

1. Mengenlehre und Formale Sprachen

Definition Menge:

Eine Menge fasst eine beliebige Menge an Elementen zusammen

Mögliche Schreibweisen:

- Aufzählung: $\{a_1, a_2, a_3\}$ oder $\{1, 2, \dots, 99\}$
- Mit Bedingung: $\{x \mid x \text{ ist ein Wort, welches mit „a“ anfängt}\}$ oder $\{x \in \mathbb{N}_0 \mid x > 2 \text{ und } x \leq 100\}$
- Textuell (Vorsicht! Nicht überall zugelassen): x ist eine gerade, natürliche Zahl

Aufgabe 1

- Beschreiben Sie die Menge aller natürlichen Zahlen, die Restlos durch drei teilbar sind
- Sei X die Menge $\{\text{„Affe“}, \text{„Aal“}, \text{„Biene“}, \text{„Tiger“}, \text{„Elefant“}\}$. Geben Sie die Menge der Wörter an, die mindestens ein „a“ enthalten und in X enthalten sind
- $X = \{9, \text{„a“}, 11, -2, \text{„Zebra“}, 13, 0\}$. Geben Sie die Menge der Elemente an, welche in \mathbb{N} und X enthalten sind.
- $X = \{1, 2, 3, \dots, 99\}$. Geben Sie die Menge aller geraden Zahlen in X an.

Aufgabe 2

Beschreiben Sie die folgenden Mengen Textuell:

- $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots, 1024\}$
- $\{x \in \mathbb{N} \mid x = y^2, y \in \mathbb{N}\}$
- $\{\text{„Anna“}, \text{„Otto“}, \text{„Level“}, \text{„Tat“}, \text{„nennen“}\}$

Definition Alphabet:

Eine endliche nicht leere Menge aus Symbolen.

Definition Wort:

Eine Folge von Symbolen eines Alphabets S heißt Wort über S . Es existiert ein leeres Wort ε . Ist w ein Wort über S so ist $|w|$ die Länge dieses Wortes und $|w|_s$ die Anzahl des Symbols s im Wort w .

Aufgabe 3

Sei $S = \{1, 2, 3, a, b, c\}$ ein Alphabet und w ein Wort über diesem Alphabet. Bestimmen Sie den Wert der nachfolgenden Operationen

- a) $|11a| =$
- b) $w = abc123$. $|w| =$
- c) $w = 212ac1$. $|w|_2 =$
- d) $|\varepsilon| =$

Definition Konkatenation von Wörtern:

Man kann zwei Wörter w und v über einem Alphabet S miteinander „verbinden“. Konkateniert man das Wort w (mehrfach) mit sich selbst, so kann man dies auch wie folgt schreiben: $(w)^x$, $x \in \mathbb{N}$.

Definition Wortmengen:

Sei S ein Alphabet. So ist S^n , $n \in \mathbb{N}_0$ die Menge aller Wörter über S mit der Länge n , S^* die Menge aller Wörter beliebiger Länge über S und S^+ die Menge aller nicht leeren Wörter über S .

Definition Formale Sprache:

Sei S ein Alphabet. Eine Teilmenge L von S^* heißt (formale) Sprache über S .

Aufgabe 4

Sei $X = \{a, b, c, \dots, y, z\}$ ein Alphabet. Beschreiben Sie nachfolgende Formale Sprachen L textuell

- a) $L = \{x \in X^* \mid |x| > 2\}$
- b) $L = \{x \in X^5 \mid |x|_e \geq 1\}$
- c) $L = \{x \in X^+ \mid |x| = 0\}$
- d) $L = \{x \in X^* \mid |x| < 5\}$
- e) $L = \{x \in X^* \mid |x|_a = 2, \text{ das Wort ist ein Palindrom}\}$

Aufgabe 5

Sei $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$ ein Alphabet. Beschreiben Sie nachfolgende Formale Sprachen in Mengenschreibweise

- a) Die Menge aller natürlichen Zahlen inklusive Null, kleiner Hundert.
- b) Die Menge aller natürlichen Zahlen zwischen Zehn und Zwanzig.
- c) Die Menge aller geraden natürlichen Zahlen.