

Euler'sche Phi-Funktion:

Primfaktorzerlegung: $P_1 * P_2 * \dots * P_n$

$$\rightarrow \varphi(m) = m * (1 - 1/p_1) * \dots * (1 - 1/p_n)$$

Beispiel: $m = 90 \Rightarrow 2^1 * 3^2 * 5^1$

$$\varphi(90) = 90 * (1 - 1/2) * (1 - 1/3) * (1 - 1/5) = 24$$

Modulares Potenzieren:

1. Bestimme $\varphi(m)$

2. Schreibe b als ganzzahliges Vielfaches von $\varphi(m)$ plus Rest:

$$b = q * \varphi(m) + r, q \in \mathbb{Z}$$

3. Berechne $a^r \bmod m$

Aufgabe 1)

- a) Berechne $11^{963} \bmod 1400$
- b) Berechne $17^{719} \bmod 1001$
- c) Berechne $(11^{962} + 39^{432}) \bmod 13$

Aufgabe 2)

Beweise folgende Aussagen mithilfe der vollständigen Induktion:

a)

$$\sum_{i=1}^n (2i - 1) = n^2$$

b)

$$\prod_{i=1}^n 4^i = 2^{n(n+1)}$$