Mathe 1 Tutorium Blatt 9

Alex B.

Januar 2025

1 Fundamentalsatz der Algebra

- Sei $p(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + ... + a_0, a_j \in \mathbb{C}, a_n \neq 0$, dann hat dieses Polynom bei geeigneter Zählung n Nullstellen
- Sind alle Koeffizienten des Polynoms reell, dann ist zu jeder komplexen Nullstelle z_i auch ihre konjugiert komplexe Zahl $\bar{z}_i$ eine Nullstelle
- Berechnen von weiteren Nullstellen bei gegebener Nullstelle: Vereinfachen des Polynoms durch Polynomdivision und Nullstellen des vereinfachten Polynoms berechnen. Für ein Polynom von Grad 2 gilt die Mitternachtsformel: $p(z) = az^2 + bz + c, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$, dann ist $z_{1/2} = \frac{-b+-\sqrt{-D}i}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$, wenn die Formel reell nicht lösbar ist.

2 Aufgaben

- Beweise nachfolgende Aussage durch vollständige Induktion: $\Pi_{k=0}^{n}(1 + \frac{1}{k-1+i}) = 1 - i * n, n \in \mathbb{N}$
- Berechne alle Nullstellen für das nachfolgende Polynom und stelle es in der zerlegten Form mit reellen Faktoren und komplexen Linearfaktoren dar. $p(z) = z^3 - 14z^2 + 58z - 80, z_1 = 3 + i$
- Berechne alle Koeffizienten a_i der nachfolgenden Polynome. Es ist dabei anzunehmen, dass alle Koeffizienten reell sind.

  a) $p(z) = z^4 + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0, z_1 = -2(doppelt), z_2 = 3 - 4i$

  b) $p(z) = z^4 + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0, z_1 = 2, z_2 = 3, z_3 = 2 - 3i$