

## Tema 3

(predare pana pe 04.11.16)

### Exercițiul 1

O urnă conține  $r$  bile roșii și  $b$  bile albastre. O bilă este extrasă la intamplare din urnă, i se notează culoarea și este întoarsă în urnă împreună cu alte  $d$  bile de aceeași culoare. Repetăm acest proces la nesfârșit. Calculați:

- Probabilitatea ca a doua bilă extrasă să fie albastră.
- Probabilitatea ca prima bilă să fie albastră știind că a doua bilă este albastră.
- Fie  $B_n$  evenimentul ca a  $n$ -a bilă extrasă să fie albastră. Arătați că  $\mathbb{P}(B_n) = \mathbb{P}(B_1)$ ,  $\forall n \geq 1$ .
- Probabilitatea ca prima bilă este albastră știind că următoarele  $n$  bile extrase sunt albastre. Găsiți valoarea limită a acestei probabilități.

### Exercițiul 2

Știm că într-un lot de 5 tranzistori avem 2 care sunt defecti. Tranzistorii sunt testați, unul cate unul, până cand cei doi tranzistori au fost identificați. Fie  $N_1$  numărul de teste pentru identificarea primului tranzistor defect și  $N_2$  numărul de teste suplimentare pentru identificarea celui de-al doilea tranzistor defect. Scrieți un tablou în care să descrieți legea cuplului  $(N_1, N_2)$ . Calculați  $\mathbb{E}[N_1]$  și  $\mathbb{E}[N_2]$ .

### Exercițiul 3

Fie  $(X_1, X_2)$  vectorul aleator distribuit uniform pe discul  $D(R)$  centrat în origine și de rază  $R$ . Densitatea vectorului  $(X_1, X_2)$  este dată de

$$f(x_1, x_2) = c \mathbf{1}_{D(R)}(x_1, x_2)$$

unde  $c$  este o constantă pozitivă.

- Determinați constanta  $c$ .
- Determinați legile marginale ale lui  $X_1$  și  $X_2$ .
- Fie  $L$  distanța de la punctul  $(X_1, X_2)$  la origine. Găsiți funcția de repartiție a lui  $L$ , legea lui  $L$  și media sa.