Blatt 4

Dienstag, 21. Mai 2019 18:48

Aufgabe 1: Rechnen mit booleschen Ausdrücken

Vereinfachen Sie mit Hilfe der bekannten Rechenregeln folgende Ausdrücke:

- $\bar{A}B\bar{C} \vee \bar{A}\bar{B}\bar{C}$
- $A\bar{B} \vee \bar{A}B * (C \vee \overline{B})$
- $A \vee \bar{B} \vee \bar{A}B$
- $CD * (E \vee CD \vee \bar{D} * \overline{E})$
- $A\bar{B} \vee (\bar{A} \vee AB)\ (C \vee D)$

- $\bar{A}B\bar{C} \vee \bar{A}\bar{B}\bar{C} = \bar{A}\bar{C}(B \vee \bar{B})$ $\quad B \vee \bar{B} = 1$

  $= \bar{A}\bar{C} \cdot 1 = \underline{\bar{A}\bar{C}}$

- $A\bar{B} \vee \bar{A}B \cdot (C \vee \bar{B}) = A\bar{B} \vee \bar{A}BC \vee \bar{A}B\bar{B}$

  $= A\bar{B} \vee \bar{A}BC \vee \bar{A} \cdot 0$ $\quad B \cdot \bar{B} = 0$

  $= \underline{A\bar{B} \vee \bar{A}BC}$

- $A \vee \bar{B} \vee \bar{A}B = \underbrace{A \vee \bar{A}B}_{A \vee B} \vee \bar{B} = A \vee \underbrace{B \vee \bar{B}}_{=1}$

  $= \underline{A \vee 1 = 1}$

- $CD\,(E \vee CD \vee \bar{D}\bar{E}) =$

$= CDE \vee \underbrace{CDCD}_{=CD} \vee C\underbrace{D\bar{D}}_{=0}\bar{E}$

$= CDE \vee CD = CD\,E \vee CD\,1$

$= CD(E \vee 1) = CD$

- $A\bar{B} \vee (\bar{A} \vee AB)(C \vee D)$

$= A\bar{B} \vee \bar{A}C \vee \bar{A}D \vee ABC \vee ABD$

$= A \cdot (\bar{B} \vee BC \vee BD) \vee \bar{A}(C \vee D)$

$= A \cdot (\bar{B} \vee C \vee D) \vee \bar{A}(C \vee D)$

$= A\bar{B} \vee AC \vee AD \vee \bar{A}C \vee \bar{A}D$

$= A\bar{B} \vee C \vee D$

alternativ:

$A\bar{B} \vee (\underbrace{\bar{A} \vee AB}_{=\bar{A} \vee B})(C \vee D)$

$= A\bar{B} \vee (\bar{A} \vee B)(C \vee D)$

$= A\bar{B} \vee \bar{A}C \vee \bar{A}D \vee BC \vee BD$

$= A\bar{B} \vee \bar{A}(C \vee D) \vee B \cdot (C \vee D)$

$\Rightarrow$ an dieser Stelle müsste ein Erweitern der Schaltfunktion stattfinden.
Dies ist äußerst mühsam, daher hier nicht gezeigt.

Aufgabe 2: Min- und Maxterme

Geben Sie zu der untenstehenden Schaltfunktion die Minterme bzw. Maxterme mit zu den einschlägigen bzw. nicht-einschlägigen Indizes an:

X1	X2	X3	X4	Q
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Indizes	Minterme	Maxterme
0		$x_1 + x_2 + x_3 + x_4$
1		$x_1 + x_2 + x_3 + \overline{x_4}$
2	$\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 \cdot \overline{x_4}$	
3	$\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 \cdot x_4$	
4		$x_1 + \overline{x_2} + x_3 + x_4$
5	$\overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4$	
6		$x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3} + x_4$
7	$\overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$	
8	$x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4}$	
9	$x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot x_4$	
10		$\overline{x_1} + x_2 + \overline{x_3} + x_4$
11		$\overline{x_1} + x_2 + \overline{x_3} + x_4$
12	$x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4}$	
13	$x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4$	
14		$\overline{x_1} + \overline{x_2} + \overline{x_3} + x_4$
15		$\overline{x_1} + \overline{x_2} + \overline{x_3} + \overline{x_4}$

Aufgabe 3: KNF und DNF

Geben Sie die untenstehenden Schaltfunktionen jeweils in KNF und in DNF an:

a)

X1	X2	X3	X4	Q
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

KNF:

Maxterme der nicht-einschlägigen Indizes:

$$f = M_1 \wedge M_2 \wedge M_3 \wedge M_6 \wedge M_8 \wedge M_9 \wedge M_{12} \wedge M_{13} \wedge M_{14}$$

$$= (x_1 + x_2 + x_3 + \overline{x_4}) \wedge (x_1 + x_2 + \overline{x_3} + x_4) \wedge (x_1 + x_2 + \overline{x_3} + \overline{x_4}) \wedge (x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3} + x_4) \wedge (\overline{x_1} + x_2 + x_3 + x_4) \wedge (\overline{x_1} + x_2 + x_3 + \overline{x_4}) \wedge (\overline{x_1} + \overline{x_2} + x_3 + x_4) \wedge (\overline{x_1} + \overline{x_2} + x_3 + \overline{x_4})$$

$\wedge (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + x_4)$

DNF:

Minterme der einschlägigen Indizes:

$$f = m_0 + m_4 + m_5 + m_7 + m_{10} + m_{11} + m_{15}$$

$$= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4$$

$$+ \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4$$

$$+ x_1 x_2 x_3 x_4$$

---

b)

X1	X2	X3	X4	Q
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

KNF:

$$f = M_2 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_6 \cdot M_7 \cdot M_{10} \cdot M_{12} \cdot M_{14}$$

$$= (x_1 + x_2 + \bar{x}_3 + x_4) \cdot (x_1 + x_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_4)$$

$$\cdot (x_1 + \bar{x}_2 + x_3 + \bar{x}_4) \cdot (x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + x_4)$$

$$\cdot (x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_4) \cdot (\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3 + x_4)$$

$$\cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4) \cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + x_4)$$

DNF:

$$f = m_0 + m_1 + m_4 + m_8 + m_9 + m_{11} + m_{13} + m_{15}$$

$$= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$$

$$+ x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4$$

$$+ x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 x_4$$