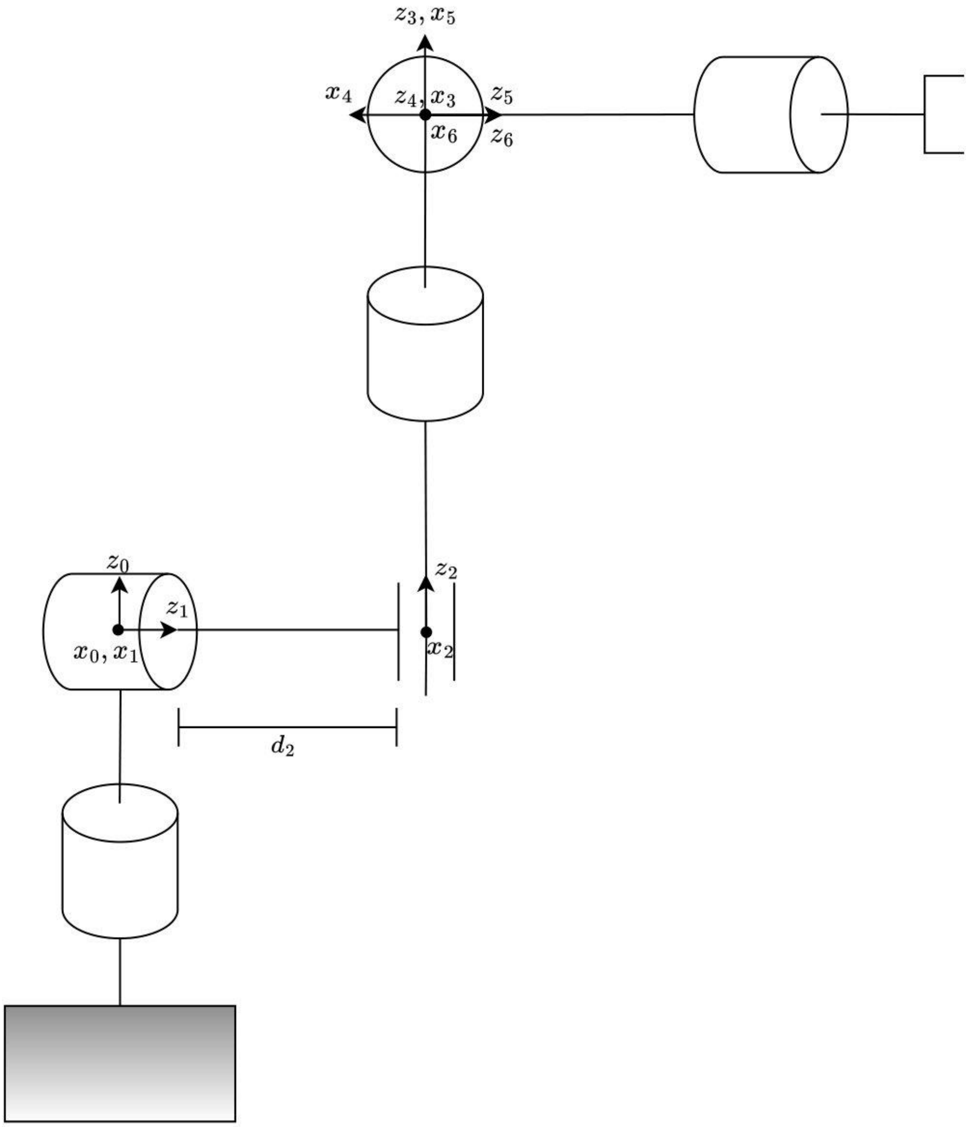
Jacobiano geometrico del polso sferico

Manipolatore di Stanford con O_6 = centro polso sferico




```
syms q1 q2 q3 q4 q5 q6 d2 real
DHstanford = [0, -pi/2, 0, q1;
              0, pi/2, d2, q2;
              0, 0, q3, 0;
              0, -pi/2, 0, q4;
              0, pi/2, 0, q5;
              0, 0, 0, q6]
```

```
DHstanford =
```

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{\pi}{2} & 0 & q_1 \\ 0 & \frac{\pi}{2} & d_2 & q_2 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 \\ 0 & -\frac{\pi}{2} & 0 & q_4 \\ 0 & \frac{\pi}{2} & 0 & q_5 \\ 0 & 0 & 0 & q_6 \end{pmatrix}$$

```
J = simplify(jacGeom(DHstanford, [1,1,0,1,1,1]))
```

J =

$$\begin{pmatrix} -d_2\cos(q_1) - q_3\sin(q_1)\sin(q_2) & q_3\cos(q_1)\cos(q_2) & \sigma_2 & 0 & 0 \\ q_3\cos(q_1)\sin(q_2) - d_2\sin(q_1) & q_3\cos(q_2)\sin(q_1) & \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & -q_3\sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & -\sin(q_1) & 0 & \sigma_2 & -\cos(q_4)\sin(q_1) - \cos(q_1)\cos(q_2)\,s \\ 0 & \cos(q_1) & 0 & \sigma_1 & \cos(q_1)\cos(q_4) - \cos(q_2)\sin(q_1)\,\mathrm{si} \\ 1 & 0 & 0 & \cos(q_2) & \sin(q_2)\sin(q_4) \end{pmatrix}$$

where

$$\sigma_1 = \sin(q_1)\sin(q_2)$$

$$\sigma_2 = \cos(q_1)\sin(q_2)$$

Si ha quindi $\mathbf{J}(q_1, \ldots, q_5) = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_{11} & 0 \\ \mathbf{J}_{21} & \mathbf{J}_{22} \end{pmatrix}$ per cui $\det \mathbf{J}(q_1, \ldots, q_5) = \det \mathbf{J}_{11} \det \mathbf{J}_{22}$.

```
detJ = simplify(det(J))
```

detJ = $q_3{}^2 \sin(q_2)\sin(q_5)$

$\det \mathbf{J}_{11}(q_1, \ldots, q_3) = 0$ fornisce le singolarità della struttura portante.

```
J11 = J(1:3, 1:3)
```

J11 =

$$\begin{pmatrix} -d_2\cos(q_1) - q_3\sin(q_1)\sin(q_2) & q_3\cos(q_1)\cos(q_2) & \cos(q_1)\sin(q_2) \\ q_3\cos(q_1)\sin(q_2) - d_2\sin(q_1) & q_3\cos(q_2)\sin(q_1) & \sin(q_1)\sin(q_2) \\ 0 & -q_3\sin(q_2) & \cos(q_2) \end{pmatrix}$$

```
detJ11 = simplify(det(J11))
```

detJ11 = $-q_3^{\,2}\sin(q_2)$

$\det \mathbf{J}_{22}(q_1, \dots, q_5) = 0$ fornisce le singolarità del polso sferico.

```
J22 = J(4:6, 4:6)
```

J22 =

$$\begin{pmatrix} \cos(q_1)\sin(q_2) & -\cos(q_4)\sin(q_1) - \cos(q_1)\cos(q_2)\sin(q_4) & \cos(q_1)\cos(q_5)\sin(q_2) - \sin(q_5)\ (\sin(q_1)\sin(q_4 \\ \sin(q_1)\sin(q_2) & \cos(q_1)\cos(q_4) - \cos(q_2)\sin(q_1)\sin(q_4) & \sin(q_5)\ (\cos(q_1)\sin(q_4) + \cos(q_2)\cos(q_4)\sin(q \\ \cos(q_2) & \sin(q_2)\sin(q_4) & \cos(q_2)\cos(q_5) - \cos(q_4)\sin(\end{pmatrix}$$

```
detJ22 = simplify(det(J22))
```

detJ22 = $-\sin(q_5)$

Si ha quindi singolarità per $q_5 = 0, \pi$.

Jacobiano geometrico del polso sferico

```
DHpolso = [0, -pi/2, 0, q4;
              0, pi/2, 0, q5;
              0, 0, 0, q6]
```

DHpolso =

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{\pi}{2} & 0 & q_4 \\ 0 & \frac{\pi}{2} & 0 & q_5 \\ 0 & 0 & 0 & q_6 \end{pmatrix}$$

```
tList = cinDirDH(DHpolso);
T = simplify(tList{4})
```

T =

$$\begin{pmatrix} \cos(q_4)\cos(q_5)\cos(q_6) - \sin(q_4)\sin(q_6) & -\cos(q_6)\sin(q_4) - \cos(q_4)\cos(q_5)\sin(q_6) & \cos(q_4)\sin(q_5) & 0 \\ \cos(q_4)\sin(q_6) + \cos(q_5)\cos(q_6)\sin(q_4) & \cos(q_4)\cos(q_6) - \cos(q_5)\sin(q_4)\sin(q_6) & \sin(q_4)\sin(q_5) & 0 \\ -\cos(q_6)\sin(q_5) & \sin(q_5)\sin(q_6) & \cos(q_5) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
Jpolso = simplify(jacGeom(DHpolso, [1,1,1]))
```

Jpolso =

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin(q_4) & \cos(q_4)\sin(q_5) \\ 0 & \cos(q_4) & \sin(q_4)\sin(q_5) \\ 1 & 0 & \cos(q_5) \end{pmatrix}$$

Per trovare le singolarità si considerano i casi in cui lo Jacobiano perde di rango, ovvero:

```
Jp = Jpolso(4:6, :)
```

Jp =

$$\begin{pmatrix} 0 & -\sin(q_4) & \cos(q_4)\sin(q_5) \\ 0 & \cos(q_4) & \sin(q_4)\sin(q_5) \\ 1 & 0 & \cos(q_5) \end{pmatrix}$$

```
simplify(det(Jp))
```

ans = $-\sin(q_5)$