Теорема о пределах

1) $a_n \to a$ $\quad (a_n + b_n) \to (a+b)$

$b_n \to b$

Д-во:

$$\exists N_1 \in \mathbb{N} \quad \forall n \geqslant N_1 : \quad |a_n - a| < \frac{\varepsilon}{2}$$

$$\exists N_2 \in \mathbb{N} \quad \forall n \geqslant N_2 : \quad |b_n - b| < \frac{\varepsilon}{2}$$

$$N = \max\{N_1, N_2\}$$

$$\forall n \geqslant N : \quad |(b_n + a_n) - (a+b)| \leq |b_n - b| + |a_n - a| < \varepsilon$$

$$\Longleftrightarrow \quad (a_n + b_n) \longrightarrow (a+b)$$

2) $\exists N_1 \in \mathbb{N} \quad \forall n \geqslant N_1 : \quad |a_n - a| < \frac{\varepsilon}{2(|B|+1)}$

$\exists N_2 \in \mathbb{N} \quad \forall n \geqslant N_2 : \quad |b_n - b| < \frac{\varepsilon}{2(|A|+1)}$

$N = \max\{N_1, N_2\}$

$\forall n \geqslant N :$

$$|a_n b_n - ab| = |a_n b_n - a_n b + a_n b - ab| = |a_n(b_n - b) + b(a_n - a)| \leq |a_n| \overset{\frac{\varepsilon}{2(|A|+1)}}{\overset{\vee}{|b_n - b|}} + |b| \overset{\frac{\varepsilon}{2(|B|+1)}}{\overset{\vee}{|a_n - a|}}$$

$$\frac{\sin(\alpha)}{2} < \pi \cdot 1 \cdot \frac{\alpha}{2\pi} < \frac{tg(\alpha)}{2}$$

$$\sin(\alpha) < \alpha < tg(\alpha)$$

$$1 < \frac{\alpha}{\sin(\alpha)} < \frac{tg(\alpha)}{\sin\alpha}$$

$$1 < \frac{\alpha}{\sin(\alpha)} < \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$1 \xrightarrow{\alpha \to 0} 1 \qquad \frac{1}{\cos\alpha} \xrightarrow{\alpha \to 0} 1$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{\sin(\alpha)} \to 1$$

$$\log_2(n!) = \log_2(n) + \log_2(n-1) + \ldots + \log_2(1)$$

$$n \cdot \ln(n) = \ln(n) + \frac{n}{n}$$

Есть M типов из N объект

$$N = \sum_{i=1}^{M} n_i$$

$$K = \frac{N!}{n_1! \cdot \ldots \cdot n_n!}$$ ← кол-во возм. посл. $\{a_{k_1}, \ldots, a_{k_N}\}$ перестановки

$$S = \frac{1}{N} \log_2(k) = \frac{1}{N} \log_2\left(\frac{N!}{n_1! \cdot \ldots \cdot n_n!}\right)$$