

# Mathe 1 Tutorium Blatt 1

Alex B.

October 2024

## 1 Aussagenlogik

- Eine Aussage ist ein Sachverhalt, dessen Wahrheitsgehalt eindeutig bestimmbar ist. Man kann Sie in der Logik mit einem Großbuchstaben wie A abkürzen.
- Ist der Wahrheitsgehalt von einer Variable abhängig, so handelt es sich um ein Prädikat
- Für Aussagen gibt es die Operationen *Konjunktion* ( $\wedge$ ), *Disjunktion* ( $\vee$ ), *Negation* ( $\neg$ ), *Implikation* ( $\Rightarrow$ ) und *Äquivalenz* ( $\Leftrightarrow$ )
- Eine Aussagenverbindung ist eine *Tautologie*, wenn sie für jede Belegung wahr ist. Eine Aussagenverbindung ist eine *Kontradiktion*, wenn sie für jede Aussagenverbindung falsch ist
- Es gelten die Gesetze *Idempotenz*, *Kommutativgesetz*, *Assoziativgesetz*, *Distributivgesetz* und die *De Morgan-Regeln* ( $\neg(a \wedge b) = \neg(a) \vee \neg(b)$ ,  $\neg(a \vee b) = \neg(a) \wedge \neg(b)$ )
- Die Werte von Aussagen kann man mithilfe von Wahrheitstabellen überprüfen
- Eine Aussage lässt sich in eine Normalform (Konjunktiv oder Disjunktiv) umformen

## 2 Aufgaben

1. Bestimmen Sie die Wahrheitstabelle für die folgenden Aussagen:
  - (a)  $(P \vee Q) \wedge \neg R$
  - (b)  $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)$
  - (c)  $\neg(P \vee Q) \Rightarrow (P \wedge R)$
2. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen Tautologien, Kontradiktionen oder erfüllbar sind:
  - (a)  $(P \wedge \neg P) \vee Q$

- (b)  $(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg Q \Rightarrow \neg P)$   
 (c)  $(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R) \wedge (\neg Q \vee \neg R)$
3. Bringe die folgenden Aussagen in die DNF:
- (a)  $\neg(\neg P \vee Q) \vee (P \wedge \neg Q)$   
 (b)  $(P \Rightarrow Q) \vee (Q \Rightarrow R)$   
 (c)  $\neg((P \Rightarrow Q) \wedge R) \vee ((Q \vee \neg P) \Rightarrow R)$
4. Für welche Belegungen der Variablen sind die folgenden Wahrheitswerte äquivalent?
- $(P \Rightarrow Q) \vee \neg R) \wedge \neg(Q \vee R)$
  - $(P \vee (Q \wedge R)) \Leftrightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee R))$

### 3 Mengenlehre

- Eine Zusammenfassung von unterscheidbaren Objekten bezeichnet man als Menge
- Die Menge aller Teilmengen einer Menge bezeichnet man als Potenzmenge
- Eine Schnittmenge  $(A \cap B)$  ist die Menge aller Elemente  $x$ , welche  $\in A$  als auch  $\in B$
- Eine Vereinigungsmenge  $(A \cup B)$  ist die Zusammenfassung beider Mengen
- Ein Mengenprodukt  $(A \times B)$  enthält alle möglichen Paare der Elemente beider Mengen
- Es gelten dieselben Gesetze wie bei der Aussagenlogik

### 4 Aufgaben

1. Gegeben seien die Mengen  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  und  $B = \{3, 4, u, v, w\}$
- a ) Bilde die Schnittmenge  $A \cap B$   
 b ) Bilde die Vereinigungsmenge  $A \cup B$   
 c ) Bilde das Mengenprodukt  $A \times B$
2. Gib den Wahrheitsgehalt der folgenden Aussagen an, wenn die Mengen folgendermaßen definiert sind:  $A = \mathbb{N}, B = \mathbb{N}_0$
- a )  $u \in B$   
 b )  $x \geq \forall x \in A$   
 c )  $x \geq \forall x \in B$   
 d )  $B \setminus A = \emptyset$