de su frecuencia; por lo tanto, la presencia de una modalidad rara incide en modo importante, diferenciando los indivduos que la tienen de aquellos que no.

- Cada modalidad está representada por el perfil de su columna. Al ser los valores de una TDC solo ceros y unos, resulta que el perfil de la columna puede tener solo dos valores: 0 o $\frac{1}{z_{.j}}$.

- Por esto resulta que el perfil de la columna j se asemeja tanto mas al perfil medio cuando el número de la modalidad j es grande. Reciprocamente, una modalidad rara estará siempre lejos del centro de gravedad de la nube de las modalidades.

- Dos modalidades de la misma variable están necesariamente alejadas una de la otra en el espacio. Las modalidades raras están alejadas de las demás.

- Se trabaja a partir de las 2 transformaciones en perfiles
- Se construyen las 2 nubes de puntos en $\mathbb{R}^J$ y $\mathbb{R}^I$
- Las transformaciones operadas sobre los datos se pueden escribir a partir de 3 matrices: D_c y D_f La de frecuencias $F = \frac{1}{IJ}Z$ cuyo elemento general es: $f_{ij} = \frac{z_{ij}}{IJ}$

$$D_f = \frac{1}{I}\mathbb{I}_n$$

$$D_c = \frac{1}{IJ}D$$

- Al igual que en ACS se obtendrán los ejes factoriales de diagonalizar la matriz:

$$S = F'D_f^{-1}FD_c^{-1} = \frac{1}{J}Z'ZD$$

- En $\mathbb{R}^K$ la ecuación del eje factorial $\alpha - esimo$ es:

$$\frac{1}{J}Z'ZDu_\alpha = \lambda_\alpha u_\alpha$$

- La ecuación del factor $\alpha - esimo$, $\varphi_\alpha = D^{-1}u_\alpha$, es:

$$\frac{1}{J}D^{-1}Z'Z\varphi_\alpha = \lambda_\alpha \varphi_\alpha$$

Interpretación

- La inercia total es: $\frac{K}{J} - 1$
- Contribución de una modalidad al factor: $Cr_\alpha(j) = \frac{\frac{I_k}{I}\psi_\alpha}{\lambda_\alpha}$
- Contribución de una individuo al factor: $Cr_\alpha(j) = \frac{\frac{1}{I}\varphi_\alpha}{\lambda_\alpha}$
- La contribución de una variable al factor $\alpha - esimo$ es la suma de las de sus modalidades. $J\lambda_\alpha$
- La representación simultanea de individuos y modalidades es importante para la interpretación de resultados.

- Proximidad entre individuos en términos de parecido: Dos individuos se parecen si tienen casi las mismas modalidades. Es decir, dos individuos están próximos se han elegido globalmente las mismas modalidades.

- Proximidad entre modalidades de variables diferentes en términos de asociación: Son cercanos puesto que globalmente están presentes en los mismos individuos. Es decir, dos modalidades están próximas si han sido elegidas globalmente por el mismo conjunto de individuos.

- Proximidad entre modalidades de una misma variable en términos de parecido: Son excluyente por construcción y Si son cercanas es porque los individuos que las poseen presentan casi el mismo comportamiento en las otras variables.

- Al igual que en las otras técnicas factoriales se poseen contribuciones a los nuevos ejes, y calidad de representación de individuos y modalidades (`cos2`)

- Las variables suplementarias (cualitativas y cuantitativas) ayudan en la interpretación de las tipologías inducidas por los elementos activos, es decir permiten caracterizar e interpretar, por ejemplo zonas de un plano factorial resultante del ACM.

En ACM la explicación otorgada por cada factor, si consideramos para ello la proporción del autovalor sobre el total de la inercia es totalmente “pesimista” pues depende entre otras cosas del tamaño de la tabla de datos considerada. Las transformaciones de Benzecri y Greenacre reponderan los valores propios de forma de que la proporción de la inercia acumulada cambie

- **Indice de Benzecri para ponderar la inercia explicada por cada factor** Propuesta para “corregir” la subestimación de la importancia de los ejes. Consiste en calcular $\bar{\lambda}$ y luego no considerar aquellos $\lambda_\alpha < \bar{\lambda}$ para encontrar una correcta aproximación a la 'fuerza explicativa' de un factor.

  Por definición un factor, siendo una función resumen de la información inicial, es tanto más “significativo” cuanto más se separa positivamente el autovalor (al cual está asociado) del valor medio. Dicho con otras palabras no tiene interés considerar como dimensiones resumidas de una nube aquellas que no reproducen ni siquiera $1/L$ de las dimensiones originales (es decir todas aquellas con autovalores inferiores al valor medio).

$$\rho(\lambda_\alpha) = \left[\frac{J}{J-1}\right]^2 \left[\lambda_\alpha - \frac{1}{J}\right]^2$$

  Con J número de variables y λ_α autovalores de orden α

  Este índice tiende de alguna manera a solucionar la escasa importancia de los λ, pero puede traer aparejado otros dos tipos de problemas:

1. Como ya hemos dicho, si las variables son ricas en modalidades, puede presentarse la situación en que las realciones entre ellas se "descubran" en un factor de orden alto, de los que aqui podríamos dejar de lado.

2. Si bien se reponderan los λ y su participación en la inercia global, no se realiza lo mismo con todas las otras "medidas de ayuda" a la interpretación , por lo que el análisis puede caer si no se está muy atento en incoherencias importantes.

- **Indice de Greenacre para ponderar la inercia explicada por cada factor** Greenacre modifica el índice de Benzecri sosteniendo que este sobreestima la importancia de los factores y formula el indice de la siguiente manera:

$$\rho\left(\lambda_\alpha\right) = \left[\frac{J}{J-1}\right]^2 \left[\sqrt{\lambda_\alpha} - \frac{1}{J}\right]^2$$