Laborator 3

Intervale de încredere și teste statistice clasice

Obiectivul acestui laborator este de a ilustra noțiunea de interval de încredere și de a prezenta o parte din testele statistice clasice pentru o populație normală.

1 Ilustrarea intervalelor de încredere pentru o populație normală

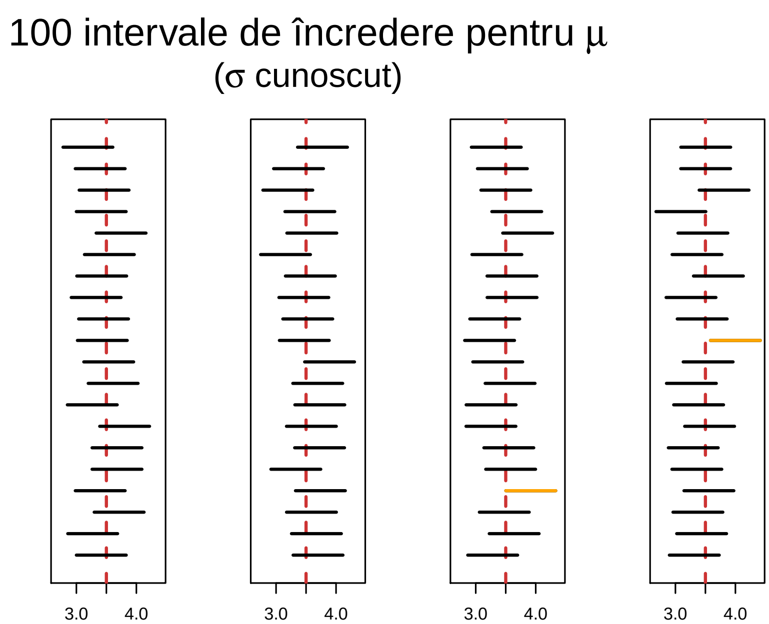
Generarea intervalelor de încredere:

```
# cate panouri sa avem
p = 5

# nr de intervale de incredere per panou
n = 20

# talia esantionului
m = 50

# coeficient de incredere
alpha = 0.05

# media si sd populatia normala
mu = 3.5
sd = 1.5

lo3 <- hi3 <- lo2 <- hi2 <- lo <- hi <- vector("list", p)

for(i in 1:p) {
  dat = matrix(rnorm(n*m, mean = mu, sd = sd), ncol = m)

  # media si vaianta esantionului
  me = apply(dat,1,mean)
  se = apply(dat,1,sd)

  # calcul intervale de incredere
  lo[[i]] = me - qnorm(1-alpha/2)*sd/sqrt(m)
  hi[[i]] = me + qnorm(1-alpha/2)*sd/sqrt(m)

  lo2[[i]] = me - qnorm(1-alpha/2)*se/sqrt(m)
  hi2[[i]] = me + qnorm(1-alpha/2)*se/sqrt(m)

  lo3[[i]] = me - qt(1-alpha/2, m-1)*se/sqrt(m)
  hi3[[i]] = me + qt(1-alpha/2, m-1)*se/sqrt(m)
}
```

Intervale de încredere atunci când σ este cunoscut:

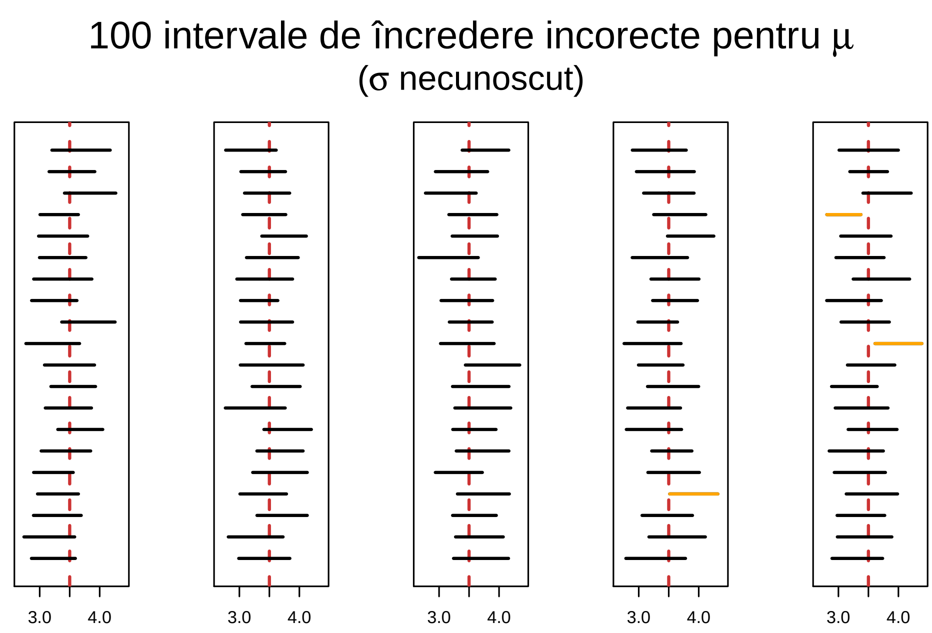
```
r = range(unlist(c(lo,hi,lo2,hi2,lo3,hi3)))

par(mfrow=c(1,5), las=1, mar=c(5.1,2.1,6.1,2.1))
```

```
for(i in 1:p) {
  plot(0, 0, type="n",
       ylim = 0.5+c(0,n),
       xlim = r,
       ylab = "",
       xlab = "",
       yaxt = "n")

  abline(v = mu, lty=2, col="brown3", lwd=2)

  segments(lo[[i]], 1:n,
           hi[[i]], 1:n,
           lwd=2)

  o = (1:n)[lo[[i]] > 3.5 | hi[[i]] < 3.5]

  segments(lo[[i]][o], o,
           hi[[i]][o], o,
           lwd=2,col="orange")
}

par(mfrow=c(1,1))

mtext(expression(paste("100 intervale de încredere pentru ", mu)),
      side=3, cex=1.5, xpd=TRUE, line=4)
mtext(expression(paste("(",sigma," cunoscut)")), side=3, cex=1.3,
      xpd=TRUE,line=2.7)
```



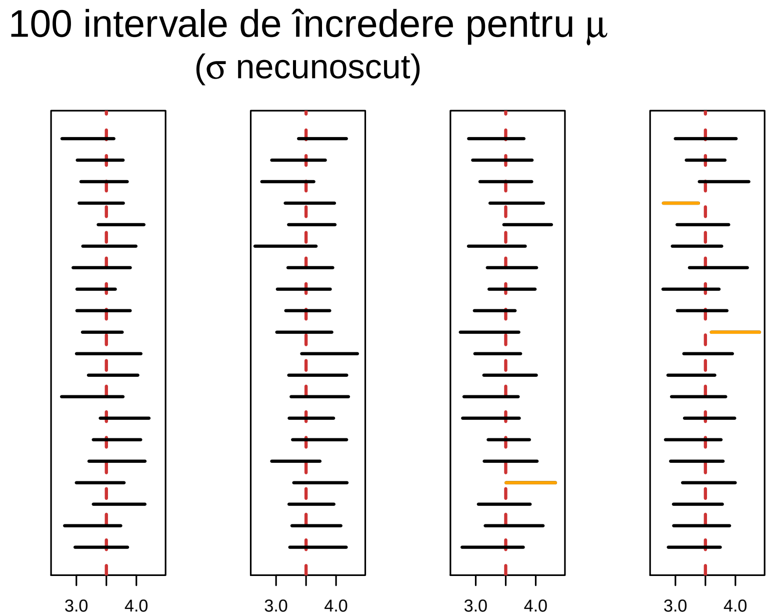
Intervale de încredere **incorecte** atunci când σ nu este cunoscut:

```
par(mfrow=c(1,5), las=1, mar=c(5.1,2.1,6.1,2.1))

for(i in 1:p) {
  plot(0, 0,
       type="n",
       ylim=0.5+c(0,n),
       xlim=r,
       ylab="",
       xlab="",
       yaxt="n")

  abline(v = mu,lty = 2, col="brown3", lwd=2)

  segments(lo2[[i]], 1:n,
           hi2[[i]], 1:n,
           lwd=2)

  o = (1:n)[lo2[[i]] > 3.5 | hi2[[i]] < 3.5]

  segments(lo2[[i]][o],o,
           hi2[[i]][o],o,
           lwd=2, col="orange")
}

par(mfrow=c(1,1))
mtext(expression(paste("100 intervale de încredere incorecte pentru ", mu)),
      side=3, cex=1.5, xpd=TRUE, line=4)
mtext(expression(paste("(",sigma," necunoscut)")),
      side=3,cex=1.3,xpd=TRUE,line=2.7)
```



Intervale de încredere **corecte** atunci când σ nu este cunoscut:

```
par(mfrow=c(1,5), las=1, mar=c(5.1,2.1,6.1,2.1))

for(i in 1:p) {
  plot(0,0,
       type="n",
       ylim=0.5+c(0,n),
       xlim=r,
       ylab="",
       xlab="",
       yaxt="n")

  abline(v = mu, lty=2, col="brown3", lwd=2)

  segments(lo3[[i]],1:n,
           hi3[[i]],1:n,
           lwd=2)

  o = (1:n)[lo3[[i]] > 3.5 | hi3[[i]] < 3.5]

  segments(lo3[[i]][o],o,
           hi3[[i]][o],o,
           lwd=2, col="orange")
}
par(mfrow=c(1,1))

mtext(expression(paste("100 intervale de încredere pentru ", mu)),
      side=3, cex=1.5, xpd=TRUE, line=4)

mtext(expression(paste("(",sigma," necunoscut)")),
      side=3, cex=1.3, xpd=TRUE, line=2.7)
```



2 Ilustrarea probabilității de acoperire

2.1 Intervale de încredere de tip Wald

Fie $X_1, X_2, \ldots, X_n$ un eșantion de talie n dintr-o populație Bernoulli de medie θ. Determinați un interval de încredere asimptotic pentru θ cu un coeficient de încredere $1-\alpha$.

Ilustrați grafic *probabilitatea de acoperire* $\mathbb{P}_\theta\left(IC^{1-\alpha}(\theta) \ni \theta\right)$ ca funcție de θ pentru diferite valori ale lui $n \in \{50, 100\}$ și $\alpha = 0.05$. Ce observați?

Știm că $\hat{\theta}_n = \bar{X}_n$ este estimatorul de verosimilitate maximă pentru θ și folosind proprietatea asimptotică a estimatorilor de verosimilitate maximă găsim că un interval de încredere asimptotic pentru θ este (folosid o înlocuire de tip Wald)

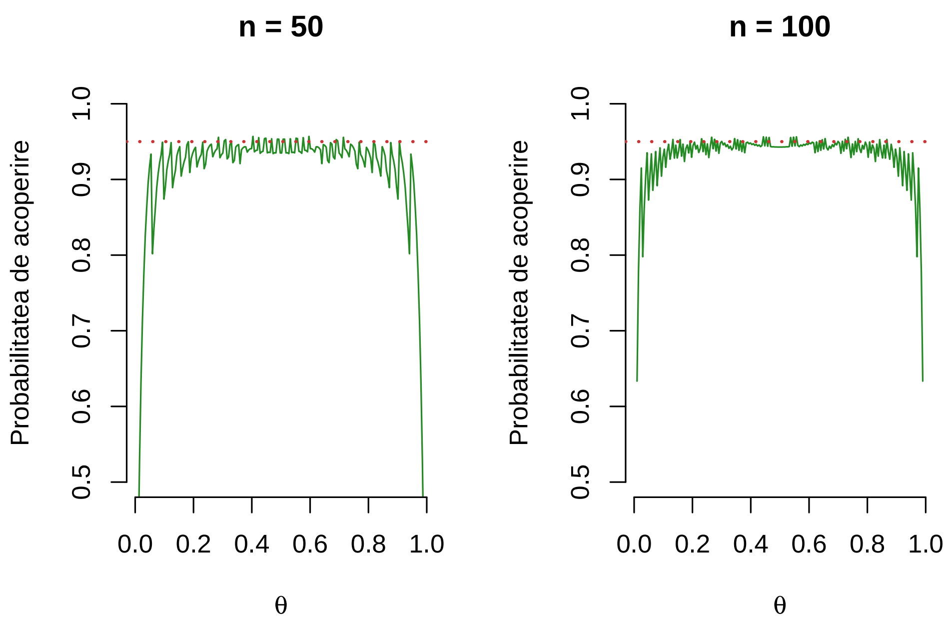
$$IC^{1-\alpha}(\theta) = \bar{X}_n \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\bar{X}_n(1-\bar{X}_n)}{n}}.$$

Probabilitatea de acoperire este:

```
binom.wald.cvg = function(theta, n, alpha) {
  z = qnorm(1 - alpha / 2)

  f = function(p) {
    t = 0:n

    s = sqrt(t * (n - t) / n)
    o = (t - z * s <= n * p & t + z * s >= n * p)

    return(sum(o * dbinom(t, size = n, prob = p)))
  }

  out = sapply(theta, f)
  return(out)
}
```

```
# date intrare
par(mfrow = c(1,2))

n = 50
alpha = 0.05

theta = seq(0.01, 0.99, len=200)

plot(theta, binom.wald.cvg(theta, n, alpha),
     ylim=c(0.5, 1), type="l", lwd=1,
     bty = "n",
     col = "forestgreen",
     main = paste0("n = ", n),
     xlab = expression(theta),
     ylab = "Probabilitatea de acoperire")

abline(h = 1-alpha, lty=3, lwd=2,
       col = "brown3")
```

```r
# al doilea grafic
n = 100

plot(theta, binom.wald.cvg(theta, n, alpha),
     ylim=c(0.5, 1), type="l", lwd=1,
     bty = "n",
     col = "forestgreen",
     main = paste0("n = ", n),
     xlab = expression(theta),
     ylab = "Probabilitatea de acoperire")

abline(h = 1-alpha, lty=3, lwd=2,
       col = "brown3")
```



Observăm că probabilitatea de acoperire tinde să fie mai scăzută decât pragul $1-\alpha = 0.95$ ales pentru majoritatea valorilor lui θ.

Fie $X_1, X_2, \dots, X_n$ un eșantion de talie n dintr-o populație Exponențială de parametru θ. Determinați un interval de încredere asimptotic pentru θ cu un coeficient de încredere $1-\alpha$.

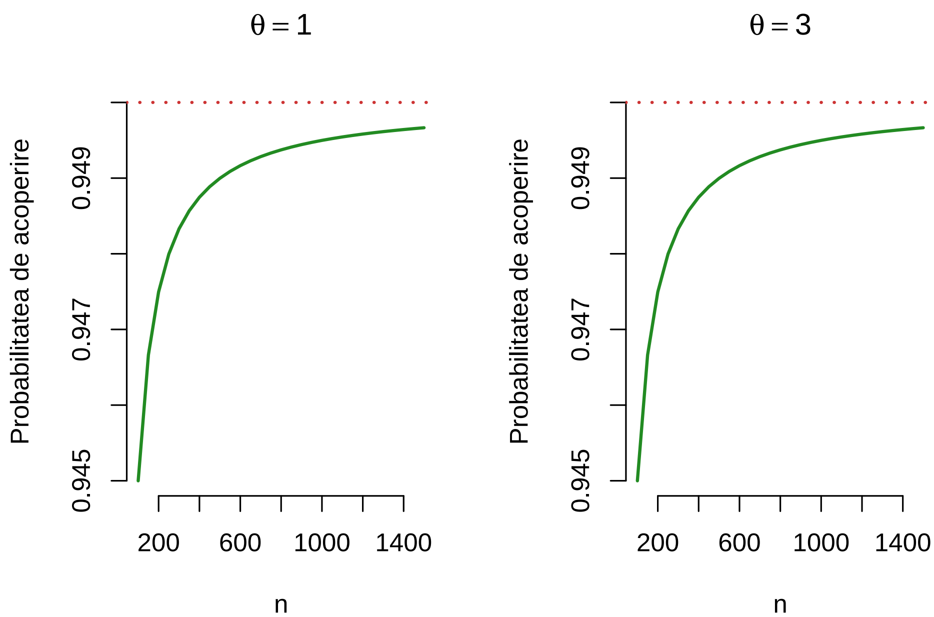
Ilustrați grafic *probabilitatea de acoperire* $\mathbb{P}_\theta\left(IC^{1-\alpha}(\theta) \ni \theta\right)$ ca funcție de n pentru diferite valori ale lui $\theta \in \{1, 3\}$ și $\alpha = 0.05$. Ce observați?

Știm că $\hat{\theta}_n = \bar{X}_n$ este estimatorul de verosimilitate maximă pentru θ și folosind proprietatea asimptotică a estimatorilor de verosimilitate maximă găsim că un interval de încredere asimptotic pentru θ este (folosid o înlocuire de tip Wald)

$$IC^{1-\alpha}(\theta) = \bar{X}_n \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\bar{X}_n}{\sqrt{n}}.$$

```r
expo.wald.cvg = function(N, theta, alpha) {
    z = qnorm(1 - alpha / 2)

  f = function(n) {
    f1 = 1 - pgamma(n * theta / (1 - z / sqrt(n)),
                    shape=n, rate=1/theta)
    f2 = pgamma(n * theta / (1 + z / sqrt(n)),
                shape=n, rate=1/theta)
    return(1 - f1 - f2)
  }

  out = sapply(N, f)
  return(out)
}
```

```r
alpha = 0.05
n = seq(100, 1500, by=50)

par(mfrow = c(1,2))

plot(n, expo.wald.cvg(n, 1, alpha),
     ylim=c(0.945, 0.95), type="l", lwd=2,
     bty = "n", col = "forestgreen",
     main = TeX("$\\theta = 1$"),
     xlab="n", ylab="Probabilitatea de acoperire")

abline(h=1-alpha, lty=3, lwd=2,
       col = "brown3")

plot(n, expo.wald.cvg(n, 3, alpha),
     ylim=c(0.945, 0.95), type="l", lwd=2,
     bty = "n", col = "forestgreen",
     main = TeX("$\\theta = 3$"),
     xlab="n", ylab="Probabilitatea de acoperire")

abline(h=1-alpha, lty=3, lwd=2,
       col = "brown3")
```



2.2 Intervale de încredere folosid transformări stabilizatoare de varianță

Spune că o funcție g este stabilizatoare de varianță dacă verifică ecuația diferențială:

$$[g'(\theta)]^2 = c^2 I_1(\theta), \quad c > 0$$

unde $I_1(\theta)$ este informația lui Fisher.

Fie $X_1, X_2, \dots, X_n$ un eșantion de talie n dintr-o populație Bernoulli de medie θ. Determinați o funcție stabilizatoare de varianță și găsiâi un interval de încredere asimptotic pentru θ cu un coeficient de încredere $1-\alpha$.

Ilustrați grafic *probabilitatea de acoperire* $\mathbb{P}_\theta\left(IC^{1-\alpha}(\theta) \ni \theta\right)$ ca funcție de θ pentru diferite valori ale lui $n \in \{50, 100\}$ și $\alpha = 0.05$. Ce observați acum?

Observăm că pentru $g(\theta) = \arcsin\sqrt{\theta}$ avem

$$g'(\theta) = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{\theta(1-\theta)}}$$

deci

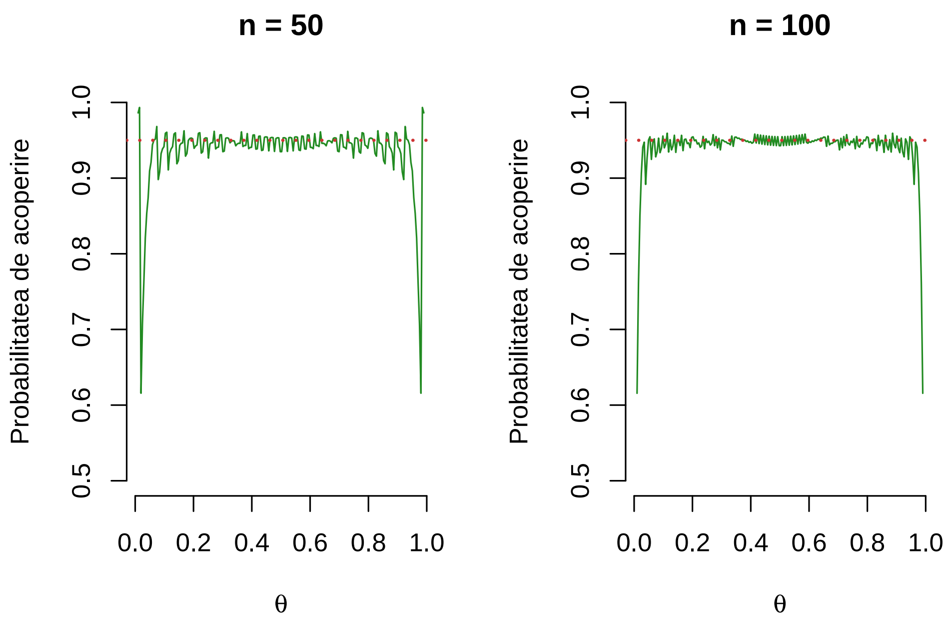
$$[g'(\theta)]^2 = \frac{1}{4} I_1(\theta)$$

și găsim un interval de încredere de tipul

$$IC^{1-\alpha}(\theta) = \sin^2\left(\arcsin\sqrt{\bar{X}_n} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{1}{16n^2}\right)$$

```
binom.vst.cvg = function(theta, n, alpha) {
  z = qnorm(1 - alpha / 2)

  f = function(p) {
    t = 0:n
    a = asin(sqrt(t / n))
    s = z / 2 / sqrt(n)

    o = (a - s <= asin(sqrt(p)) & a + s >= asin(sqrt(p)))

    return(sum(o * dbinom(t, size=n, prob=p)))
  }

  out = sapply(theta, f)
  return(out)
}
```

```
# date intrare
par(mfrow = c(1,2))

n = 50
alpha = 0.05

theta = seq(0.01, 0.99, len=200)

plot(theta, binom.vst.cvg(theta, n, alpha),
     ylim=c(0.5, 1), type="l", lwd=1,
     bty = "n",
     col = "forestgreen",
     main = paste0("n = ", n),
     xlab = expression(theta),
     ylab = "Probabilitatea de acoperire")

abline(h = 1-alpha, lty=3, lwd=2,
       col = "brown3")

# al doilea grafic
n = 100

plot(theta, binom.vst.cvg(theta, n, alpha),
     ylim=c(0.5, 1), type="l", lwd=1,
     bty = "n",
     col = "forestgreen",
     main = paste0("n = ", n),
     xlab = expression(theta),
     ylab = "Probabilitatea de acoperire")

abline(h = 1-alpha, lty=3, lwd=2,
       col = "brown3")
```



Observăm că probabilitatea de acoperire în acest caz este mai aproape de ținta de $1 - \alpha = 0.95$ comparativ cu exemplul anterior.

3 Testarea ipotezelor statistice: inferență asupra unui eșantion

3.1 Exemplul 1

Care este temperatura normală a corpului uman ? (vezi articol) Ne dorim să testăm din punct de vedere statistic dacă temperatura medie a corpului uman este de $37°C$ plecând de la următorul set de date descarcă.

Acest exemplu se bazează pe articolul (Mackowiak, Wasserman, and Levine 1992), acesta reprezentând și sursa originală a datelor.

Pentru a citi datele putem folosi două metode: sau să le citim direct din pagina de internet (prin comanda `read.table`)

```
file = "https://alexamarioarei.github.io/Teaching/Biostat web page/labs/dataIn/normtemp.txt"
```

sau descărcând local fișierul cu date și înlocuind adresa de internet din `file` cu cea locală

```
file = "dataIn/normtemp.txt"
normtemp = read.table(file, header=F, col.names=c("temp","sex","hr"))

head(normtemp)
  temp sex hr
1 96.3   1 70
2 96.7   1 71
3 96.9   1 74
4 97.0   1 80
```

```
5 97.1   1 73
6 97.1   1 75
```

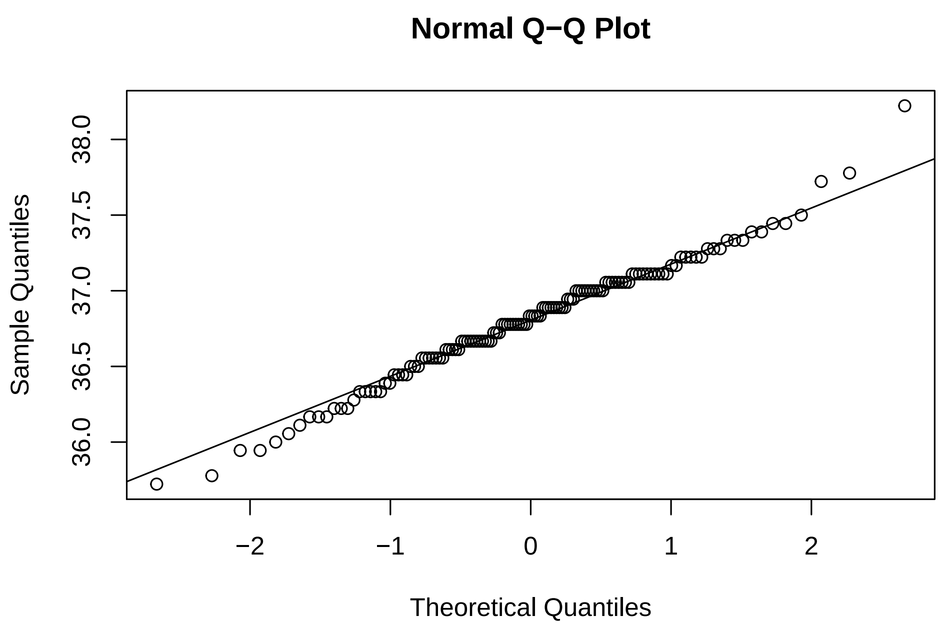
Temperatura apare în grade Fahrenheit și am dori să transformăm în grade Celsius folosind formula:

$$T_C = 5(T_F - 32)/9$$

```
normtemp$tempC = (normtemp$temp - 32)*5/9
degreesC = normtemp$tempC
```

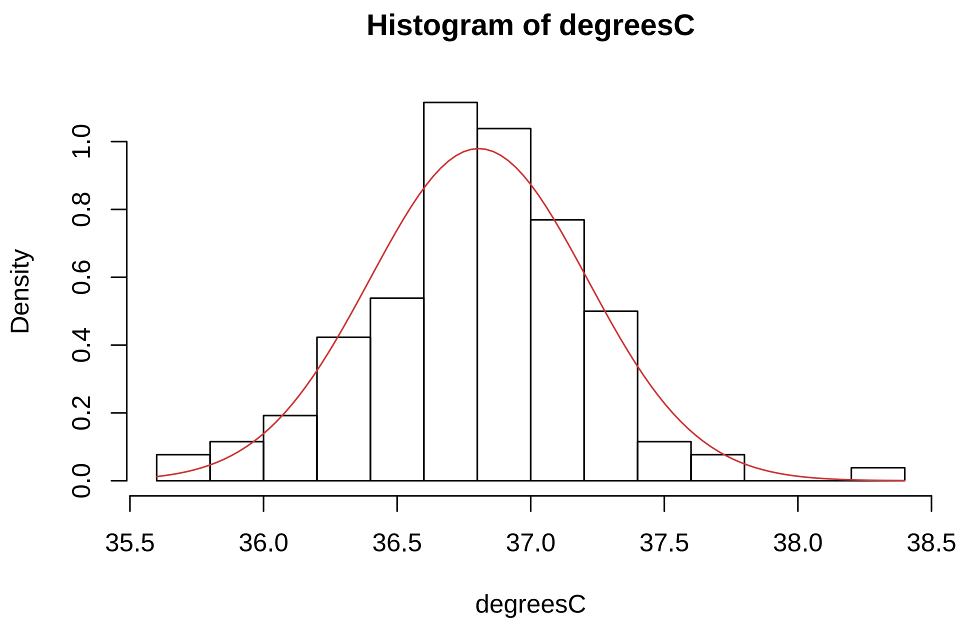
Testul t-student presupune că eșantionul (independent) a provenit dintr-o populație normală și pentru aceasta putem verifica ipoteza de normalitate (`QQ plot`):

```
qqnorm(degreesC)
qqline(degreesC)
```



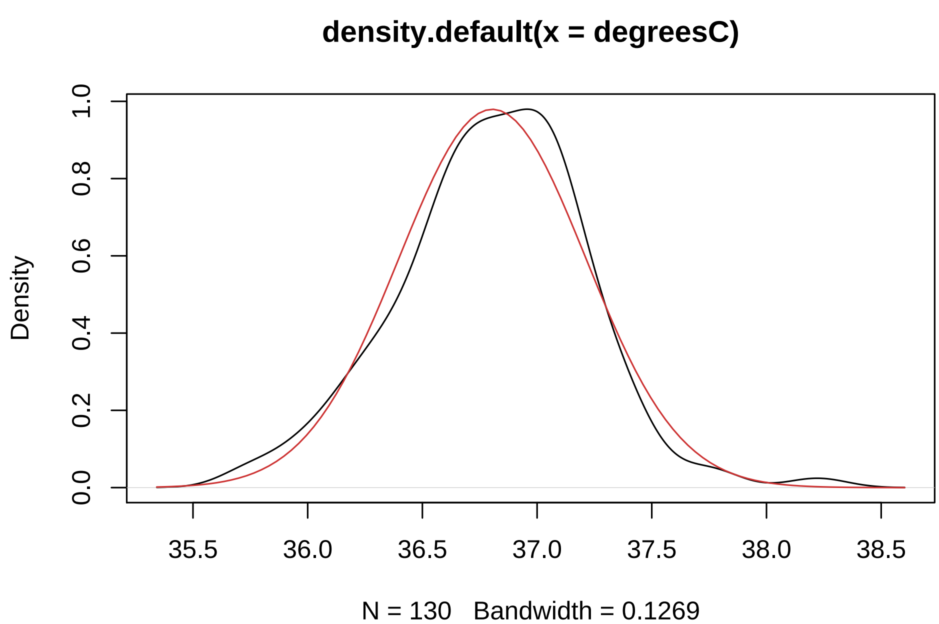
Trasăm histograma:

```
hist(degreesC, probability = T)
degM = mean(degreesC)
degSD = sd(degreesC)
curve(dnorm(x, degM, degSD), add = T, col = "brown3")
```



Trasăm densitatea:

```r
plot(density(degreesC))
curve(dnorm(x, degM, degSD), add = T, col = "brown3")
```



Testăm ipoteza de normalitate (folosind testul `Shapiro-Wilk`):

```r
# distributia pare sa fie aproape de normala si testul nu detecteaza
# o abatere semnificativa fata de normala
shapiro.test(degreesC)
```

```
	Shapiro-Wilk normality test

data:  degreesC
W = 0.98658, p-value = 0.2332
```

Distribuția pare să fie aproape de normală, testul Shapiro-Wilk nu detectează o deviație semnificantă de la normalitate.

```r
t.test(degreesC, mu = 37, alternative = "two.sided") # respingem H0

	One Sample t-test

data:  degreesC
t = -5.4548, df = 129, p-value = 2.411e-07
alternative hypothesis: true mean is not equal to 37
95 percent confidence interval:
 36.73445 36.87581
sample estimates:
mean of x
 36.80513
```

```r
ttest_deg = t.test(degreesC, mu = 37)

ttest_deg$statistic
        t
-5.454823
ttest_deg$p.value
[1] 2.410632e-07
ttest_deg$conf.int
[1] 36.73445 36.87581
attr(,"conf.level")
[1] 0.95
```

Dacă nu avem datele și avem o problemă de tipul: un eșantion de 130 de persoane a fost selectionat și temperatura corpului a fost masurată. Media eșantionului a fost `36.805` iar abaterea standard `0.4073`. Testati ipoteza nulă că media temperaturii corpului uman este de `37` grade Celsius.

În acest caz avem:

```r
t.obt = (36.805 - 37)/(0.4073/sqrt(130))
t.obt
[1] -5.458733

qt(c(0.25, 0.975), df = 129) # valorile critice pentru alpha = 0.05
[1] -0.6763963  1.9785245
2*pt(t.obt, df = 129) # p valoarea pentru testul bilateral
[1] 2.367923e-07
```

Ca să automatizăm aceste calcule putem crea o funcție:

```r
t.single = function(obs.mean, mu, SD, n) {
  t.obt = (obs.mean - mu) / (SD / sqrt(n))
  p.value = pt(abs(t.obt), df=n-1, lower.tail=F)
  print(c(t.obt = t.obt, p.value = p.value))
  warning("P-value pentru unilateral. Dubleaza pentru bilateral.")
}
```

```
t.single(36.805, mu = 37, SD = 0.4073, n = 130)
        t.obt       p.value
-5.458733e+00  1.183961e-07
Warning in t.single(36.805, mu = 37, SD = 0.4073, n = 130): P-value pentru
unilateral. Dubleaza pentru bilateral.
```

4 Testarea ipotezelor statistice: inferență asupra a două eșantioane

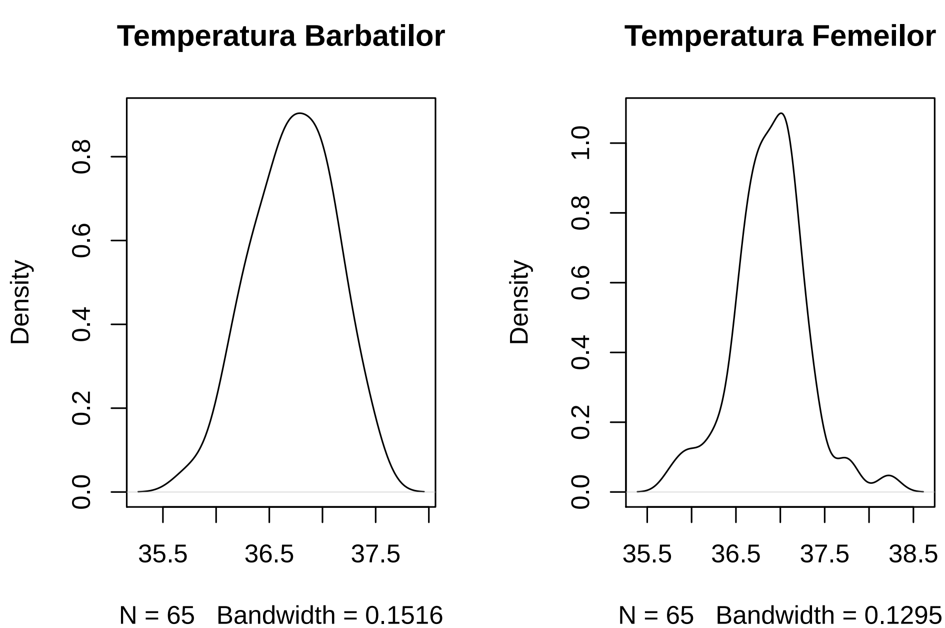
4.1 Exemplul 1

În contextul exemplului anterior, să presupunem că vrem să vedem dacă există vreo diferență între temperatura medie la bărbați și temperatura medie la femei.

```
str(normtemp)
'data.frame':   130 obs. of  4 variables:
 $ temp : num  96.3 96.7 96.9 97 97.1 97.1 97.1 97.2 97.3 97.4 ...
 $ sex  : int  1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
 $ hr   : int  70 71 74 80 73 75 82 64 69 70 ...
 $ tempC: num  35.7 35.9 36.1 36.1 36.2 ...

tempB = normtemp$tempC[which(normtemp$sex == 1)]
tempF = normtemp$tempC[which(normtemp$sex == 2)]
```

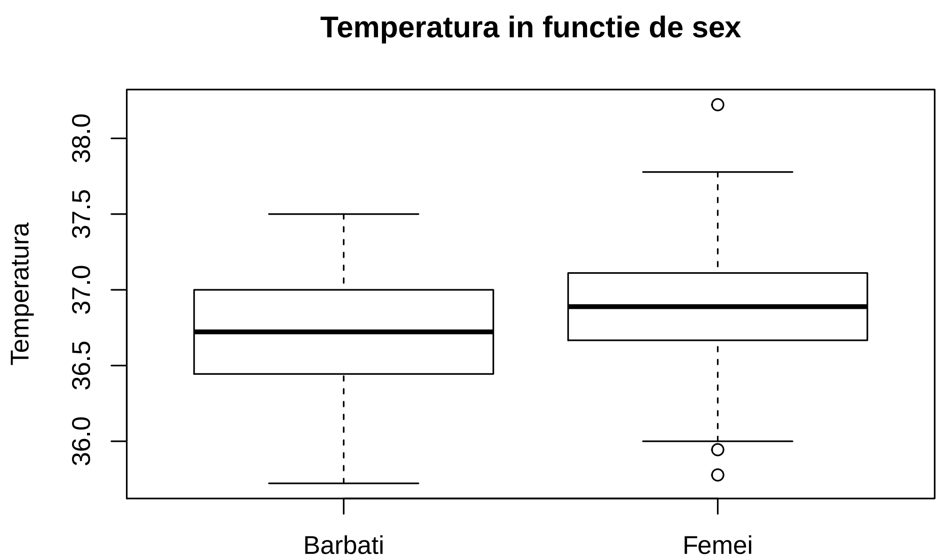
Ilustrare a temperaturii bărbaților și a femeilor:

```
par(mfrow=c(1,2))
plot(density(tempB), main="Temperatura Barbatilor")
plot(density(tempF), main="Temperatura Femeilor")
```



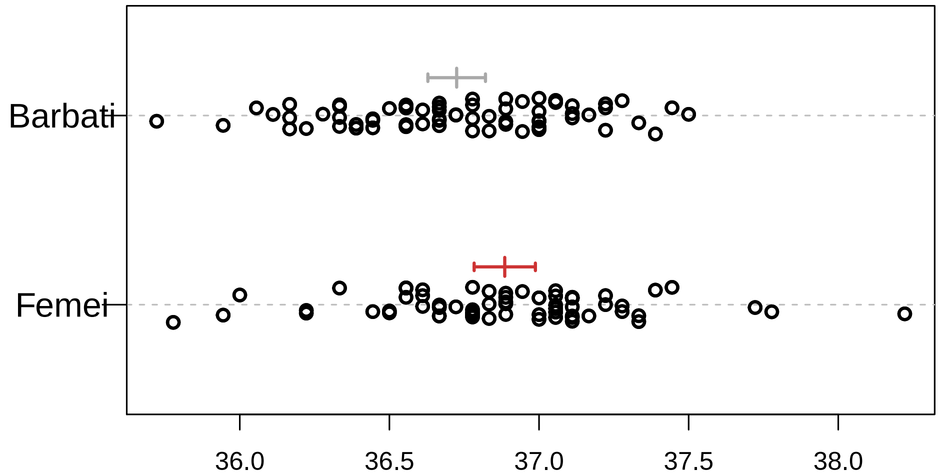
Sub formă de `boxplot`:

```r
par(mfrow = c(1,1))
boxplot(tempB, tempF, ylab="Temperatura",      # plot and label y-axis
                names=c("Barbati","Femei"),   # group names on x-axis
                main="Temperatura in functie de sex")   # main title
```



Trasarea datelor împreună cu intervalele de încredere:

```r
source("lab_functions/dotplot.R")

dotplot(tempB, tempF, labels=c("Barbati","Femei"))
```



Testarea ipotezelor statistice cu ajutorul testului t-student (corecția lui `Welch`):

```
t.test(tempB, tempF) # Welch correction

    Welch Two Sample t-test

data:  tempB and tempF
t = -2.2854, df = 127.51, p-value = 0.02394
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -0.29980476 -0.02156277
sample estimates:
mean of x mean of y
 36.72479  36.88547
```

Verificăm dacă cele două eșantioane au varianțe egale (folosim testul lui `Fisher`):

```
var.test(tempB, tempF)

    F test to compare two variances

data:  tempB and tempF
F = 0.88329, num df = 64, denom df = 64, p-value = 0.6211
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.5387604 1.4481404
sample estimates:
ratio of variances
         0.8832897
```

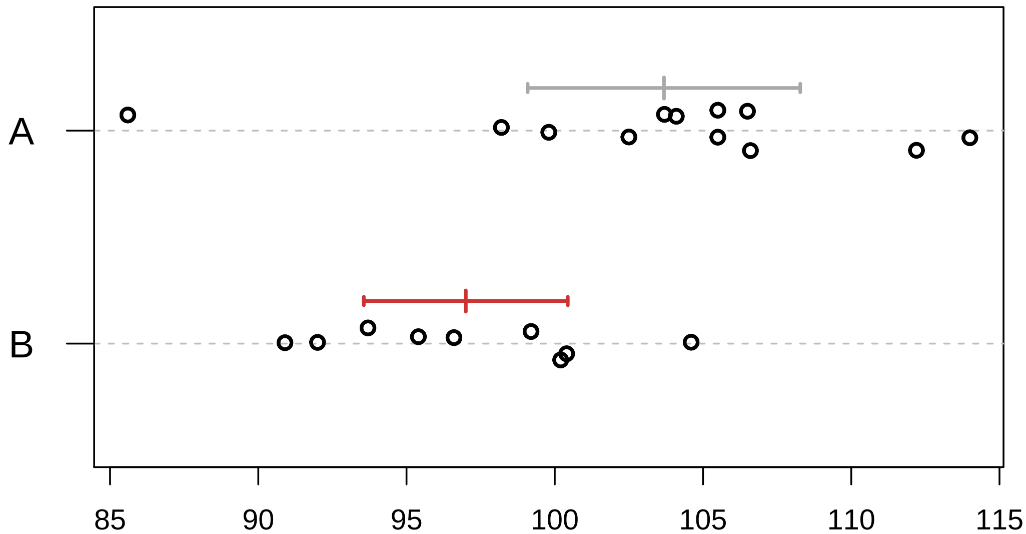
Aplicăm acum testul t-student cu opțiunea de varianțe egale (`pooled variance`):

```
t.test(tempB, tempF, var.equal = T) # without Welch correction
```

```
    Two Sample t-test

data:  tempB and tempF
t = -2.2854, df = 128, p-value = 0.02393
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -0.29979966 -0.02156786
sample estimates:
mean of x mean of y 
 36.72479  36.88547 
```

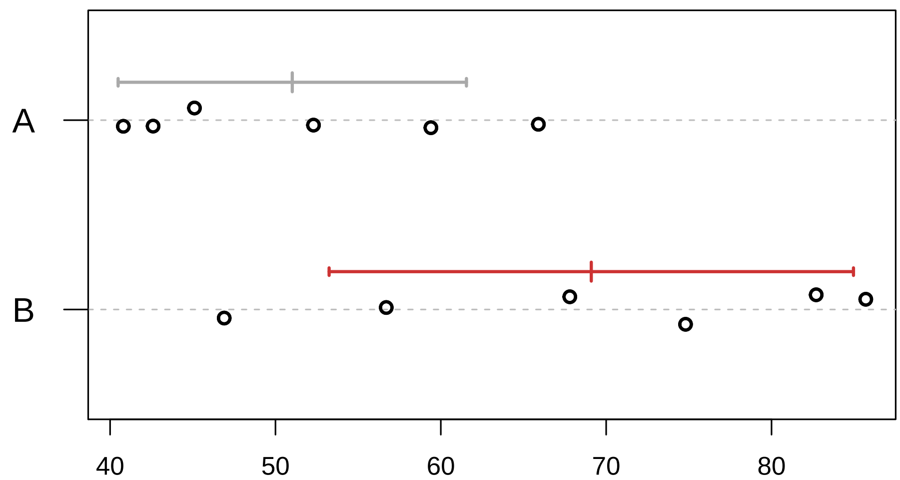
4.2 Exemplul 2

```
# Example data
x <- c(102.5, 106.6,  99.8, 106.5, 103.7, 105.5, 98.2, 104.1,  85.6, 105.5, 114.0, 112.2)
y <- c( 93.7,  90.9, 100.4,  92.0, 100.2, 104.6, 95.4,  96.6,  99.2)

# Two-sided t-test allowing un-equal population SDs
t.test(x,y)

    Welch Two Sample t-test

data:  x and y
t = 2.6041, df = 18.475, p-value = 0.01769
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
  1.30124 12.06543
sample estimates:
mean of x mean of y 
 103.6833   97.0000 

dotplot(x,y)
```



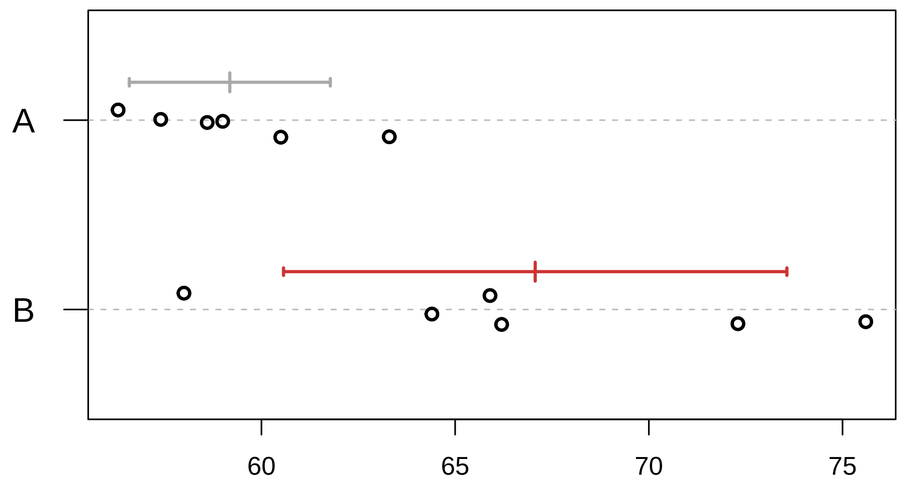
4.3 Exemplul 3

```
# One-tailed test example
x <- c(59.4, 52.3, 42.6, 45.1, 65.9, 40.8)
y <- c(82.7, 56.7, 46.9, 67.8, 74.8, 85.7)

# One-tailed t-test
t.test(x,y,alt="less")

    Welch Two Sample t-test

data:  x and y
t = -2.4421, df = 8.6937, p-value = 0.01907
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
      -Inf -4.454703
sample estimates:
mean of x mean of y
 51.01667  69.10000

# The dotplot
dotplot(x,y)
```



4.4 Exemplul 4

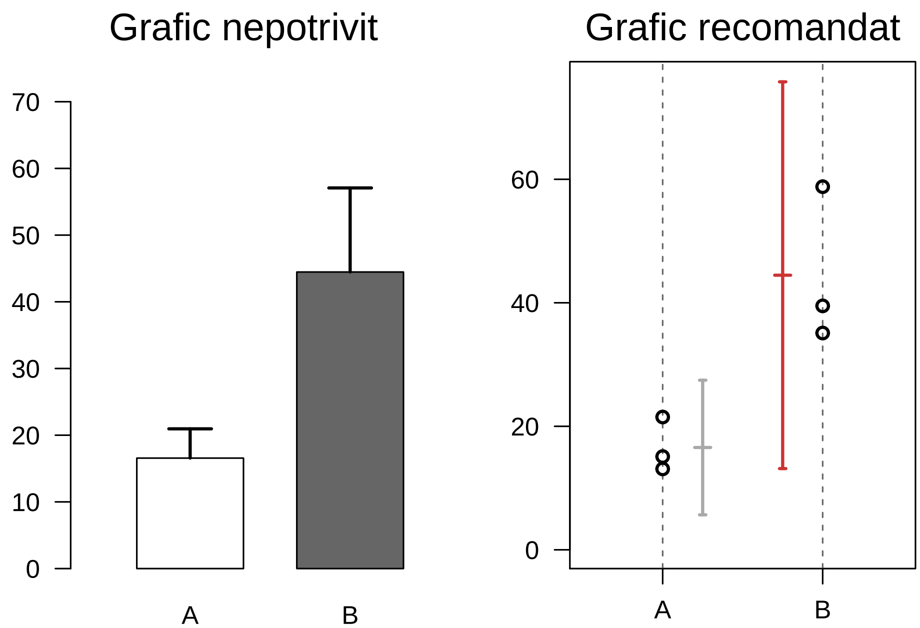
```
# another one-tailed test example
x <- c(63.3, 58.6, 59.0, 60.5, 56.3, 57.4)
y <- c(75.6, 65.9, 72.3, 58.0, 64.4, 66.2)
t.test(x,y,alt="less")

    Welch Two Sample t-test

data:  x and y
t = -2.8968, df = 6.5546, p-value = 0.01242
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
      -Inf -2.674212
sample estimates:
mean of x mean of y 
 59.18333  67.06667 
dotplot(x,y)
```



4.5 Un model de grafic

```
x <- c(15.1, 13.1, 21.5)
y <- c(35.1, 39.5, 58.8)

par(mar=c(4,4,2,1),mfrow=c(1,2),las=1)

barplot(c(mean(x),mean(y)),width=1,space=c(0.5,0.5),
        col=c("white","gray40"),xlim=c(0,3),names=c("A","B"),
        ylim=c(0,76))
segments(1,mean(x),1,mean(x)+sd(x),lwd=2)
segments(0.8,mean(x)+sd(x),1.2,mean(x)+sd(x),lwd=2)
segments(2.5,mean(y),2.5,mean(y)+sd(y),lwd=2)
segments(2.3,mean(y)+sd(y),2.7,mean(y)+sd(y),lwd=2)
mtext("Grafic nepotrivit",cex=1.5,line=0.5)

plot(rep(0:1,c(3,3)),c(x,y),xaxt="n",ylim=c(0,76),
     xlim=c(-0.5,1.5),ylab="",xlab="")
abline(v=0:1,col="gray40",lty=2)
points(rep(0:1,c(3,3)),c(x,y),lwd=2)
mtext("Grafic recomandat",cex=1.5,line=0.5)
xci <- t.test(x)$conf.int
yci <- t.test(y)$conf.int
segments(0.25,xci[1],0.25,xci[2],lwd=2,col="darkgray")
segments(c(0.23,0.23,0.2),c(xci,mean(x)),c(0.27,0.27,0.3),
         c(xci,mean(x)),lwd=2,col="darkgray")
segments(1-0.25,yci[1],1-0.25,yci[2],lwd=2,col="brown3")
segments(1-c(0.23,0.23,0.2),c(yci,mean(y)),1-c(0.27,0.27,0.3),
         c(yci,mean(y)),lwd=2,col="brown3")
u <- par("usr")
```

```
segments(0:1,u[3],0:1,u[3]-diff(u[3:4])*0.03,xpd=TRUE)
text(0:1,u[3]-diff(u[3:4])*0.08,c("A","B"),xpd=TRUE)
```



5 Testarea ipotezelor statistice: inferență asupra a două eșantioane dependente (perechi)

Considerăm următorul set de date din pachetul `MASS` (luarea in greutate de catre femei anorexice):

```
data(anorexia, package="MASS")
attach(anorexia)
str(anorexia)
'data.frame':   72 obs. of  3 variables:
 $ Treat : Factor w/ 3 levels "CBT","Cont","FT": 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ...
 $ Prewt : num  80.7 89.4 91.8 74 78.1 88.3 87.3 75.1 80.6 78.4 ...
 $ Postwt: num  80.2 80.1 86.4 86.3 76.1 78.1 75.1 86.7 73.5 84.6 ...

ft=subset(anorexia,Treat="FT") # family treatment
```

Testăm dacă există diferențe între luarea în greutate înainte de tratament și după tratament:

```
with(ft, t.test(Postwt-Prewt, mu=0, alternative="greater"))

    One Sample t-test

data:  Postwt - Prewt
t = 2.9376, df = 71, p-value = 0.002229
alternative hypothesis: true mean is greater than 0
95 percent confidence interval:
 1.195825      Inf
sample estimates:
```

```
mean of x
 2.763889
```

sau

```
with(ft, t.test(Postwt, Prewt, paired=T, alternative="greater"))

    Paired t-test

data:  Postwt and Prewt
t = 2.9376, df = 71, p-value = 0.002229
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 1.195825      Inf
sample estimates:
mean of the differences
               2.763889
```

Referințe

Mackowiak, P. A., S. S. Wasserman, and M. M. Levine. 1992. "A Critical Appraisal of 98.6 Degrees F, the Upper Limit of the Normal Body Temperature, and Other Legacies of Carl Reinhold August Wunderlich." *Journal of the American Medical Association* 268: 1578–80.