

7. Formale Sprachen und Chomsky Hierarchie

Definition Grammatik

Eine Grammatik ist ein Tupel (N, T, S, P) und beschreibt eine Sprache.

N : Alphabet der nichtterminalen Symbole

T : Alphabet der terminalen Symbole ($T \cap N = \emptyset$)

S : Startsymbol $\in N$

P : Produktionsmenge $\subset (N \cup T)^+ \times (N \cup T)^*$

Definition Chomsky Hierarchie

Typ 0: **Allgemeine Grammatiken**. Keine Bedingung

Typ 1: **Nichtverkürzende Grammatiken**. Für alle Produktionen $\alpha \rightarrow \beta$ gilt: $\alpha, \beta \in (N \cup T)^+$ und $|\alpha| \leq |\beta|$ (d.h. linke Seite der Produktionen ist kleiner als die rechte Seite)

Typ 2: **Kontextfreie Grammatiken**. Für alle Produktionen $\alpha \rightarrow \beta$ gilt: $\beta \in (N \cup T)^+$ und $\alpha \in N$ (d.h. auf der linken Seite der Produktion stehen nur Nichtterminale)

Typ 3: **(Rechts-) lineare Grammatiken**. Für alle Produktionen $\alpha \rightarrow \beta$ gilt: $\alpha \in N$ und $\beta = tB$, wobei $B \in N \cup \{\varepsilon\}$ und $\beta \neq \varepsilon$ (d.h. die rechte Seite der Produktion besteht nur aus Terminalsymbolen und optional zusätzlich einem Nichtterminalsymbol rechts davon)

Sonderregel zum leeren Wort:

Zusätzliche Produktion $S_{\text{neu}} \rightarrow S \mid \varepsilon$

Definition Normalformen

Typ	3	2	1	0
$A \rightarrow \varepsilon$				x
$A \rightarrow t$	x	x	x	x
$A \rightarrow tB$	x			x
$A \rightarrow BC$		x	x	x
$AB \rightarrow CD$			x	x

Aufgabe 1

Geben Sie die Produktionen einer Grammatik G vom jeweiligen Typ an, mit $L(G) =$

- a) $\{ a b^n a \mid n \in \mathbb{N} \}$ (Typ 3)
- b) $\{ a^n b c^n \mid n \in \mathbb{N} \}$ (Typ 2)
- c) $\{ 1 v \mid v = (0 \cup 1)^* \}$ (Typ 3)
- d) $\{ a^m b^n c^{m+n} \mid m, n \in \mathbb{N}_0 \}$ (Typ 2)
- e) $\{ a^n b^m \mid n \in \mathbb{N}_0, m \in \mathbb{N}, m > n+3 \}$

Aufgabe 2

Gegeben ist die Grammatik $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, S, P)$

$P = \{ S \rightarrow abaA \mid A,$

$A \rightarrow aA \mid B,$

$B \rightarrow bb \}$

- a) Welchen Typ hat die Grammatik? Normalisieren Sie die Grammatik
- b) Geben Sie zu der Normalform eine Ableitung des Wortes „abaaabb“ an
- c) Geben Sie eine Sprache L an, mit $L(G) = L$

Aufgabe 3

Sei $R = ((a \cup b) ac^*)$ und L die von R erzeugte Sprache

- a) Geben Sie eine Typ 3 Grammatik an, die L erzeugt
- b) Geben Sie eine Ableitung für das Wort „baccac“ an
- c) Konstruieren Sie den zugehörigen endlichen Automaten

Aufgabe 4

Sei $L = \{ a^i b^j v \mid v = (c \cup d)^*; i, j \in \mathbb{N}_0 \}$

- Geben Sie eine Typ 3 Grammatik an, die L erzeugt (Hinweis: Nutzen Sie die Sonderregel für das leere Wort)
- Konstruieren Sie den zugehörigen endlichen Automaten

Aufgabe 5

Sei $A = (\{x, y\}, \{S_0, S_1, S_2, S_3, S_f\}, S_0, \delta \text{ gem. Graph}, \{S_f\})$ ein DEA. Konstruieren Sie eine zugehörige Grammatik G .

