

Ottimizzazione Combinatoria

Appunti

Alex Bastianini

Contents

Chapter 1

Introduzione _____ Page _____

Chapter 2

Problemi e Modelli _____ Page _____

2.1 Problemi di ottimizzazione

Chapter 1

Introduzione

Prova scritta e orale. Si studiano metodi algoritmici per ottimizzare problemi di flusso su reti e di programmazione lineare. In poche parole, impariamo come prendere decisioni.

Chapter 2

Problemi e Modelli

2.1 Problemi di ottimizzazione

Definition 2.1.1: Ricerca operativa

La **ricerca operativa** è un ramo della matematica applicata che si occupa dello studio, della modellizzazione e della risoluzione dei cosiddetti *problemi decisionali* complessi mediante strumenti matematici, algoritmici e computazionali, con l'obiettivo di ottimizzare processi e risorse

I problemi di cui si occupa la ricerca operativa, quindi, riguardano situazioni in cui occorra massimizzare i ricavi o minimizzare i costi, in presenza di risorse limitate. Detto in termini più matematici, data una funzione **vincolata** l'obiettivo è trovare una soluzione ottimale che massimizzi o minimizzi tale funzione.

È pertanto vero, quindi, che questa disciplina ha forte contenuto economico

La ricerca operativa si inserisce all'interno del processo decisionale, il quale può essere suddiviso in diverse fasi

- **Individuazione problema**
- **Raccolta dati**
- **Costruzione modello**, ovvero la Traduzione del problema in un modello matematico che descriva il sistema e i vincoli in modo formale
- **Determinazione di piu' soluzioni**: applicazione di algoritmi e tecniche di ottimizzazione per individuare la soluzione migliore
- **Analisi dei risultati**

La ricerca operativa, quindi, si occupa delle fasi 3 e 4 del processo, dato che sono le fasi che richiedono l'impiego di modelli matematici, algoritmi di ottimizzazione e strumenti computazionali. Adesso andiamo a definire per benino che cosa intendiamo per "modello"

Definition 2.1.2: modello

un **modello** è una descrizione astratta e scritta in linguaggio matematico, della parte di realtà utile al processo decisionale

I modelli ci permettono di inquadrare i problemi in una determinata "cornice" che ci permette di determinare quale tipo di algoritmo risolutivo usare.

Esistono tre tipi di modelli:

- **Teoria dei giochi**: ricerca di un equilibrio fra le componenti coinvolte in un'interazione reciproca, spesso con obbiettivi contrastanti. (non ce ne occupiamo)
- **Simulazione**: il problema viene studiato simulando la situazione senza studiarne la natura in modo analitico tramite generazione di istanze casuali. (anche questi modelli non ci interessano)

- **Analitici:** dal problema si costruisce un modello matematico rigoroso (senza perdere informazione sul problema reale) e risolto mediante tecniche analitiche, senza ricorrere a simulazioni. La natura stessa dello spazio matematico in cui è inserito il problema è in grado di garantire la soluzione ottima. Questo tipo approccio è particolarmente vantaggioso in quanto assicura l'esattezza della soluzione supponendo che il modello sia formulato correttamente.

È tuttavia richiesto un discreto livello di creatività

Definiamo, adesso, i problemi che andiamo a trattare

Definition 2.1.3: Problema

Definiamo **problema** una domanda, espressa in termini generali, la cui risposta dipende da *parametri* e *variabili*, soprattutto nei problemi analitici

Un problema \mathcal{P} è descritto tramite:

- I suoi parametri e variabili
- Le caratteristiche che una soluzione deve avere

Quando fissiamo un'istanza di un problema, vengono fissati i parametri ma non le variabili, che sono le incognite che devono essere definite. Distinguiamo un problema dalla sua istanza per generalizzarlo. Si presti attenzione alla differenza tra parametri e variabili che molti si confondono

Example 2.1.1 (Problema con parametri e variabili)

Sia \mathcal{P} il seguente problema

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Dove a, b e c sono i suoi parametri e x rappresenta le variabili, una possibile istanza di tale problema è:

$$5x^2 - 6x + 1 = 0$$

Un modo comune per descrivere un problema è dare l'insieme di soluzioni ammissibili $\mathbb{F}_{\mathcal{P}} \subseteq G$, dove G è un sovrainsieme generico noto, di solito contenente la collezione di tutte le possibili configurazioni o decisioni che si possono prendere, dando dei vincoli che un generico $g \in G$ deve soddisfare per far parte di $\mathbb{F}_{\mathcal{P}}$, avremo così che $G - \mathbb{F}_{\mathcal{P}}$ è l'insieme delle soluzioni non ammissibili

Example 2.1.2

Sia l'istanza di \mathcal{P} definita precedentemente

$$5x^2 - 6x + 1 = 0$$

si ha che

$$\begin{aligned} G &= \mathbb{R} \\ \mathbb{F}_{\mathcal{P}} &= \{x \in \mathbb{R} | 5x^2 - 6x + 1 = 0\} \end{aligned}$$