

Лабораторна робота № 5

Тема : Економічна інтерпретація параметрів двофакторної моделі.

Мета : Навчитися знаходити та аналізувати параметри двофакторної моделі.

Обладнання : ПК, калькулятор.

Порядок виконання роботи

1. Побудувати таблицю коефіцієнтів до параметрів заданої статистичної моделі.
2. Оцінити щільність зв'язку зазначених параметрів.
3. Здійснити перевірку істотності параметрів.
4. Здійснити економічну інтерпретацію.
5. Зробити висновки на основі отриманих значень.

Приклад виконання роботи

1. Побудувати таблицю коефіцієнтів до параметрів залежності заробітної плати Y від двох факторів : стажу роботи робітників X1 і тарифного розряду X2 (Табл. 1).

номер робіт.	стаж роботи X1	тарифний розряд X2	денна заробітна плата Y, грн	YX ₁	YX ₂	X ₁ ²	X ₂ ²	Y ²	X ₁ X ₂	\hat{Y}	(Y- \hat{Y}) ²
1	1	2	30	30	60	1	4	900	2	23,828	38,095
2	3	3	60	180	180	9	9	3600	9	49,13	118,16
3	6	3	50	300	150	36	9	2500	18	74,02	576,94
4	5	2	70	350	140	25	4	4900	10	57,014	168,63
5	8	5	100	800	500	64	25	10000	40	108,03	64,483
6	10	4	90	900	360	100	16	8100	40	115,91	671,57
7	9	6	130	1170	780	81	36	16900	54	125,04	24,647
8	15	5	180	2700	900	225	25	32400	75	166,11	193,03
9	12	5	150	1800	750	144	25	22500	60	141,22	77,148
10	18	6	200	3600	1200	324	36	40000	108	199,7	0,087
Разом	87	41	1060	11830	5020	1009	189	141800	416	1060	1932,8
у серед.	8,7	4,1	106	1183	502	100,9	18,9	14180	41,6	106	193,28

Використаємо рівняння зв'язку з Лр№4, яке визначає залежність результативної ознаки від двох факторних, воно має вид:

$$\hat{Y}_{X_1 X_2} = -1,89 + 8,30X_1 + 8,71X_2.$$

2. Для оцінки щільного зв'язку в множинній лінійній кореляції використовують множинний коефіцієнт кореляції, що показує, яку частину загальної кореляції складають коливання, під впливом факторів X_1, X_2 , що закладені у двофакторну модель для дослідження:

$$R_{YX_1X_2} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2r_{yx_1}r_{yx_2}r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}},$$

де $r_{yx_1}, r_{yx_2}, r_{x_1x_2}$ - парні коефіцієнти лінійної кореляції:

$$r_{yx_1} = \frac{\bar{Y}\bar{X}_1 - \bar{Y}\bar{X}_1}{\sigma_y \sigma_{x_1}}; \quad \sigma_{x_1} = \sqrt{\bar{X}_1^2 - (\bar{X}_1)^2};$$

$$r_{yx_2} = \frac{\bar{Y}\bar{X}_2 - \bar{Y}\bar{X}_2}{\sigma_y \sigma_{x_2}}; \quad \sigma_{x_2} = \sqrt{\bar{X}_2^2 - (\bar{X}_2)^2};$$

$$r_{x_1x_2} = \frac{\bar{X}_1\bar{X}_2 - \bar{X}_1\bar{X}_2}{\sigma_{x_1} \sigma_{x_2}}. \quad \sigma_y = \sqrt{\bar{Y}^2 - (\bar{Y})^2}.$$

Підставимо значення в вище описані формули

$$\sigma_{x_1} = \sqrt{100,9 - 8,7^2} = \sqrt{25,21} = 5,02;$$

$$\sigma_{x_2} = \sqrt{18,9 - 4,1^2} = \sqrt{2,09} = 1,44;$$

$$\sigma_y = \sqrt{14180 - 106^2} = \sqrt{2944} = 54,26.$$

$$r_{yx_1} = \frac{1183 - 106 * 8,7}{54,26 * 5,02} = 0,959;$$

$$r_{yx_2} = \frac{502 - 106 * 4,1}{54,26 * 1,44} = 0,864;$$

$$r_{x_1x_2} = \frac{41,6 - 8,7 * 4,1}{5,02 * 1,44} = 0,820.$$

Високі значення парних коефіцієнтів кореляції свідчать про сильний вплив (окремо) стажу роботи і тарифного розряду на заробітну плату робітників.

Для виявлення щільності зв'язку між результативною ознакою і обома факторними ознаками водночас обчислюємо сукупний коефіцієнт множинної кореляції :

$$R_{YX_1X_2} = \sqrt{\frac{0,959^2 + 0,864^2 - 2 * 0,959 * 0,864 * 0,82}{1 - 0,820^2}} = \sqrt{0,936} = 0,967.$$

$R=0,967$, свідчить про те, що між двома факторними і результативною ознаками існує достатньо щільний зв'язок.

А сукупний коефіцієнт множинної детермінації $R^2 = 0,936$, свідчить про те, що варіація заробітної плати робітників на 93,6 % зумовлюється двома факторами (стажем

роботи і тарифним розрядом), уведеними в кореляційну модель. Це означає, що вибрані фактори суттєво впливають на досліджуваний показник.

3. Здійснити перевірку істотності параметрів моделі за t -критерієм Стьюдента.

$$t_{a_1} = |a_1| \frac{\sigma_{x_1} \sqrt{1 - r_{x_1 x_2}^2} \sqrt{n - m - 1}}{\sigma_y \sqrt{1 - R_{yx_1 x_2}^2}}; \quad t_{a_2} = |a_2| \frac{\sigma_{x_2} \sqrt{1 - r_{x_1 x_2}^2} \sqrt{n - m - 1}}{\sigma_y \sqrt{1 - R_{yx_1 x_2}^2}};$$

Підставивши значення отримаємо :

$$t_{a_1} = |8,30| \frac{5,02 * 0,572 * 2,646}{54,26 * 0,253} = 4,594; \quad t_{a_2} = |8,71| \frac{1,44 * 0,572 * 2,642}{54,26 * 0,253} = 1,381;$$

Тепер треба порівняти значення t_{a_1} , t_{a_2} з $t_{\text{табл}}$ (рівень значимості 0,05, числом степенів свободи розраховується за формулою : $n-m-1$, n – кількість спостережень ($n = 10$), m – кількість факторів ($m = 3$)). Отже, $t_{\text{табл}} = 2,365$. Так як $t_{a_1} > t_{\text{табл}}$, то параметр a_1 (стаж роботи), вважається істотним. А так як $t_{a_2} < t_{\text{табл}}$, то в значимості параметру регресії a_2 виникають сумніви. Однією з причин такої невизначеності судження даного параметру є невелика кількість спостережень, які повинні перевищувати число параметрів в 6-7 разів.

Так як модель багатофакторна, слід здійснити також перевірку адекватності всієї моделі, за допомогою F -критерія Фішера.

$$F_{\text{позр}} = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{\text{заг}}^2} * \frac{k_2}{k_1}, \quad \text{де } k_1 = m - 1 = 3 - 1 = 2, \quad k_2 = n - m = 10 - 2 = 8,$$

$$\sigma_{\text{заг}} = \frac{\sum(Y - \hat{Y})^2}{n}.$$

$F_{\text{позр}} = \frac{54,26^2}{193,28} * \frac{8}{2} = 60,93$. $F_{\text{табл}} = 5,32$. Отже, так як $F_{\text{позр}} >> F_{\text{табл}}$, більш ніж в 3 рази, то модель вважається адекватною.

4. Залежність денної заробітної плати від стажу роботи та тарифного розряду робітників описується рівнянням $\hat{Y}_{X_1 X_2} = -1,89 + 8,30X_1 + 8,71X_2$. Параметр $a_1=8,30$ свідчить про те, що із збільшенням стажу роботи на 1 рік, денна заробітна плата збільшиться на 8,3 грн; $a_2=8,71$ показує, що із збільшенням тарифного розряду робітника на один розряд, його денна заробітна плата зросте на 8,71 грн.

Щоб зробити висновки про порівняльну силу впливу кожного з факторів треба обчислити коефіцієнти еластичності E_i , а також бета-коефіцієнти за формулами :

$$E_i = a_i \frac{\bar{X}_i}{\bar{Y}}; \quad \beta_i = a_i \frac{\sigma_{x_i}}{\sigma_y}.$$

$$E_1 = 8,30 \frac{8,7}{106} = 0,68\%; \quad E_2 = 8,71 \frac{4,1}{106} = 0,34\%;$$

$$\beta_1 = 8,30 \frac{5,02}{54,26} = 0,768; \beta_2 = 8,71 \frac{1,44}{54,26} = 0,231.$$

Коефіцієнт еластичності показує, що більший абсолютний вплив здійснює фактор X_1 , тому що підвищення стажу на 1% приводить до зростання денної заробітної плати на 0,68%, а збільшення тарифного розряду на 1% забезпечить зростання денної заробітної плати на 0,34%.

Аналіз бета-коефіцієнтів показує, що на заробітну плату робітників найбільший вплив із двох досліджуваних факторів з урахуванням їхньої варіації має фактор X_1 .

За допомогою бета-коефіцієнтів можемо розрахувати найбільшу частку приросту результативної ознаки : $\Delta_i = \frac{\beta_i * r_{x_i y}}{R^2}$. Для перевірки використовується формула : $\sum \Delta_i = 1$.

$$\Delta_1 = \frac{0,768 * 0,959}{0,936} = 0,787; \Delta_2 = \frac{0,231 * 0,864}{0,936} = 0,213.$$

Аналіз Δ_i показує, що найбільша частка приросту денної заробітної плати може бути забезпечена розвитком першого фактора, тобто стажем роботи.

5. Зробити висновки.

Варіанти завдань

Встановити залежність обсягу реалізації продукції Y десяти підприємств від двох факторів : суми непрямих витрат X_1 та собівартості одиниці продукції X_2 .

№1

номер під-ва	Реалізація продукції, млн грн	Сума непрямих витрат, тис грн	Собівартість одиниці продукції, грн
1	12,0	462	68,8
2	18,8	939	70,2
3	11,0	506	71,4
4	29,0	1108	78,5
5	17,5	872	66,9
6	23,9	765	69,7
7	35,6	1368	72,3
8	15,4	1002	77,5
9	26,1	998	65,2
10	20,7	804	70,7

№2

номер під-ва	Реалізація продукції, млн грн	Сума непрямих витрат, тис грн	Собівартість одиниці продукції, грн
1	10,0	460	66,1
2	16,8	937	68,6
3	9,0	504	69,7
4	27,0	1106	76,0
5	15,5	870	64,1
6	21,9	763	67,3
7	33,6	1366	70,3
8	13,4	1000	75,8
9	24,1	996	63,9
10	18,7	802	68,0

Встановити залежність урожайності кормових культур Y від впливу агротехнічних робіт за спостереженнями 10 сільськогосподарських підприємств.

№3

номер під-ва	Урожайність, ц/га	Внесено мінер добрив, ц/га	Шар зрошу-вання, мм
1	34,2	1,1	23
2	29,7	1,6	27
3	36,6	1,2	20
4	36,9	1,5	25
5	35,1	1,9	28
6	27,0	1,7	16
7	35,9	1,3	24
8	36,2	2,2	23
9	34,7	2	19
10	32,5	1,7	20

№4

номер під-ва	Урожайність, ц/га	Внесено мінер добрив, ц/га	Шар зрошу-вання, мм
1	37,3	1,3	26
2	32,2	1,9	29
3	39,1	1,5	23
4	39,9	1,8	28
5	38,6	2,2	29
6	30,0	2,0	19
7	38,8	1,6	27
8	39,7	2,5	26
9	37,2	2,3	22
10	35,5	1,9	23

Встановити залежність окупності витрат на виробництво Y від строку освоєння інвестицій та від їх розміру.

№5

номер під-ва	Стрік освоєння, роки	Середня сума інвестицій, млн. грн	Окупність витрат, тис грн
1	5	2,8	10,2
2	4	3,1	7,5
3	7	2,5	13,9
4	10	2,7	12,8
5	1	5,2	0,6
6	2	3,7	2,8
7	8	2,8	13,2
8	12	2,5	10,1
9	3	3,2	5,4
10	6	1,9	12,7

№6

номер під-ва	Стрік освоєння, роки	Середня сума інвестицій, млн. грн	Окупність витрат, тис грн
1	4	2,5	8,5
2	3	2,7	5,5
3	6	2,9	11,9
4	9	2,3	10,4
5	1	4,9	3,6
6	3	3,5	4,8
7	7	2,2	11,2
8	11	2,4	9,1
9	4	3,1	3,4
10	5	1,8	11,9

Заготівля овочової сировини консервним заводом проводиться в радіусі 200км. Відстань перевезень та температура повітря впливають на якість заготовленої сировини. Встановити залежність між ознаками.

№7

номер перев	Радіус перевезень, км	Температура повітря, градуси	Частка нестандартної сировини, %
1	110	22	23
2	42	19	14
3	157	25	26
4	132	23	22
5	126	24	21
6	65	20	17
7	102	22	20
8	148	25	25
9	174	26	28
10	86	20	18

№8

номер перев	Радіус перевезень, км	Температура повітря, градуси	Частка нестандартної сировини, %
1	120	20	21
2	52	19	12
3	167	23	24
4	142	21	20
5	136	22	19
6	75	18	15
7	112	20	18
8	158	23	23
9	184	24	26
10	96	18	16

Встановити залежність собівартості одиниці продукції Y десяти підприємств від двох факторів : суми непрямих витрат X_1 та середньомісячної зарплати робітників X_2 .

№9

номер під-ва	Собівартість одиниці продукції, грн	Сума не- прямих витрат, тис грн	Середн. з/п, грн
1	68,8	46,2	1685
2	70,2	93,9	1587
3	71,4	50,6	1717
4	78,5	101,8	1839
5	66,9	87,2	1704
6	72,3	76,5	1652
7	77,5	136,8	1750
8	65,2	100,2	1704
9	70,7	99,8	1627
10	67,3	80,4	1630

№10

номер під-ва	Собівартість одиниці продукції, грн	Сума не- прямих витрат, тис грн	Середн. з/п, грн
1	65,2	44,2	1785
2	7,8	91,9	1687
3	69,5	48,6	1817
4	77,7	99,8	1939
5	63,5	85,2	1804
6	69,7	74,5	1752
7	72,5	134,8	1850
8	68,2	98,2	1804
9	69,2	97,8	1727
10	62,7	78,4	1730

Визначити взаємозв'язок між вартістю основних фондів, відносним рівнем витрат на реалізацію продукції та обсягом реалізації Y .

№11

номер під-ва	Вартість ОФ, млн. грн	Рівень ви- трат на ре- алізацію, %	Обсяг реалі- зованої про- дукції, млн грн
1	85	13,1	145
2	76	13,3	136
3	78	13,7	132
4	90	14,1	131
5	92	13,2	140
6	87	13,9	132
7	96	13,1	143
8	80	13,6	133
9	82	14,5	131
10	95	13,2	142

№12

номер під-ва	Собівартість одиниці продукції, грн	Сума не- прямих витрат, тис грн	Середн. з/п, грн
1	65,2	44,2	1785
2	7,8	91,9	1687
3	69,5	48,6	1817
4	77,7	99,8	1939
5	63,5	85,2	1804
6	69,7	74,5	1752
7	72,5	134,8	1850
8	68,2	98,2	1804
9	69,2	97,8	1727
10	62,7	78,4	1730

Встановити залежність рівня злочинності Y по семи регіонам від двох факторів :
густоти населення X_1 та зайнятості працездатного населення X_2 .

№13

номер регіону	Густота населення, чол. на 1м^2	Зайнятість працезд. населення, %	Рівень зло- чинності на 100000 чол
1	82,0	80,2	824
2	91,8	68,0	913
3	126,5	72,2	1407
4	85,4	83,5	585
5	62,9	79,1	450
6	115,2	76,7	1036
7	70,6	85,8	748

№14

номер регіону	Густота населення, чол. на 1м^2	Зайнятість працезд. населення, %	Рівень зло- чинності на 100000 чол
1	80,0	78,2	801
2	89,8	66,0	903
3	124,5	70,2	1395
4	83,4	81,5	565
5	60,9	77,1	443
6	113,2	74,7	1027
7	68,6	83,8	737

Встановити залежність обсягу виробництва Y, наявністю обігових коштів та чисельністю робітників.

№15

номер під-ва	Обсяг виро- бництва, тис шт	Наявність обігових коштів, тис грн	Чисельність робітників, тис осіб
1	26,3	15,6	7,0
2	21,9	18,8	8,5
3	20,4	12,4	9,2
4	26,1	20,1	6,6
5	22,8	17,9	7,7
6	19,5	15,0	9,4
7	13,2	9,7	13,4
8	10,9	6,0	10,8

№16

номер під-ва	Обсяг вироб- ництва, тис шт	Наявність обігових коштів, тис грн	Чисельність робітників, тис осіб
1	36,3	17,6	12,0
2	31,9	20,8	13,5
3	30,4	14,4	14,2
4	36,1	18,1	11,6
5	32,8	19,9	12,7
6	29,5	17,0	14,4
7	23,2	11,7	18,4
8	20,9	8,0	15,8

Встановити залежність між втратами від браку У, порушенням технологічної дисципліни та середнім розрядом робітників на десяти дільницях.

№17

номер дільн.	Поруш техн. дисцип, %	Середній розряд робітників	Втрати від браку, тис грн
1	1,7	2,4	1,5
2	2,1	2,1	1,7
3	1,3	2,7	1,8
4	2	2,9	1,8
5	2,3	3	2
6	2,5	2,3	1,4
7	1,7	4,3	2,2
8	2,8	2,1	2
9	2,6	2,4	1,3
10	1,5	3,5	2,2

№18

номер дільн.	Поруш техн. дисципліни, %	Середній розряд робітників	Втрати від браку, тис грн
1	1,8	2,3	1,65
2	2,2	2,0	1,85
3	1,4	2,6	1,95
4	2,1	2,8	1,95
5	2,4	2,9	2,05
6	2,6	2,2	1,55
7	1,8	4,2	2,35
8	2,9	2,0	2,05
9	2,7	2,3	1,45
10	1,6	3,4	2,35

За результатами виробітку 10 робітників слід виявити залежність продуктивності праці У від довжини внутрішньозмінних простоїв X_1 та кваліфікації робітників X_2 .

№19

номер п/п	Продуктивність праці, шт	Внутрішньо змінні простої, хв	Кваліфікація робітника, розряд
1	86	5	3
2	88	8	4
3	84	10	2
4	80	15	2
5	91	7	4
6	89	10	4
7	79	16	2
8	82	9	2
9	90	7	4
10	92	14	4

№20

номер п/п	Продуктивність праці, т	Внутрішньо змінні простої, хв	Кваліфікація робітника, розряд
1	39,0	19	2
2	38,7	15	2
3	38,9	17	3
4	39,0	19	2
5	37,9	14	2
6	40,1	14	4
7	39,9	15	4
8	32,0	25	2
9	37,1	16	3
10	40,4	10	4