3. Regularität von Sprachen

Definition Reguläre Sprache

Eine Sprache L über einem Alphabet X heißt genau dann regulär, wenn es einen endlichen Automaten A (DEA oder NEA) gibt, mit L(A) = L.

Beweisführung mit Pumping – Lemma

Wenn Pumping – Lemma für L nicht gilt, ist L keine reguläre Sprache.

Schritt 1: Sei $p \in \mathbb{N}$ beliebig

Schritt 2: Finde ein Wort $x \in L$ mit $|x| \geq p$

Schritt 3: Zerlege x in drei Teile uvw mit $|uv| \leq p$ und $|v| \geq 1$ (Analog geht auch $|vw| \leq p$).

Schritt 4: Pumpe v, sodass das daraus entstandene Wort <u>nicht</u> $\in$ L. Diese Begründung hinschreiben.

Schritt 5: Daraus folgt Pumping – Lemma gilt nicht. L ist also nicht regulär.

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die Sprache nicht regulär ist.

a) $L = \{ a^n bb\, a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
b) $L = \{ a^n b^{n-2} \mid n \in \mathbb{N} \text{ und } n \geq 2\}$
c) $L = \{ a\, b^n a^{n+2} \mid n \in \mathbb{N}\}$
d) $L = \{a^n b^m c^i \mid n, m, i \in \mathbb{N}, n + m = i\}$

Aufgabe 2

Sind die folgenden Sprachen regulär? Begründen Sie.

a) $L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N} \text{ und } n \leq 2\}$
b) $L = \{c\, d^i cc\, d^{i+j} \mid i \in \mathbb{N}, j = |c|\}$
c) $L = \{x^n y\, u \mid n \in \mathbb{N}, u \in \{a, b\}^*, |u| \leq n+3\}$