

Mathe 1 Tutorium Blatt 8

Alex B.

Dezember 2024

1 Eulersche Phi Funktion

- Die Eulersche Phi Funktion gibt für eine gegebene Zahl die Anzahl von Teilerfremden Zahlen von 1 bis zur Zahl an. $\varphi(n) = |\{k = 1, \dots, n : \text{ggT}(k, n) = 1\}|$
- Bei Primzahlen ist $\varphi(n) = n - 1$
- Bei allen anderen Zahlen lässt sich $\varphi(n)$ leicht mit der Primfaktorzerlegung berechnen. $\varphi(n) = n * (1 - \frac{1}{p_1}) * (1 - \frac{1}{p_2}) \dots$
- Sind m und n Teilerfremd, so ist $\varphi(m * n) = \varphi(m) * \varphi(n)$
- Ist eine Zahl a Teilerfremd zu einem Modulus m so gilt: $a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$

2 Aufgaben

- Berechne die Anzahl der ganzen Teilerfremder Zahlen, kleiner der gegebenen Zahl
 - a) 13
 - b) 49
 - c) 143
 - d) 1001
- Berechne mögliche Lösungen für folgende Zahlen (1 ist dabei nicht erlaubt)
 - a) $x \equiv 1 \pmod{193}$
 - b) $x \equiv 1 \pmod{111}$
 - c) $x \equiv 1 \pmod{420}$
- Berechne folgende Kongruenzen
 - a) $11^{963} \pmod{1400}$
 - b) $13^{1814} \pmod{907}$
 - c) $7^{2111} \pmod{299}$
 - d) $50^{4417} \pmod{883}$
 - e) $13^{10558} \pmod{2600}$