

Физическая программа μ трона

Ф.Ф.Физик^{1, 2}

¹Институт ядерной физики им. Будкера, Новосибирск, 630090, Россия

²Новосибирский государственный университет, Новосибирск, 630090, Россия

В 2018 году в Институте ядерной физики СО РАН (Новосибирск) начинается сооружение электрон-позитронного коллайдера (μ трон), работающего при энергии в системе центра масс вблизи порога рождения пары мюонов. Эта компактная и недорогая машина сооружается в рамках проекта «Электрон-позитронный коллайдер Супер чарм-тау фабрика», одобренного Правительством РФ в список шести мега-проектов для последующей реализации. С ускорительной точки зрения μ трон является прототипом для отработки ускорительных идей и технологий, которые будут применяться в большом проекте Супер чарм-тау фабрики. Параметры и конфигурация коллайдера (светимость $8 \times 10^{31} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$, разброс энергии в системе центра масс 400 кэВ, столкновения пучков под «большим углом») позволят провести на нем эксперименты по изучению свойств экзотического атома димюония. Димюоний — это связанное состояние отрицательного и положительного мюонов, которое экспериментально до сих пор не наблюдалось. На μ троне за сезон работы (10^7 с) можно будет регистрировать около 20 тысяч атомов димюония. Кроме этой главной задачи на коллайдере будут проведены прецизионные измерения сечений процессов $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ вблизи порогов и изучены эффекты взаимодействия в конечном состоянии в этих реакциях. На μ троне можно будет провести эксперимент по прецизионному измерению в реакции $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0$ двухфотонной ширины π^0 -мезона, которая с точностью лучше 1% рассчитывается в рамках квантовой хромодинамики, а также эксперименты по поиску «темного фотона».

I. Введение

Исследование свойств экзотических атомов — это одно из направлений исследований на стыке атомной физики и физики элементарных частиц, которое активно развивается в последние годы. В качестве примера можно привести эксперимент DIRAC (ЦЕРН), в котором из измерения времени жизни $\pi^+\pi^-$ атома [1], дипиония, была извлечена разность длин π - π рассеяния $|a_0 - a_2|$, с высокой точностью предсказываемая в рамках КХД. В 2017 году в этом же эксперименте было проведено измерение времени жизни (πK) атома [2]. В экспериментах с атомами мюонного водорода (μ^-p) было сделано прецизионное измерение зарядового радиуса протона [3], результат которого находится в противоречии с измерениями этого же параметра, сделанными в атоме водорода и в e - p рассеянии [4].

Димюоний ($\mu^+\mu^-$), изучение свойств которого является главной физической задачей нового коллайдера μ трона — это чисто лептонный атом, отличающийся от двух других экспериментально наблюдавшихся лептонных атомов, позитрония (e^+e^-) и мюония ($e\mu$), существенно меньшим радиусом (в 200 и 100 раз соответственно). В первом приближении спектр димюония напоминает спектр позитрония (при соответствующем пересчете масс). Однако, более тонкие детали (радиационные поправки к тонкой и сверхтонкой структуре уровней, времена жизни уровней) существенно отличаются. Особенно это касается времен жизни уровней из-за наличия у димюония других, по сравнению с позитронием, каналов распада. Димюоний, таким образом, является идеальным объектом для проверки квантово-электродинамических предсказаний для связанных состояний в новом, по сравнению с позитронием, режиме.

В последние годы интерес к исследованию димюония существенно возрос в связи с наблюдением в мюонном секторе отклонений от Стандартной модели. Речь идет о разнице на уровне 4 стандартных отклонений между измерением [5] и расчетом [6, 7] аномального магнитного момента мюона, упомянутая выше проблема радиуса протона [3, 4], отклонения на уровне 2-3 сигма в отношениях дифференциальных вероятностей распадов $B \rightarrow K^{(*)}\mu^+\mu^-$ и $B \rightarrow K^{(*)}e^+e^-$ [8, 9]. Возникает вопрос: не проявятся ли подобные эффекты в свойствах димюония?

Свойства димюония подробно и с высокой точностью исследованы теоретически в рамках квантовой электродинамики [10–13]. Однако экспериментально он до сих пор не наблюдался. Первое предложение по наблюдению димюония в реакции $e^+e^- \rightarrow (\mu^+\mu^-)$ появилось более 50 лет назад [14]. С тех пор было предложено еще несколько механизмов рождения атомов димюония: $\pi^-p \rightarrow (\mu^+\mu^-)n$ [15], $\gamma Z \rightarrow (\mu^+\mu^-)Z$ [15], $e^-Z \rightarrow e^-(\mu^+\mu^-)Z$ [16], $Z_1Z_2 \rightarrow (\mu^+\mu^-)Z_1Z_2$, где Z_1 и Z_2 — тяжелые ядра [17], в распадах частиц [18], например, $\eta \rightarrow (\mu^+\mu^-)\gamma$ [19, 20], в столкновениях μ^+ и μ^- [21], в реакции радиационного возврата $e^+e^- \rightarrow (\mu^+\mu^-)\gamma$ [22]. Однако реальные экспериментальные возможности наблюдения димюония появились только в последнее время. В настоящее время рассматриваются несколько предложений. Поиск димюония планируется провести в эксперименте HPS [23] в Jefferson Laboratory (США). В этом эксперименте атомы димюония рождаются в столкновениях электронов с энергией 6.6 ГэВ с вольфрамовой мишенью. Они регистрируются по распаду в электрон-позитронную па-

ру и идентифицируются по отлету, который должен превышать 1.5 см. Ожидается регистрация 60-100 таких событий. Данные в этом эксперименте набираются с 1015 года. Публикаций и докладов HPS по регистрации димюония пока не было. В Fermilab (США) рассматривается предложение эксперимента REDTOP [24] по изучению редких распадов η -мезонов, рождающихся при столкновениях протонов с энергией 1.8 ГэВ с бериллиевой мишенью. Планируется произвести 2×10^{13} η -мезонов в год. Расчетная вероятность рождения димюония в распаде $\eta \rightarrow (\mu^+\mu^-)\gamma$ составляет 0.56×10^{-9} [20], т.е. в эксперименте может быть произведено около десяти тысяч атомов. Непонятным, однако, остается вопрос о выделении из фона от распада $\eta \rightarrow \gamma e^+e^-$. В планах коллаборации было начать эксперименты в 2022 году. Однако в ноябре 2017 года Fermilab Physics Advisory Committee не рекомендовал, «чтобы лаборатория инвестировала ресурсы в развитие предложения REDTOP в настоящее время». Обсуждается также проект эксперимента по рождению атомов димюония с использованием медленных мюонных пучков [25]. Около 150 событий процесса $e^+e^- \rightarrow (\mu^+\mu^-)\gamma$ с вылетом димюония на большой угол ($30^\circ < \theta < 150^\circ$) ожидается на полной статистике (50 аб^{-1}) эксперимента Belle II [26]. Эти события могут быть идентифицированы по отлету. Статистику, необходимую, чтобы попытаться обнаружить рождение димюония (около 10 аб^{-1}), планируется набрать в 2021 году. В экспериментах HPS и Belle II возможно будет зарегистрировать не более нескольких сотен атомов, т.е. речь идет только об обнаружении димюония. На μ троне предполагается зарегистрировать и идентифицировать до 20 тысяч атомов димюония за сезон (в двух местах встречи) и проводить исследование свойств димюония.

Кроме этой главной задачи на коллайдере μ трон будут проведены прецизионные измерения сечений процессов $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ вблизи порогов и изучены эффекты взаимодействия в конечном состоянии в этих реакциях. На μ троне можно будет провести эксперимент по прецизионному измерению в реакции $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0$ двухфотонной ширины π^0 -мезона, которая с точностью лучше 1% рассчитывается в рамках квантовой хромодинамики, а также эксперименты по поиску «темного фотона».

II. Свойства димюония

Димюоний с суммарным спином $S = 1$ называется орто-димюонием, а со спином $S = 0$ — пара-димюонием. Основное качественное отличие орто-димюония от орто-позитрония состоит в том, что орто-позитроний в состоянии с нулевым орбитальным моментом $l = 0$ (n^3S_1) может аннигилировать только в нечетное число фотонов, а орто-димюоний в основном аннигилирует e^+e^- и следовательно может рождаться в e^+e^- аннигиляции. При этом вероятность орто-димюония аннигилировать в e^+e^- примерно в сто раз больше, чем аннигилировать в три фотона. Спектр димюония [22] показан на рисунке 1.

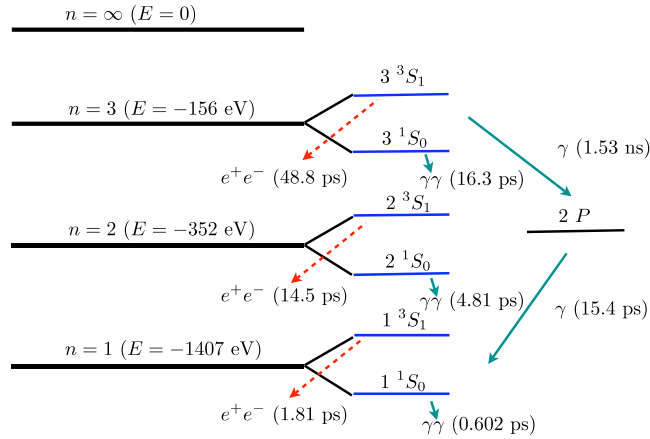


Рис. 1: Спектр и время жизни димюония для нескольких нижних уровней.

Энергия связи димюония в нерелятивистском приближении равна

$$E_n = -\frac{m_\mu \alpha^2}{4n^2} = -\frac{1.4}{n^2} \text{ keV}, \quad (1)$$

где m_μ — масса мюона, $\hbar = c = 1$, $n = 1, 2, \dots$ — главное квантовое число. Парциальные ширины распада орто-димюония $o \rightarrow e^+e^-$ (Γ_o) и пара-димюония $p \rightarrow \gamma\gamma$ (Γ_p), а также расстояние между этими уровнями E_F

равны

$$\Gamma_o = \frac{m_\mu \alpha^5}{6n^3} = \frac{0.37 * 10^{-3}}{n^3} \text{ eV}, \quad \Gamma_p = 3\Gamma_o = \frac{m_\mu \alpha^5}{2n^3} = \frac{1.11 * 10^{-3}}{n^3} \text{ eV}, \quad E_F = \frac{7m_\mu \alpha^4}{12n^3} = \frac{0.175}{n^3} \text{ eV}. \quad (2)$$

Для $n \geq 3$ вклад в ширину дают еще переходы из s состояний в p состояния, но для $n = 3$ этот вклад мал $\Gamma_o(n=3) \approx 30\Gamma(3s \rightarrow 2p)$. Соответствующие времена жизни равны

$$\tau_o = 1.81 * n^3 \text{ ps}, \quad \tau_p = 0.6 * n^3 \text{ ps} \quad \tau(3s \rightarrow 2p) = 1.53 \text{ ns}. \quad (3)$$

Тонкая и сверхтонкая структура димюония (члены порядка α^4) описывается следующими формулами [27].

$$E_{nS} = 2m_\mu - \frac{m_\mu \alpha^2}{4n^2} + \frac{m_\mu \alpha^4}{2n^3} \left[\frac{11}{32n} - 1 + \frac{7}{6} \delta_{S1} \right]. \quad (4)$$

Для $l \neq 0$:

$$E_{nLSJ} = 2m_\mu - \frac{m_\mu \alpha^2}{4n^2} + \frac{m_\mu \alpha^4}{2n^3} \left\{ \frac{11}{32n} - \frac{1}{2l+1} + \delta_{S1} \left[\frac{7}{6} \delta_{l0} + \frac{1}{2(2l+1)} \left(\frac{3l+4}{(l+1)(2l+3)} \delta_{J,l+1} - \frac{1}{l(l+1)} \delta_{J,l} - \frac{3l-1}{l(2l-1)} \delta_{J,l-1} \right) \right] \right\}. \quad (5)$$

III. Сечение рождения димюония

Состояния димюония n^3S_1 имеют квантовые числа $J^{PC} = 1^{--}$, совпадающие с квантовыми числами фотона, и поэтому могут как аннигилировать в пару e^+e^- , так и рождаться в e^+e^- столкновениях. В борновском приближении энергетическая зависимость сечения рождения димюония описывается следующей формулой:

$$\sigma_B(E) = \frac{12\pi B_{ee}}{M^2} \frac{M^2 \Gamma^2}{(E^2 - M^2)^2 + M^2 \Gamma^2}, \quad (6)$$

где E — энергия в системе центра масс e^+e^- пары, $M \approx 2m_\mu$ — масса димюония, m_μ — масса мюона, Γ — ширина димюония, B_{ee} — относительная вероятность его распада в e^+e^- пару. Для состояний 1^3S_1 и 2^3S_1 $B_{ee} \approx 1$ (вероятность аннигиляции в три фотона составляет $B_{3\gamma} = 2.7 \times 10^{-3} B_{ee}$). Для состояний с $n \geq 3$ следует учитывать переходы в P -состояния, например, $B(3S \rightarrow 2P) = 0.031 B_{ee}$. Сечение в пике для состояния 1^3S_1 равно $\sigma_B(M) = 0.328$ б.

Радиационные поправки к начальному состоянию сильно меняют энергетическую зависимость сечения. Сечение с учетом радиационных поправок вычисляется следующим образом:

$$\sigma(E) = \int_0^{x_{\max}} \sigma_B(E\sqrt{1-x}) W(E, x) dx. \quad (7)$$

Переменная x в этом выражении описывает долю энергии, унесенную фотонами, излученными из начального состояния ($x = 2E_\gamma/E$), а функция $W(E, x)$ [28] — вероятность излучения фотонов. $x_{\max} = 1 - 4m_e^2/E^2$, где m_e — масса электрона. Полученное сечение приведено на рис. 2 в сравнении с борновским сечением. Видно, что радиационные поправки уменьшают сечение в максимуме резонанса приблизительно в 4 раза, а также приводят к появлению «хвоста» в сечении при $E > M$. Этот «хвост» возникает из-за процесса «возвращения на резонанс», в котором начальные частицы излучают фотон (фотоны) с энергией $2E_\gamma/E = 1 - M^2/E^2$. После излучения такого фотона инвариантная пары e^+e^- становится равной массе резонанса M , и происходит резонансное увеличение подынтегрального выражения в формуле (7).

Чтобы получить экспериментально наблюдаемое сечение, нужно учесть также энергетический разброс в коллайдере

$$\sigma_{\text{exp}}(E_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_E} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(E) e^{-\frac{(E-E_0)^2}{2\sigma_E^2}} dE \quad (8)$$

В таблице I приведены значения σ_{exp} при $E_0 = M$ для состояния 1^3S_1 , вычисленные для трех значений σ_E . Значение $\sigma_E = 7$ кэВ соответствует варианту коллайдера с монохроматизацией [29], а значение $\sigma_E = 400$ кэВ

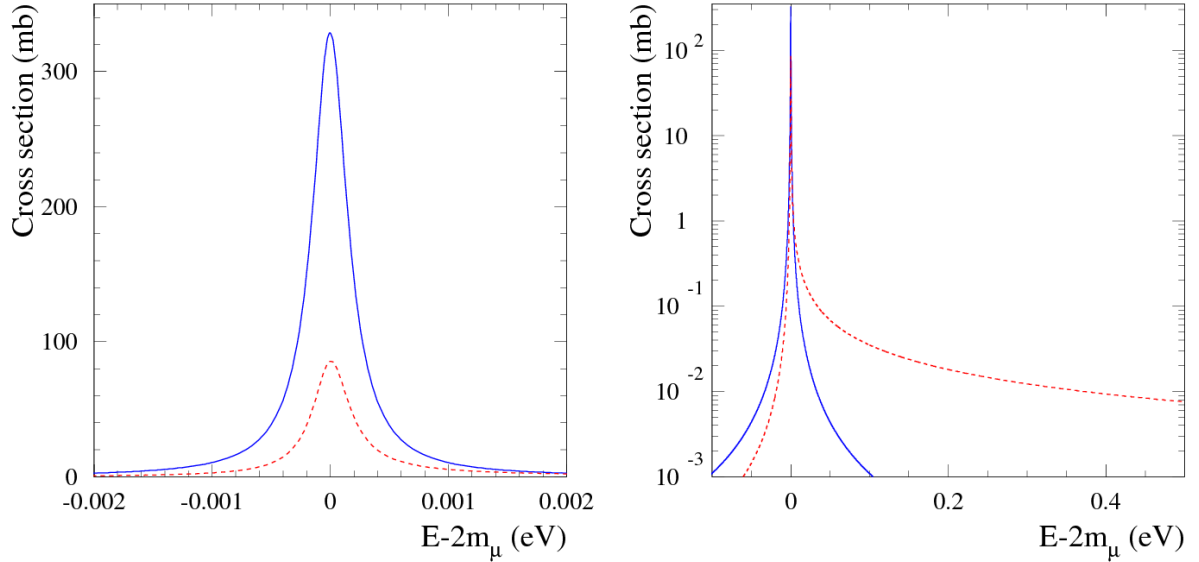


Рис. 2: Энергетическая зависимость сечения рождения димюония в состоянии 1^3S_1 . Сплошной линией показано борновское сечение, а пунктирной — сечение с учетом радиационных поправок. Вертикальная шкала на левом рисунке — линейная, а на правом — логарифмическая.

Таблица I: Экспериментально наблюдаемое сечение рождения димюония в состоянии 1^3S_1 для различных значений разброса энергии в системе центра масс. В третьей строке приведено отношение (R_{bkg}) сечения упругого рассеяния $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ к сечению рождения димюония $e^+e^- \rightarrow 1^3S_1 \rightarrow e^+e^-$ (отношение фон/эффект) для полярных углов вылета конечного электрона $45^\circ < \theta < 135^\circ$.

σ_E (кэВ)	7	200	400
$\sigma_{\text{exp}}(M)$ (нб)	6.86	0.285	0.148
R_{bkg}	4.5×10^3	1.1×10^5	2.1×10^5

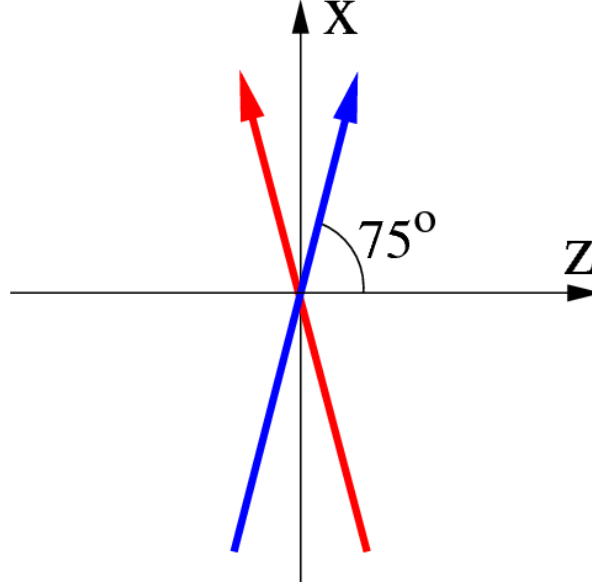
— коллайдеру с большим углом пересечения пучков, рассматриваемому в данном документе. Результирующее сечение с точностью не хуже 20% совпадает с сечением, полученным сверткой энергетического разброса с борновским сечением (6), т.е. четырехкратное падение сечения в максимуме резонанса из-за радиационных поправок компенсируется интегралом от «хвоста» в сечении (7), возникающего из-за радиационного возвращения на резонанс.

Поскольку доминирующей модой распада димюония, рожденного в e^+e^- столкновениях, является аннигиляция в e^+e^- пару, основным фоновым процессом при регистрации димюония является упругое рассеяние $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$. Сечение рассеяния имеет пики при малых углах рассеяния конечного электрона или позитрона, а сечение рождения димюония $e^+e^- \rightarrow n^3S_1 \rightarrow e^+e^-$ сферически симметрично по углу вылета конечных частиц. Для оценки фоновой ситуации, сечения обоих процессов были проинтегрированы в границах по полярному углу $45^\circ < \theta < 135^\circ$. Отношение сечений фона и эффекта приведено в таблице I. Даже в случае рекордно малого энергетического разброса ($\sigma_E = 7$ кэВ) отношение фона к эффекту превышает тысячу, что делает наблюдение мюония очень трудной задачей.

Дальнейшее подавление фона от упругого рассеяния возможно, если димюоний рождается движущимся. В этом случае можно дополнительно наложить требование, что димюоний имеет ненулевой отлет от точки рождения (для состояния 1^3S_1 $ct \approx 0.54$ мм, а для состояний n^3S_1 — в n^3 раз больше). Движущийся димюоний будет рождаться на коллайдере, в котором пучки электронов и позитронов сталкиваются под углом [22].

Таблица II: Основные параметры $\mu\mu$ трона, важные для проведения экспериментов по изучению свойств димюония.

Энергия пучка E_b	408 МэВ
Угол пересечения пучков α	75°
Период обращения	105.6 нс
Количество банчей	30
Энергетический разброс σ_{E_b}/E_b	7.8×10^{-4}
Горизонтальный угловой разброс в месте встречи σ_α	6.8×10^{-4} рад.
Вертикальный размер пучка в месте встречи σ_y^b	$0.84 \mu\text{м}$
Горизонтальный размер пучка в месте встречи σ_x^b	$102 \mu\text{м}$
Длина банча σ_z^b	11 мм
Светимость L	$8 \times 10^{31} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$

Рис. 3: Определение угла пересечения пучков α и осей координат.

IV. Параметры коллайдера и системы регистрации димюония

В таблице II приведены основные параметры коллайдера $\mu\mu$ трон, важные для проведения экспериментов по изучению свойств димюония. Определение угла пересечения пучков α и осей координат дано на рис. 3. Ось y перпендикулярна плоскости рисунка.

Из размеров пучка могут быть вычислены размеры места встречи:

$$\begin{aligned}
 \sigma_x^{IP} &= \frac{\sigma_x^b}{\sqrt{2} \cos \alpha} = 280 \mu\text{м}, \\
 \sigma_y^{IP} &= \frac{\sigma_y^b}{\sqrt{2}} = 0.6 \mu\text{м}, \\
 \sigma_z^{IP} &= \frac{\sigma_z^b \sigma_x^b}{\sqrt{2((\sigma_z^b \sin \alpha)^2 + (\sigma_x^b \cos \alpha)^2)}} \approx \frac{\sigma_x^b}{\sqrt{2} \sin \alpha} = 75 \mu\text{м}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Энергия в системе центра масс, γ и β димюония равны

$$E = 2E_b \cos \alpha = 2m_\mu, \quad \gamma = 1/\cos \alpha = 3.86, \quad \beta = \sin \alpha = 0.966. \tag{10}$$

Разброс энергии в системе центра масс зависит как от разброса энергии пучка, так и от углового разброса в

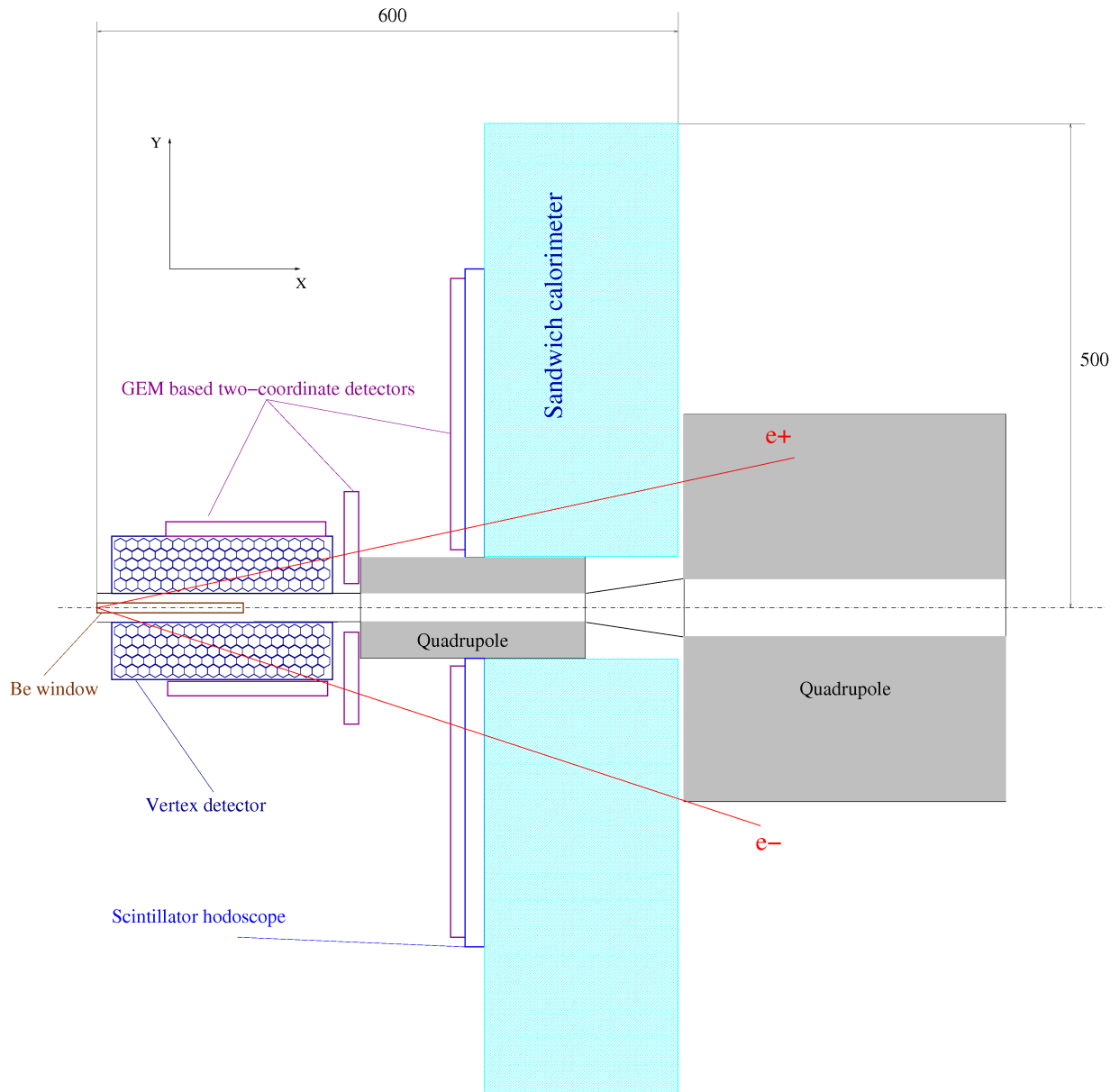


Рис. 4: Схема расположения системы регистрации димюония.

пучке:

$$\sigma_E = E_b \sqrt{2(\sigma_{E_b}/E_b)^2 \cos^2 \alpha + 2\sigma_\alpha^2 \sin^2 \alpha} = 398 \text{ кэВ.} \quad (11)$$

Доминирующий вклад в энергетический разброс вносит второй член.

Распадная длина димюония равна

$$l = \beta\gamma c\tau = c\tau \tan \alpha = 2.02n^3 \text{ мм.} \quad (12)$$

Чтобы идентифицировать димюоний, нужно зарегистрировать треки от распадных электрона и позитрона и восстановить вершину распада. Фон от упругого e^+e^- рассеяния подавляется требованием, что расстояние от места встречи до вершины распада достаточно велико. Схема системы регистрации димюония показана на рис. 4. Она состоит из двух одинаковых плеч, расположенных выше и ниже места встречи пучков. Каждое из плеч содержит вершинный детектор, двухкоординатные детекторы, сцинтилляционный годоскоп и калориметр.

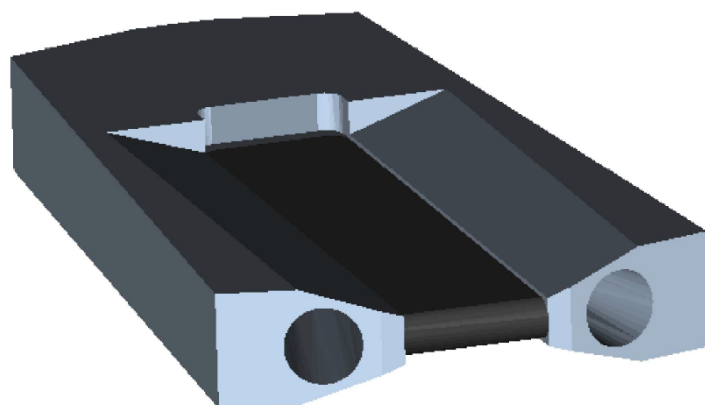
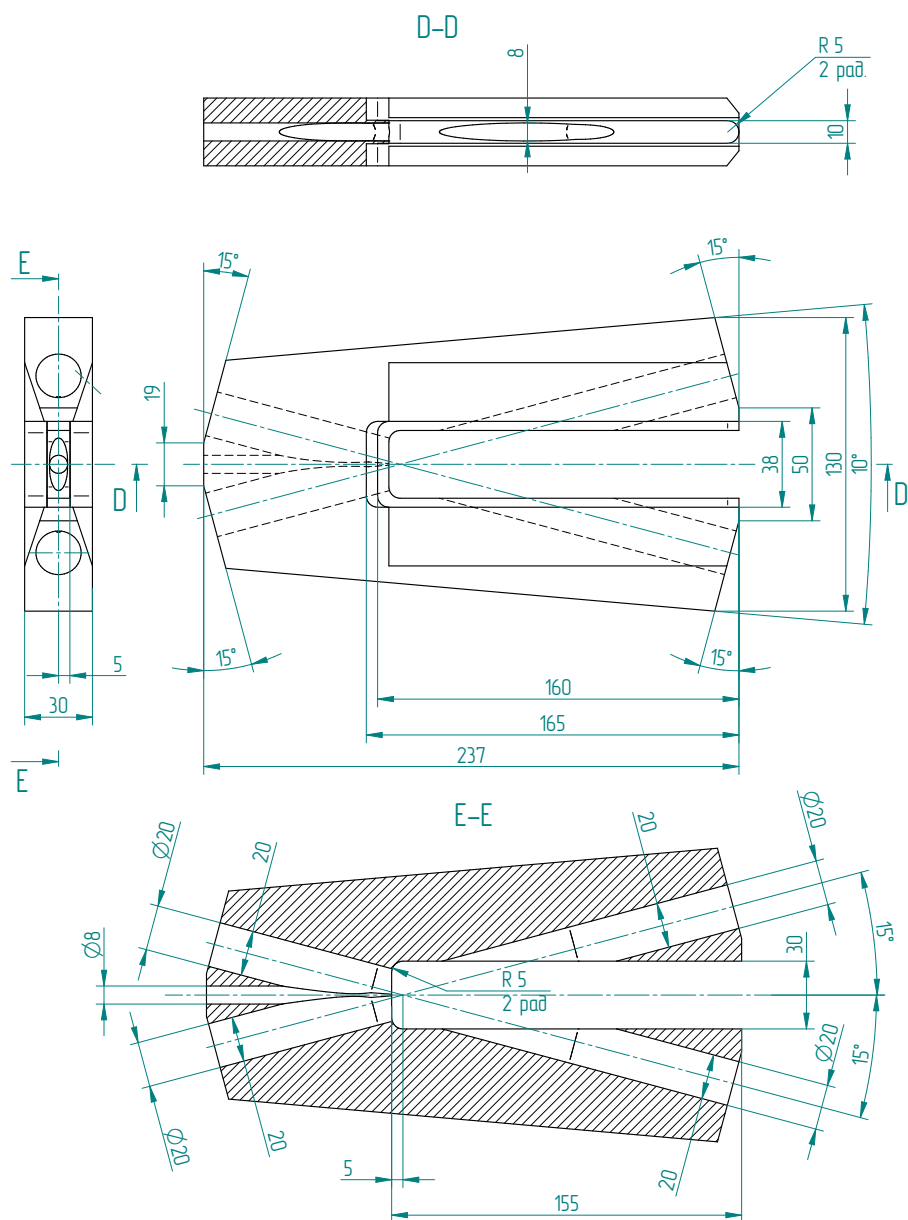


Рис. 5: Вакуумная камера коллайдера вблизи места встречи.

Вершинный детектор — это дрейфовая камера с гексагональной ячейкой (радиус ячейки около 1.3 см), проволоки в которой натянуты перпендикулярно оси x . Она расположена в 1 см от окна вакуумной камеры, сделанном из бериллия толщиной 0.2 мм. Координаты окна (0,150) мм по оси x , (-15,15) мм по оси z . Верхнее, нижнее окна расположены при $y = \pm 5$ мм. Они сделаны из единого листа бериллия, как показано на рис. 5. Число измерений x -координаты при перпендикулярном прохождении камеры равно 5.

Вблизи вершинного детектора расположены тонкие двухкоординатных детектора на основе GEM. Такие же детектору расположена перед калориметром. Координатное разрешение всех перечисленных детекторов составляет около 100 $\mu\text{м}$.

После второго слоя двухкоординатных детекторов находятся сцинтилляционные счетчики. Система счетчиков должна иметь временное разрешение не хуже 0.3 нс, чтобы обеспечить выбор банча (время между столкновениями банчей около 3 нс). После сцинтилляционных счетчиков располагается калориметр-сэндвич, позволяющий установить порог на энергию электрона.

Предполагается использовать следующие условия отбора событий аннигиляции димюония

- $-15 < z_{Be} < 15$ мм для обеих частиц, z_{Be} — реконструированная z -координата пересечения трека с бериллиевым окном вакуумной камеры;
- $0 < x_{Be} - x_{vtx} < 30$ мм для обеих частиц, где x_{Be} — реконструированная x -координата пересечения трека с бериллиевым окном вакуумной камеры, x_{vtx} — реконструированная x -координата вершины события;
- $\cos \theta_z^* < 0.7071$, где θ_z^* — угол вылета частиц относительно оси Z в системе центра масс сталкивающихся электрона и позитрона.

Первое условие определяется шириной бериллиевого окна вакуумной камеры. Второе условие обеспечивает срабатывание второго двухкоординатного детектора, сцинтилляционного годоскопа и калориметра от обеих распадных частиц. Третье кинематическое условие подавляет фон от процесса упругого электрон-позитронного рассеяния. Эффективность регистрации событий распада димюония составляет около 15% и слабо зависит от x_{vtx} до $x_{vtx} < 10$ см. Эффективность может быть увеличена до 30%, если разрешить запуск от одной зарегистрированной в калориметре частицы. При этом в половине событий для второй частицы будут только измерения координаты в вершинном детекторе и в первом слое двухкоординатных детекторов.

Ожидаемое разрешение детектора по x_{vtx} составляет около 150 $\mu\text{м}$. Таким образом, с учетом $\sigma_x^{IP} = 280 \mu\text{м}$ вершина распада димюония определяется с точностью $\sigma_{vtx} = 320 \mu\text{м}$.

Предполагается поставить ограничение на расстояние от центра области взаимодействия пучков до измеренной вершины распада

$$x_{vtx} > 6.25\sigma_{vtx} = 2.0 \text{ мм}, \quad (13)$$

которое в случае гауссового распределения обеспечивает подавление фона от упругого e^+e^- рассеяния в 5×10^9 раз.

При наборе данных при $E = 2m_\mu$ форма распределения по x координате восстановленной вершины при $x_{vtx} < 0$ измеряется по событиям e^+e^- рассеяния. Для измерения распределения при $x_{vtx} > 0$ (хвосты распределения могут оказаться асимметричными) потребуется сделать специальный фоновый заход, например, при $E = 2m_\mu + 2 \text{ МэВ}$.

Следует отметить, что наличие негауссовых хвостов в распределении по x_{vtx} может сильно влиять на отношение эффект/фон при регистрации димюония. Поэтому в кольцах коллайдера следует предусмотреть возможность установки коллиматоров, срезающих частицы, сильно отклоняющиеся от среднего значения положения пучка по горизонтали в месте встречи $|x^b| > 6\sigma_x^b$.

V. Измерение времени жизни

Распределение по x координате точки распада димюониев приведено на рис. 6 (слева). Для простоты пренебрегалось переходами типа $3^3S_1 \rightarrow 2^3P \rightarrow 1^3S_1$, слегка модифицирующими приведенную зависимость. Видно, что при достаточно большой статистике при аппроксимации измеренной зависимости по x_{vtx} можно определить число родившихся димюониев в различных состояниях ($1^3S_1, 2^3S_1, 3^3S_1, \dots$) и длины распада для этих состояний. Конечное разрешение по x_{vtx} искажает форму распадной кривой, как показано на рис. 6 (справа) для состояния 1^3S_1 . Однако для событий с $x_{vtx} > 2$ мм отличие от экспоненциальной зависимости не существенно. Меняется только нормировка функции:

$$\frac{N_0}{l} \exp\left(-\frac{x}{l}\right) \rightarrow \frac{N_0}{l} \exp\left(-\frac{x}{l}\right) \exp\left(\frac{\sigma_{vtx}^2}{2l^2}\right). \quad (14)$$

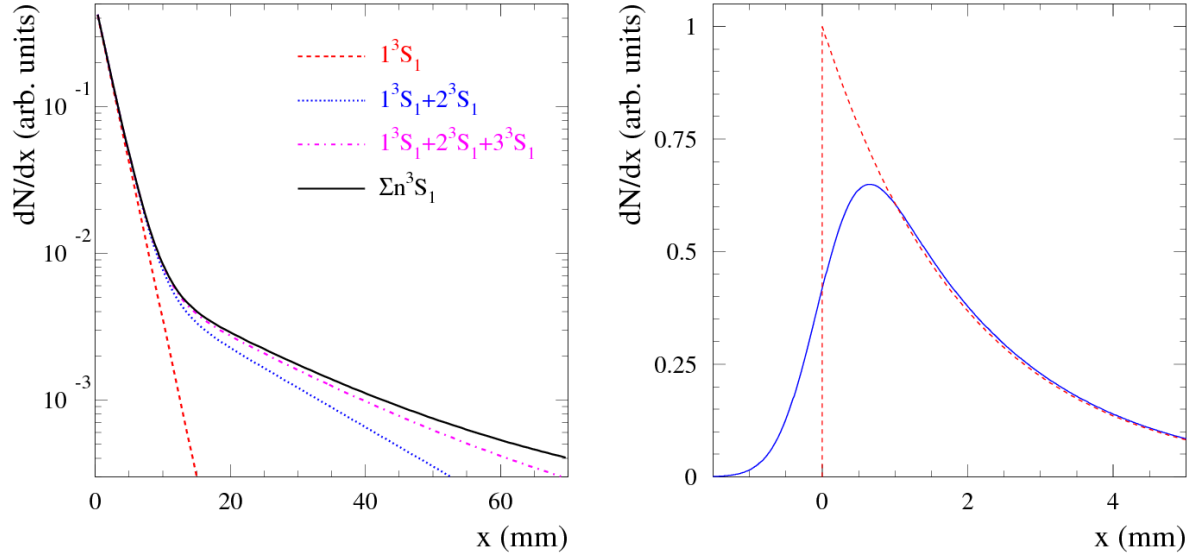


Рис. 6: Левый рисунок: Распределение по x координате точки распада димюониев, родившихся на μ троне (сплошная кривая). Отдельно показаны распадные кривые для состояния 1^3S_1 (пунктир), суммы 1^3S_1 и 2^3S_1 (точки) и суммы $1^3S_1 + 2^3S_1 + 3^3S_1$ (штрих-пунктир). Правый рисунок: Распределение по x координате точки распада димюониев в состоянии 1^3S_1 с учетом (сплошная кривая) и без учета (пунктир) разрешения ($\sigma_{vtx} = 470 \mu\text{m}$).

Таблица III: Количество распадов димюония в состояниях 1^3S_1 , 2^3S_1 и 3^3S_1 , зарегистрированных на μ троне за 24 часа и 10^7 с в двух местах встречи. Отбираются события с $x_{vtx} > 2$ мм. Эффективность регистрации равна 15%.

Время	час	10^7 с
Событий 1S/2S/3S	4.7/1.4/0.46	13.2k/3.91k/1.27k

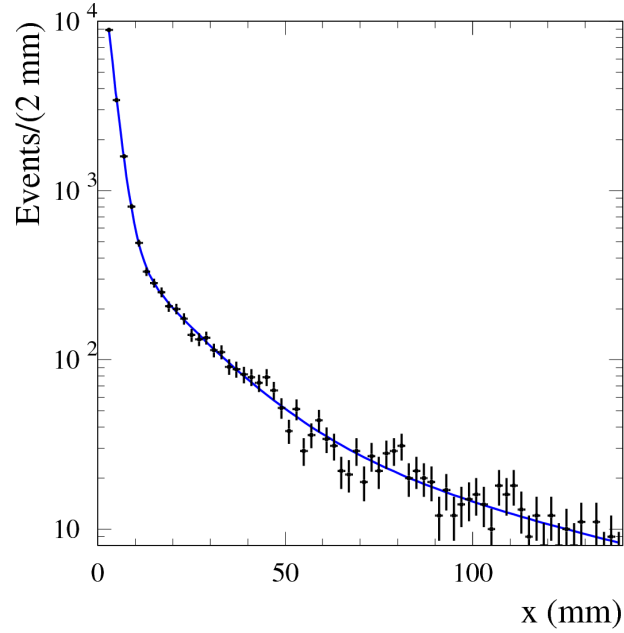


Рис. 7: Моделированное распределение по точке распада димюония. Данные набираются в двух местах встречи в течение 10^7 с. Эффективность регистрации предполагается равной 15%. Моделируются распады состояний n^3S_1 , $n = 1, 5$. Кривая — результат аппроксимации, описанной в тексте.

Таблица IV: Результаты аппроксимации моделированной зависимости, приведенной на рис. 7, при $x_{vtx} > 2.3$ мм. Статистика соответствует времени набора данных 10^7 с в двух местах встречи. N_{1S} , N_{2S} и N_{3S} — числа событий димюония, произведенных в состояниях 1^3S_1 , 2^3S_1 и 3^3S_1 . l_{1S} , l_{2S} и l_{3S} — их длины распада.

Параметр	Истинное значение	Результат аппроксимации
$N_{1S} \times 10^{-3}$	118.1	118.9 ± 1.7
l_{1S} , $\mu\text{м}$	2020	2008 ± 36
$N_{2S}/N_{1S} \times 10^3$	125	123 ± 14
l_{2S} , мм	16.2	15.7 ± 1.9
$N_{3S}/N_{1S} \times 10^3$	37	41 ± 15
l_{3S} , мм	54.5	54 ± 14

Количества распадов димюония в состояниях 1^3S_1 , 2^3S_1 и 3^3S_1 , зарегистрированных за сутки и за экспериментальный сезон (10^7 с) в двух местах встречи приведены в таблице III. Отбираются события с $x_{vtx} > 2.0$ мм. Эффективность регистрации предполагается равной 15%. Результат моделирования распределения событий по параметру x_{vtx} , накопленных за экспериментальный сезон показан на рис. 7. Моделировалось пять экспонент, т.е. распады состояний n^3S_1 , $n = 1, 5$. Кривая на рис. 7 результат аппроксимации распределения суммой пяти экспонент. Свободными параметрами аппроксимации были параметры 3 экспонент для распадов состояний димюония 1^3S_1 , 2^3S_1 и 3^3S_1 , перечисленные в таблице IV. Остальные 4 параметра фиксировались на истинных значениях. В таблице IV результаты аппроксимации сравниваются со значениями, использованными при моделировании. Видно, что за один экспериментальный сезон параметры для состояния димюония 1^3S_1 могут быть определены с точностью лучше 2%. Из длины распада может быть вычислено время жизни $\tau = l/(c\beta\gamma)$. Точность знания $\beta\gamma$ определяется точностями измерения энергии в системе центра масс (около 4 кэВ, см. секцию VII) и точностью измерения энергий пучков, которые предполагается измерять с помощью системы, основанной на регистрации обратного комптоновского рассеяния фотонов от лазера [31], с точностью около 50 кэВ. В результате ожидается точность $\beta\gamma$ около 10^{-4} . Таким образом за несколько лет набора данных можно выйти на субпроцентную точность в измерении времени жизни состояния димюония 1^3S_1 . Следует отметить, что радиационные поправки дают вклад во время жизни на уровне 1% [32].

Параметр N_{1S} пропорционален электронной ширине Γ_{ee} . Для ее вычисления надо знать интегральную светимость, которая может быть измерена по событиям упругого e^+e^- рассеяния с точностью лучше 1%, и разброс энергии в системе центра масс, измеряемый с точностью около 2 кэВ (см. секцию VII). Таким образом, электронная ширина состояния димюония 1^3S_1 за сезон может быть измерена с точностью около 1.5%.

Те же параметры для состояний 2^3S_1 и 3^3S_1 могут быть измерены с точностями 15% и 30%.

VI. Эксперименты с фольгой

В вакуумной камере коллайдера вблизи места встречи (рис. 5) имеется штанга, с помощью которой на пути пучка атомов димюония (ось x) может быть помещена фольга из бериллия. При прохождении фольги, атомы димюония взаимодействуют с атомами мишени электромагнитным образом. В результате они или ионизируются (диссоциируют на пару μ^+mu^-), или переходят из одного квантового состояния в другое. При этом переходы между орто- и пара-состояниями значительно подавлены [33, 34]. Поэтому при рассмотрении эволюции в фольге состояний димюония, рожденных в e^+e^- столкновениях, в фольге можно рассматривать переходы между орто-состояниями [35]. В качестве примера ниже приведены уравнения эволюции для состояний с $n = 1$ и 2, переходами в состояния с большими n пренебрегается.

$$\begin{aligned}
\frac{dN_{1S}}{dl} &= -n\sigma(1S \rightarrow X)N_{1S} + n\sigma(2P \rightarrow 1S)N_{2P}, \\
\frac{dN_{2S}}{dl} &= -n\sigma(2S \rightarrow X)N_{2S} + n\sigma(2P \rightarrow 2S)N_{2P}, \\
\frac{dN_{2P}}{dl} &= -n\sigma(2P \rightarrow X)N_{2P} + n\sigma(1S \rightarrow 2P)N_{1S} + n\sigma(2S \rightarrow 2P)N_{2S},
\end{aligned} \tag{15}$$

где $N_{1S,2S,2P}(l)$ — это число состояний $1S$, $2S$ и $2P$ после прохождения первоначальным потоком расстояния l в фольге, n — количество атомов мишени (фольги) в единицу объема, $\sigma(i \rightarrow j)$ — сечение перехода состоя-

ния i в состояние j и $\sigma(i \rightarrow X)$ — полное сечение перехода состояния i во все конечные состояния (включая диссоциацию).

Удобно выразить толщину мишени через безразмерную величину $z = l/l_0$, используя в качестве стандартной длины длину диссоциации-возбуждения $1S$ состояния

$$l_0 = \frac{1}{n\sigma(1S \rightarrow X)} = \frac{A}{\rho N_A \sigma(1S \rightarrow X)}. \quad (16)$$

Здесь A — молярная масса вещества мишени, ρ — его плотность, N_A — число Авогардо. Для бериллия сечение, вычисленное по работам [34, 36], составляет $\sigma(1S \rightarrow X) = 2.20 \times 10^{-22}$ см² и $l_0 = 368$ мкм, для алюминия $\sigma(1S \rightarrow X) = 2.09 \times 10^{-21}$ см² и $l_0 = 79.4$ мкм, для свинца $\sigma(1S \rightarrow X) \approx 6.89 \cdot 10^{-20}$ см² и $l_0 = 4.4$ мкм.

Если длину измерять через безразмерную величину z , кинетические уравнения (15) примут вид

$$\begin{aligned} \frac{dN_{1S}}{dz} &= -N_{1S} + \frac{\sigma(2P \rightarrow 1S)}{\sigma(1S \rightarrow X)} N_{2P}, \\ \frac{dN_{2S}}{dz} &= -\frac{\sigma(2S \rightarrow X)}{\sigma(1S \rightarrow X)} N_{2S} + \frac{\sigma(2P \rightarrow 2S)}{\sigma(1S \rightarrow X)} N_{2P}, \\ \frac{dN_{2P}}{dz} &= -\frac{\sigma(2P \rightarrow X)}{\sigma(1S \rightarrow X)} N_{2P} + \frac{\sigma(1S \rightarrow 2P)}{\sigma(1S \rightarrow X)} N_{1S} + \frac{\sigma(2S \rightarrow 2P)}{\sigma(1S \rightarrow X)} N_{2S}. \end{aligned} \quad (17)$$

В такой форме они слабо чувствительны к Z (атомному номеру) мишени, так как отношения сечений слабо зависят от этого параметра. Для бериллия получаются следующие численные значения отношений:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma(1S \rightarrow 2P)}{\sigma(1S \rightarrow X)} &= \frac{\sigma(2P \rightarrow 1S)}{\sigma(1S \rightarrow X)} \approx 0.49, \\ \frac{\sigma(2S \rightarrow 2P)}{\sigma(1S \rightarrow X)} &= \frac{\sigma(2P \rightarrow 2S)}{\sigma(1S \rightarrow X)} \approx 6.32, \\ \frac{\sigma(2S \rightarrow X)}{\sigma(1S \rightarrow X)} &\approx 9.77, \quad \frac{\sigma(2P \rightarrow X)}{\sigma(1S \rightarrow X)} \approx 12.6. \end{aligned} \quad (18)$$

Если фольга расположена на расстоянии d мм от точки рождения димюония, то начальные условия для системы уравнений (17) будут

$$N_{1S}(0) = N_0 e^{-d/2.02}, \quad N_{2S}(0) = 0.125 N_0 e^{-d/16.16}, \quad N_{2P}(0) = 0, \quad (19)$$

где N_0 есть количество $1S$ состояний в точке рождения, а распадная длина димюония в состоянии nS равна $2.02n^3$ мм. Численные результаты расчета представлены в таблице V.

Таблица V: Результаты численного расчета относительных выходов $1S$, $2S$ и $2P$ состояний после прохождения фольги относительной толщиной z .

z	$\frac{N_{1S}(z)}{N_0}, d=2 \text{ мм}$	$\frac{N_{1S}(z)}{N_0}, d=5 \text{ мм}$	$\frac{N_{2S}(z)}{N_0}, d=2 \text{ мм}$	$\frac{N_{2S}(z)}{N_0}, d=5 \text{ мм}$	$\frac{N_{2P}(z)}{N_0}, d=2 \text{ мм}$	$\frac{N_{2P}(z)}{N_0}, d=5 \text{ мм}$
0.0	0.37	0.084	0.11	0.092	0.0	0.0
0.1	0.34	0.077	0.052	0.042	0.035	0.023
0.2	0.31	0.071	0.034	0.024	0.033	0.019
0.3	0.28	0.065	0.025	0.016	0.027	0.014
0.4	0.25	0.059	0.019	0.011	0.023	0.010
0.5	0.23	0.054	0.016	0.007	0.019	0.008
0.6	0.21	0.049	0.013	0.005	0.017	0.006
0.7	0.19	0.045	0.011	0.004	0.014	0.005
0.8	0.17	0.041	0.010	0.003	0.013	0.004
0.9	0.16	0.037	0.008	0.003	0.011	0.003
1.0	0.14	0.033	0.007	0.002	0.010	0.003

На рисунке 8 показано распределение по x координате точки распада димюониев, родившихся на μ троне до и после прохождения бериллиевой фольги толщиной $74 \mu\text{м}$, расположенной в 5 мм от места встречи. Видно, что после прохождения фольги часть димюониев оказывается в состоянии 2^3P . Они испускают фотон и переходят в состояние 1^3S_1 . Измеряя распределение по вершине распада димюония при разных положениях и толщинах фольги, можно получить информацию о сечениях ионизации и возбуждения димюония.

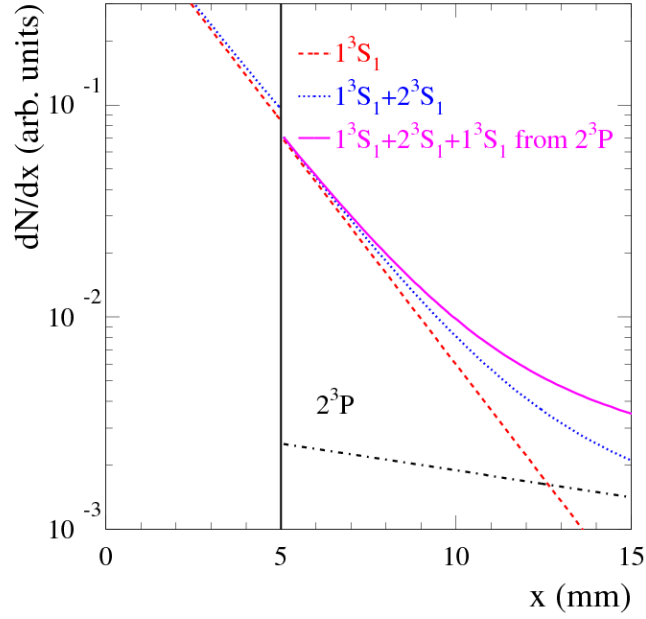


Рис. 8: Распределение по x координате точки распада димюониев, родившихся на μ троне до и после прохождения бериллиевой фольги толщиной $74 \mu\text{м}$, расположенной в 5 мм от места встречи. Показаны распадные кривые для состояний 1^3S_1 (пунктир), 2^3P (штрих пунктир), суммы 1^3S_1 и 2^3S_1 (точки) и суммы 1^3S_1 , 2^3S_1 и 1^3S_1 от распадов состояний 2^3P (сплошная кривая).

VII. Процесс $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ вблизи порога

Энергия связи димюония в основном состоянии равна 1.4 кэВ и много меньше энергетического разброса. Таким образом, μ трон фактически работает при энергии в системе центра масс равной $2m_\mu$, т.е. на пороге реакции $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$. Энергетическая зависимость борновского сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ дается следующей формулой

$$\sigma_B^{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}(E) = \frac{2\pi\alpha^2\beta}{E^2} \left(1 - \frac{\beta^2}{3}\right) C(E), \quad (20)$$

где $\beta = \sqrt{1 - 4m_\mu^2/E^2}$ — скорость мюона. Множитель $C(E)$ (фактор Зоммерфельда-Гамова-Сахарова) описывает вклад кулоновского взаимодействия конечных мюонов:

$$C(E) = \frac{\eta}{1 - e^{-\eta}}, \quad \eta = \frac{\pi\alpha}{\beta}. \quad (21)$$

Он существенно модифицирует энергетическое поведение сечения вблизи порога, в частности, приводит к ненулевому значению на пороге:

$$\sigma_B^{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}(2m_\mu) = \frac{2\pi^2\alpha^3}{4m_\mu^2}. \quad (22)$$

Влияние фактора Зоммерфельда-Гамова-Сахарова на сечение вблизи порога демонстрируется на рис. 9.

Следует отметить, что приведенное выражение для $C(E)$ справедливо в нерелятивистском случае ($\eta = 2\pi\alpha/v$, где $v = 2\beta$ — относительная скорость мюонов). Релятивистское обобщение формулы (21) обсуждается в работе [38], где предложен вариант замены

$$v = \frac{2\beta}{1 + \beta^2} \text{ и } \eta = \frac{\pi\alpha}{\beta}(1 + \beta^2). \quad (23)$$

При $\beta = 0.2$, соответствующем $E - 2m_\mu \approx 2 \text{ МэВ}$, такая замена модифицирует множитель $C(E)$ незначительно, от 1.0584 до 1.0608 , однако при $\beta = 1$ изменение вполне измеримо, от 1.0115 до 1.0231 .

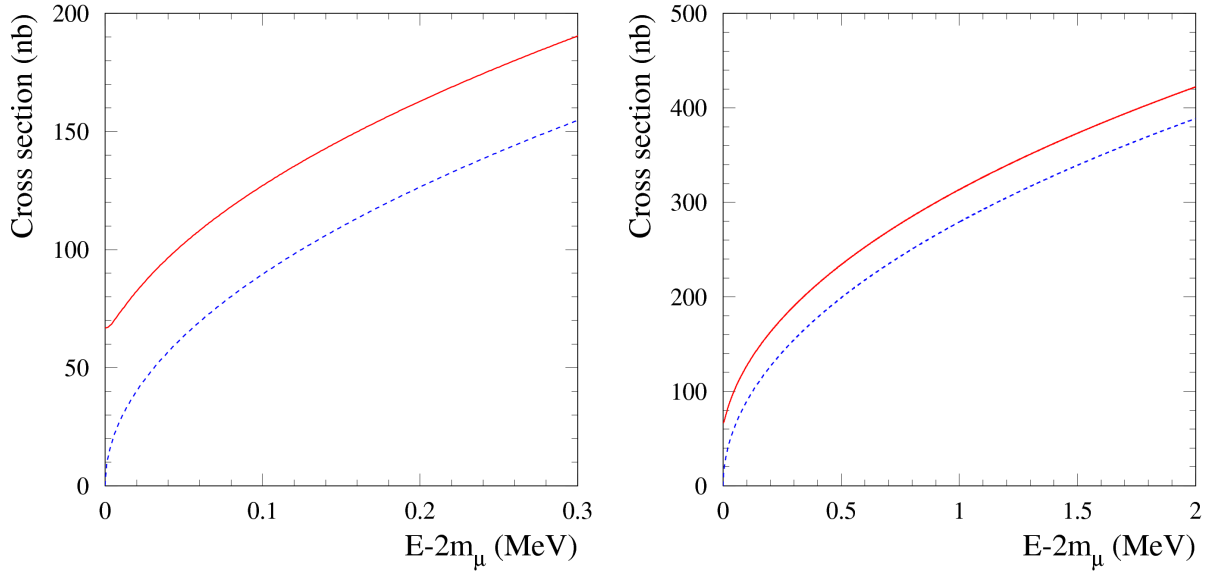


Рис. 9: Энергетическая зависимость борновского сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ (сплошная линия). Пунктирной линией показано сечение с $C(E) = 1$.

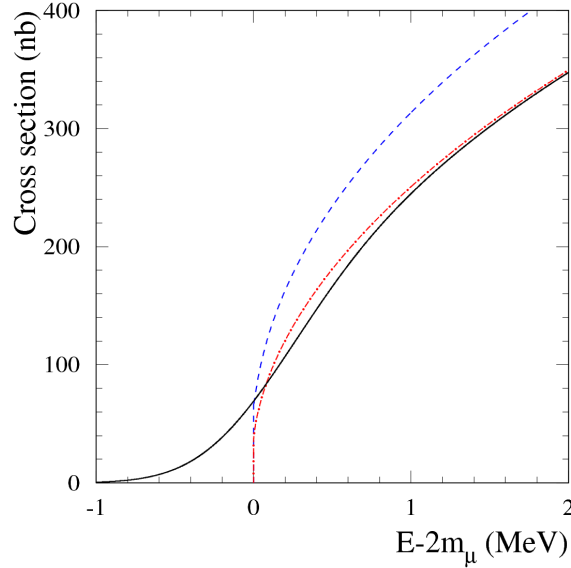


Рис. 10: Энергетическая зависимость борновского сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ (пунктир), сечения с учетом радиационных поправок (штрих-пунктир) и его свертка с распределением Гаусса, описывающим энергетический разброс (сплошная линия) с $\sigma_E = 400$ кэВ.

Радиационные поправки и энергетический разброс в коллайдере модифицируют энергетическую зависимость сечения. Борновское сечение (20), сечение с учетом радиационных поправок (7) и его свертка с распределением Гаусса, описывающим энергетический разброс (8) с $\sigma_E = 400$ кэВ показаны на рис. 10.

Родившаяся вблизи порога пара $\mu^+\mu^-$ движется в направлении оси x . На рис. 11 показана зависимость максимального угла между направлением мюона и осью x от $E - 2m_\mu$. Для геометрии регистрирующей аппаратуры вблизи места встречи, изображенной на рис. 4, угловой размер переднего окна составляет 3.2° ($\tan \alpha = 1.5/27$). Таким образом, мюоны от реакции $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ при $E - 2m_\mu < 2$ МэВ будут выводиться через переднее окно вакуумной камеры с эффективностью близкой к 100%.

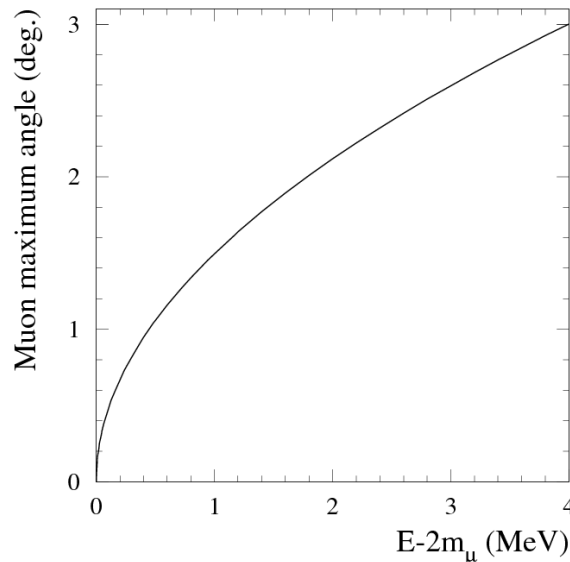


Рис. 11: Зависимость максимального угла между направлением мюона и осью x от $E - 2m_\mu$.

Для регистрации мюонных пар предполагается использовать небольшой детектор (магнитный спектрометр) расположенный перпендикулярно оси x . Магнит с полем 0.5 Т, направленным по оси z , расположен в метре от места встречи. Спектрометр состоит из четырех двухкоординатных детекторов на основе GEM и двух сцинтилляционных счетчиков, между которыми находится железный поглотитель. Толщина поглотителя подбирается, чтобы обеспечить e/μ -разделение. Вместо поглотителя может стоять пороговый черенковский счетчик на основе аэрогеля. В спектрометре мюонных пар измеряются углы вылета и импульсы мюонов. С помощью этого детектора события процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ при $T = E - 2m_\mu < 2$ МэВ могут быть зарегистрированы практически без фона с эффективностью близкой к 100%. Измерение зависимости сечения реакции $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ от энергии пучков при сохранении угла между пучками позволит провести калибровку энергии в системе центра масс и ее разброса. За три часа набора данных, по часу в трех точках с $T = -1, 0, 2$ МэВ, энергия может быть измерена с точностью около 4 кэВ, а ее разброс — с точностью 2 кэВ. При наборе данных на пороге реакции $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ спектрометр мюонных пар позволит контролировать точность установки энергии и ее разброс. Этот же детектор измеряет направление импульса сталкивающихся электрона и позитрона. Для измерения энергии электронов и позитронов в кольцах коллайдера предполагается использовать систему измерения энергии на основе обратного комптоновского рассеяния лазерных фотонов. Измерение и контроль параметров коллайдера совершенно необходимы для эксперимента по измерению свойств димюония [31].

Следует отметить, что измерение сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ вблизи порога имеет самостоятельный интерес, поскольку экспериментальной проверки расчета кулоновского взаимодействия в конечном состоянии с высокой точностью не проводилось. С помощью описанного спектрометра предполагается также провести прецизионное измерение сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ вблизи порога.

-
- [1] B. Adeva *et al.*, Phys. Lett. B **704**, 24 (2011).
 - [2] B. Adeva *et al.*, Phys. Rev. D **96**, 052002 (2017).
 - [3] A. Antognini *et al.*, Science **339**, 417 (2013).
 - [4] J. J. Krauth *et al.*, arXiv:1706.00696 [physics.atom-ph].
 - [5] G. W. Bennett *et al.* (Muon g-2 Collaboration), Phys. Rev. D **73**, 072003 (2006).
 - [6] M. Davier, A. Hoecker, B. Malaescu and Z. Zhang, arXiv:1706.09436 [hep-ph].
 - [7] F. Jegerlehner, Springer Tracts Mod. Phys. 274, pp.1 (2017); <https://doi.org/10.1007/978-3-319-63577-4>.
 - [8] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), Phys. Rev. Lett. **113**, 151601 (2014).
 - [9] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), JHEP **1708**, 055 (2017).
 - [10] U. D. Jentschura, G. Soff, V. G. Ivanov and S. G. Karshenboim, Phys. Rev. A **56**, 4483 (1997).
 - [11] S. G. Karshenboim, V. G. Ivanov, U. D. Jentschura and G. Soff, J. Exp. Theor. Phys. **86**, 226 (1998).

- [12] H. Lamm, Phys. Rev. A **95**, 012505 (2017).
- [13] Y. Ji and H. Lamm, Phys. Rev. A **94**, 032507 (2016).
- [14] V.N.Baier and V.S.Synakh, JETP, **41**, 1576 (1961) (In Russian).
- [15] S. M. Bilenky, V. H. Nguyen, L. L. Nemenov and F. G. Tkebuchava, Yad. Fiz. **10**, 812 (1969).
- [16] N. Arteaga-Romero, C. Carimalo and V. G. Serbo, Phys. Rev. A **62**, 032501 (2000).
- [17] I.F. Ginzburg *et al.*, Phys. Rev. C **58**, 3565 (1998).
- [18] L. L. Nemenov, Yad. Fiz. **15**, 1047 (1972).
- [19] G. A. Kozlov, Sov. J. Nucl. Phys. **48**, 167 (1988).
- [20] H. Lamm, <https://indico.gsi.de/event/5012/session/7/contribution/14/material/slides/0.pdf>
- [21] V.W. Hughes and B. Maglic, Bull. Am. Phys. Soc. **16**, 65 (1971).
- [22] S. J. Brodsky and R. F. Lebed, Phys. Rev. Lett. **102**, 213401 (2009).
- [23] P. Hansson Adrian *et al.*, «Status of the Heavy Photon Search Experiment at Jefferson Laboratory», https://www.jlab.org/exp_prog/proposals/12/C12-11-006.pdf
- [24] REDTOP Experiment web page. <http://redtop.fnal.gov/>
- [25] T. Itahashi, H. Sakamoto, A. Sato and K. Takahisa, Low Energy Muon Apparatus for True Muonium Production, JPS Conf. Proc. **8**, 025004 (2015).
- [26] Оценка В.П.Дружинина.
- [27] C. Itzykson and J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory* (McGraw Hill, New York 1980).
- [28] E. A. Kuraev, V. S. Fadin, Sov. J. Nucl. Phys., **41** (1985) 466,
- [29] A. Bogomyagkov, New Concept of a very Compact e+e- Collider with Monochromatization and Maximum Beam Energy of around 200 MeV, talk given at eeFACT2016 workshop, 24-27th October 2016, Daresbury, United Kingdom, <https://eventbooking.stfc.ac.uk/uploads/eefact/mumutron-eefact2016-2.pptx>
- [30] N. I. Azorskiy *et al.*, Instrum. Exp. Tech. **58**, no. 5, 593 (2015). [Prib. Tekh. Eksp. **2015**, no. 5, 11 (2015)].
- [31] E. V. Abakumova *et al.*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A **744**, 35 (2014); E. V. Abakumova *et al.*, JINST **10**, T09001 (2015).
- [32] U. D. Jentschura, G. Soff, V. G. Ivanov, and S. G. Karshenboim, Phys. Rev. A **56**, 4483 (1997).
- [33] S. Mrowczynski, Interaction of Relativistic Elementary Atoms With Matter. 1. General Formulas, Phys. Rev. D **36**, 1520 (1987).
- [34] K. G. Denisenko and S. Mrowczynski, Interaction of Relativistic Elementary Atoms With Matter. 2. Numerical Results, Phys. Rev. D **36**, 1529 (1987).
- [35] A. Banburski and P. Schuster, The Production and Discovery of True Muonium in Fixed-Target Experiments, Phys. Rev. D **86**, 093007 (2012).
- [36] S. Mrowczynski, Interaction of Elementary Atoms With Matter, Phys. Rev. A **33**, 1549 (1986).
- [37] <http://www.kbkha.ru/?p=8&cat=11&prod=62>
- [38] A. B. Arbuzov and T. V. Kopylova, JHEP **1204**, 009 (2012) [arXiv:1111.4308 [hep-ph]].