Міністерство освіти і науки України

Національний університет «Львівська політехніка»

Інститут комп’ютерних наук та інформаційних технологій

Кафедра програмного забезпечення

**ЗВІТ**

**Про виконання лабораторної роботи № 1**

«Розв’язування нелінійних рівнянь методом дихотомії та методом хорд»

**з дисципліни «Чисельні методи»**

**Лектор:**

доцент кафедри ПЗ

Мельник Н.Б.

**Виконав:**

студ. групи ПЗ-15

Бабіля О.О.

**Прийняв:**

асистент кафедри ПЗ

Гарматій Г.Ю.

«___» ______ 2022 р.

∑ = ____ ___________

Львів – 2022

**Тема роботи:** розв’язування нелінійних рівнянь методом дихотомії та методом хорд.

**Мета роботи:** ознайомлення на практиці з методами відокремлення дійсних ізольованих коренів нелінійних рівнянь. Вивчення методу дихотомії та методу хорд уточнення коренів. Теоретичні відомості:

## Теоретичні відомості

### Метод поділу відрізка навпіл

Розглянемо рівняння $f(x) = 0$, де $f(x)$– неперервна монотонна нелінійна функція. На відрізку $[a, b]$ дане рівняння має єдиний корінь x , тобто добуток $f(a)f(b) < 0$, причому $|a - b| > \varepsilon$, де $\varepsilon$– задана похибка шуканого розв’язку. Потрібно знайти значення кореня x зі заданою похибкою $\varepsilon$.

Покладемо $a_0 = a$, $b_0 = b$ і обчислимо $x_0 = (a_0 + b_0)/2$. Якщо $f(x_0) = 0$, то $x \ = x_0$, у протилежному випадку, якщо $f(x_0) \neq 0$, то чинимо так:

$$a_{n+1} = \{x_n, \text{якщо} \operatorname{sign} f(a_n) = \operatorname{sign} f(x_n), \quad (1)$$

$$b_{n+1} = \{x_n, \text{якщо} \operatorname{sign} f(b_n) = \operatorname{sign} f(x_n), \quad (2)$$

$$x_{n+1} = \frac{a_{k+1} + b_{k+1}}{2}, n = 0,1,2,... \quad (3)$$

і обчислюємо $f(x_{n+1})$. Якщо $f(x_{n+1}) = 0$, то ітераційний процес завершуємо і вважаємо, що $x \ \approx x_{n+1}$, а коли $f(x_{n+1}) \neq 0$, то продовжуємо ітераційний процес ( 1)-( 3).

Кількість ітерацій. які необхідно провести для знаходження наближеного кореня рівняння $f(x) = 0$ з заданою точністю ε задовольняє співвідношенню

$$n = \left[\log_2 \frac{b-a}{\varepsilon} - 1\right].$$

### Метод хорд

Суть методу хорд полягає в тому, що на відрізку $[a, b]$ малої довжини дугу функції $f(x)$ замінюють хордою ab, яка її стягує. За наближене значення кореня приймають абсцису точки перетину хорди з віссю 0x.

Запишемо рівняння хорди, яка проходить через точки $(a; f(a))$ і$(b; f(b))$ у вигляді

$$\frac{y - f(x)}{f(b) - f(a)} = \frac{x - a}{b - a}.$$

Знайдемо значення $x_1$, для якого $y = 0$, тобто для нерухомого кінця

$$x_1 = a - \frac{f(a)(b-a)}{f(b)-f(a)}.$$

Тепер корінь $x$ знаходиться всередині відрізка $[x_1; b]$. Значення кореня $x_1$можна уточнити за допомогою методу хорд на відрізку $[x_1; b]$. Нове наближене значення кореня $x_2$ знаходять за формулою

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)(b-x_1)}{f(b)-f(x_1)}.$$

Аналогічно для довільного $(i+1)$-го наближення точного значення кореня $x$ для заданого рівняння використовують формулу

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(b-x_i)}{f(b)-f(x_i)}, \quad i = 0,1,2,\ldots.$$

Дугу кривої стягують хордою доти, поки шуканий наближений корінь не досягне точності$\varepsilon$, тобто

$$|x_{i+1} - x_i| < \varepsilon$$

Аналогічно знаходять корені, коли нерухома точка $b$, формула інвертуються відповідно до $b$.

Нерухомим кінцем відрізка є той, для якого знак функції $f(x)$співпадає зі знаком її другої похідної$f''(x)$. Якщо , то нерухомим є кінець$b(x_0 = a)$, інакше, якщо , то нерухомим є кінець $a(x_0 = b)$.

**Індивідуальне завдання**

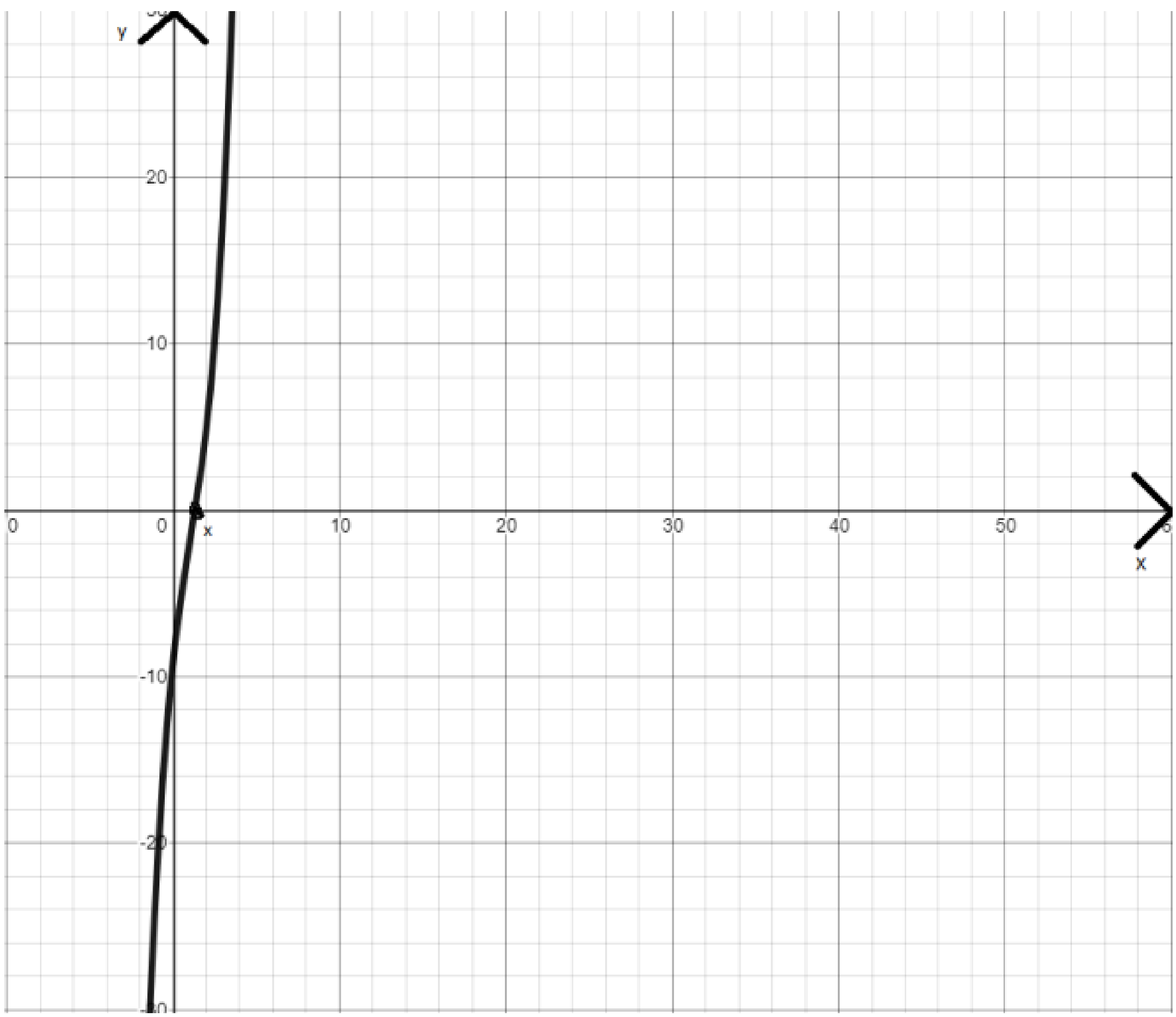
Відокремити дійсні корені рівняння геометричним та аналітичним способом і скласти програму його розв’язування методом дихотомії та методом хорд.

1) $x^3 - 3x^2 + 9x - 8 = 0$

**Хід роботи:**

Графік заданого рівняння: Відповідно, корінь рівняння знаходяться в проміжку (0;2)

Рис.1Графік рівняння



## Аналітичний метод:

Використовуючи теорему Больцано-Коші .

Визначимо інтервал монотонності функції $f(x)=x^3+3x^2+9x=0$. Для цього візьмем похідну f `(x) від f(x) , отримаємо f `(x)= $3x^2$-$6x^2$+9 . Прирівняємо похідну до нуля , отримаємо $3x^2-6x^2+9=0$ , дискримінант даного рівняння D= √(-72). Отже , функція $f(x)=x^3+3x^2+9x=0$ , має інтервал монолітності на проміжку (∞-;+∞).За допомогою метода вгадування і перевірки знаходимо проміжок [1; 2], sign f(1) = - , a sign f(2)= +, отже на відрізку [1;2] є корінь , і він єдиний оскільки f `(x)>0(парабола вітками в гору з центром в точці (x;9)).

Корень на відрізку [1; 2].

## Код програми:

## Source1.cpp

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include "func.h"

using namespace std;

int main()
{
	double a = 1, b = 2, eps = 0.00001;
	cout << "This program is created to slove nonlinear equations using chords and dixit 
methods " << endl << endl
		<< "For exaple we will be using such equations as x^3-3x^2+9x-8" << endl
		<< "Accuracy is 0.00001 and limits [1;2]" << endl << endl;
	cout << "Root by chord = " << chords(a, b, eps) << endl << endl;
	cout << "Root by ditix = " << dixit(a, b, eps) << endl << endl
		<< "Enter your limits and accuracy( f(a)*(f(b) must be negative and | a- b | 
must be > Accuracy ) : " << endl << endl
		<< "a: "; cin >> a;
	cout << "b: "; cin >> b;
	cout << "Accuracy: "; cin >> eps;
	cout << "Root by chord = " << chords(a, b, eps) << endl << endl;
	cout << "Root by ditix = " << dixit(a, b, eps) << endl << endl;
	return 0;
}
```

## func.cpp

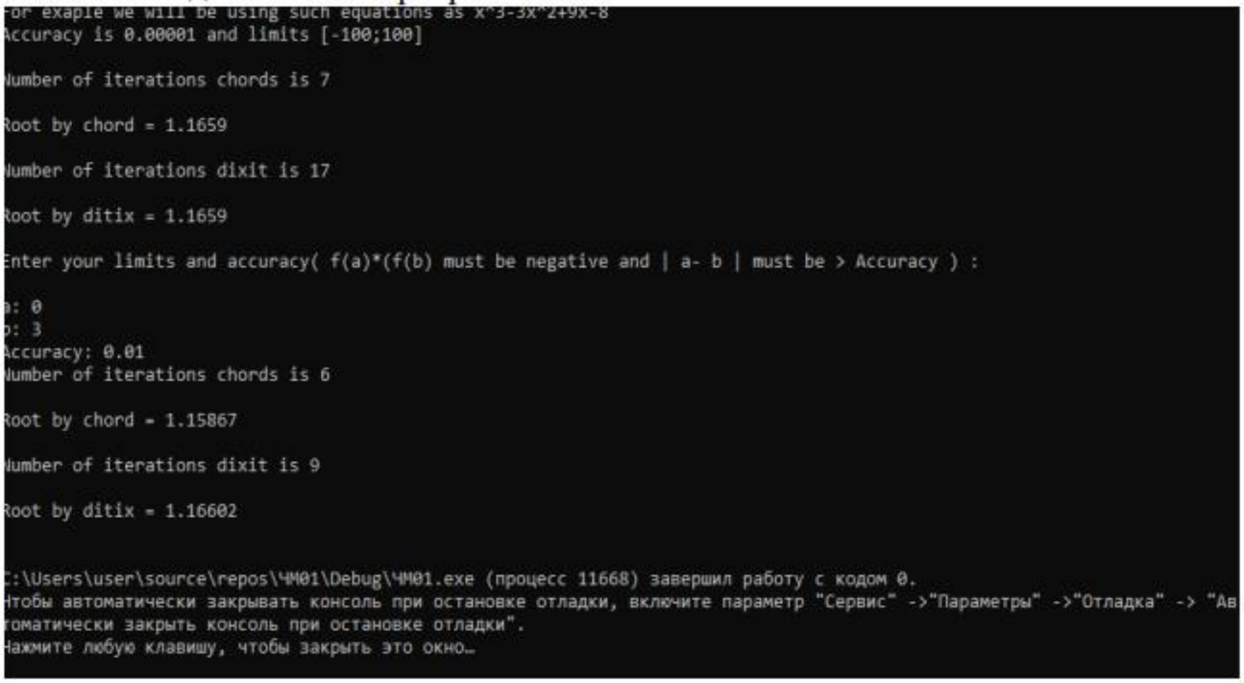
```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include "func.h"

using namespace std;

double f(double x)
{

	return pow(x, 3.0) - 3 * pow(x, 2.0) + 9 * x - 8;
```

```
}

double f__(double x)
{
	return 6 * x - 6;
}

double dixit(double a, double b, double eps)
{
	unsigned short count = 0;
	double c;
if ((f(a) * f(b)) > 0)
	{
		cout << "Error";
		return -1;
	}
	do
	{
		c = (a + b) / 2;
		if (f(a) * f(c) < 0)b = c;
		else if (f(b) * f(c) < 0) a = c;
		else
		{
			cout << "The root is not found" << endl;
			return 0;
		}
		count++;
	} while (fabs(b - a) > eps);
	cout << "Number of iterations dixit is " << count << endl << endl;
	return c;
}

double chords(double a, double b, double eps)
{
	unsigned short count = 0;
	double x=0;
	if ((f(a) * f(b)) > 0)
	{
		cout << "Error";
		return -1;
	}
	if (abs(b - a) < eps) return (a + b) / 2;

	if ((f(b) * f__(b)) < 0) swap(a, b);

	do
	{
		x = a - ((f(a) * (b - a)) / (f(b) - f(a)));
		++count;
		if (abs(x - a) < eps) break;
		a = x;
	} while (true);
	cout << "Number of iterations chords is " << count << endl << endl;
	return a;
}
```

**func.h**

```
double dixit(double , double , double);
double chords(double , double , double);
```

Вигляд виконаної програми:




## Висновки

На даній лабораторній роботі я ознайомився на практиці з методами відокремлення дійсних ізольованих коренів нелінійних рівнянь, вивчив та реалізував в програмі методи дихотомії та хорд для уточнення коренів.

Розглянув даний метод на рівнянні $x^3+3x^2+9x=0$

Знайшов корінь рівняння x =1.16591 , на проміжку [-100,100] з точністю e=0.00001

Кількість ітерацій для методу дихотомії = 25 , методом хорд = 5.