

Лабораторна робота № 4

Тема : Визначення параметрів двофакторної моделі.

Мета : навчитися розраховувати параметри двофакторної моделі.

Обладнання : ПК, калькулятор.

Порядок виконання роботи

1. Побудувати таблицю з необхідними показниками.
2. За методом найменших квадратів скласти систему нормальних рівнянь.
3. За одним із відомих математичних методів визначити параметри рівняння : a_0 , a_1 та a_2 .
4. Навести вигляд отриманої регресійної моделі : $\hat{Y}_x = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2$. Виконати перевірку.
5. Зробити висновки.

Приклад виконання роботи

Встановити залежність заробітної плати Y від двох факторів : стажу роботи робітників X_1 і тарифного розряду X_2 (Табл. 1).

но- мер робіт.	стаж роботи X_1	тариф- ний розвід X_2	денна заробіт- на плата Y , грн	YX_1	YX_2	X_1^2	X_2^2	Y^2	X_1X_2	\hat{Y}
1	1	2	30	30	60	1	4	900	2	23,828
2	3	3	60	180	180	9	9	3600	9	49,13
3	6	3	50	300	150	36	9	2500	18	74,02
4	5	2	70	350	140	25	4	4900	10	57,014
5	8	5	100	800	500	64	25	10000	40	108,03
6	10	4	90	900	360	100	16	8100	40	115,91
7	9	6	130	1170	780	81	36	16900	54	125,04
8	15	5	180	2700	900	225	25	32400	75	166,11
9	12	5	150	1800	750	144	25	22500	60	141,22
10	18	6	200	3600	1200	324	36	40000	108	199,7
Разом	87	41	1060	11830	5020	1009	189	141800	416	1060

За методом найменших квадратів скласти систему нормальних рівнянь та одним із відомих математичних методів визначити параметри рівняння : a_0 , a_1 та a_2 , навести вигляд отриманої регресійної моделі : $\hat{Y}_x = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2$.

$$\begin{cases} \sum Y = n a_0 + a_1 \sum X_1 + a_2 \sum X_2; \\ \sum Y X_1 = a_0 \sum X_1 + a_1 \sum X_1^2 + a_2 \sum X_1 X_2; \\ \sum Y X_2 = a_0 \sum X_2 + a_1 \sum X_1 X_2 + a_2 \sum X_2^2. \end{cases}$$

Підставимо знайдені дані в систему нормальних рівнянь, вона буде мати вид :

$$\begin{cases} 1060 = 10a_0 + 87a_1 + 41a_2 \\ 11830 = 87a_0 + 1009a_1 + 416a_2 \\ 5020 = 41a_0 + 416a_1 + 189a_2 \end{cases}$$

Розв'язавши дану систему лінійних рівнянь отримаємо рівняння зв'язку, яке визначає залежність результативної ознаки від двох факторних, воно має вид :

$$\hat{Y}_{X_1 X_2} = -1,89 + 8,30X_1 + 8,71X_2.$$

Свідченням того, що розрахунки здійсненні вірно свідчить те, що $\sum y_i = \sum \hat{y}_i$, $1060=1060$.

Зробити висновки.

Варіанти завдань

Встановити залежність обсягу реалізації продукції Y десяти підприємств від двох факторів : суми непрямих витрат X_1 та собівартості одиниці продукції X_2 .

№1

номер під-ва	Реалізація продукції, млн грн	Сума непрямих витрат, тис грн	Собівартість одиниці продукції, грн
1	12,0	462	68,8
2	18,8	939	70,2
3	11,0	506	71,4
4	29,0	1108	78,5
5	17,5	872	66,9
6	23,9	765	69,7
7	35,6	1368	72,3
8	15,4	1002	77,5
9	26,1	998	65,2
10	20,7	804	70,7

№2

номер під-ва	Реалізація продукції, млн грн	Сума непрямих витрат, тис грн	Собівартість одиниці продукції, грн
1	10,0	460	66,1
2	16,8	937	68,6
3	9,0	504	69,7
4	27,0	1106	76,0
5	15,5	870	64,1
6	21,9	763	67,3
7	33,6	1366	70,3
8	13,4	1000	75,8
9	24,1	996	63,9
10	18,7	802	68,0

Встановити залежність урожайності кормових культур Y від впливу агротехнічних робіт за спостереженнями 10 сільськогосподарських підприємств.

№3

номер під-ва	Урожайність, ц/га	Внесено мінер добрив, ц/га	Шар зрошування, мм
1	34,2	1,1	23
2	29,7	1,6	27
3	36,6	1,2	20
4	36,9	1,5	25
5	35,1	1,9	28
6	27,0	1,7	16
7	35,9	1,3	24
8	36,2	2,2	23
9	34,7	2	19
10	32,5	1,7	20

№4

номер під-ва	Урожайність, ц/га	Внесено мінер добрив, ц/га	Шар зрошування, мм
1	37,3	1,3	26
2	32,2	1,9	29
3	39,1	1,5	23
4	39,9	1,8	28
5	38,6	2,2	29
6	30,0	2,0	19
7	38,8	1,6	27
8	39,7	2,5	26
9	37,2	2,3	22
10	35,5	1,9	23

Встановити залежність окупності витрат на виробництво Y від строку освоєння інвестицій та від їх розміру.

№5

номер під-ва	Стрік освоєння, роки	Середня сума інвестицій, млн. грн	Окупність витрат, тис грн
1	5	2,8	10,2
2	4	3,1	7,5
3	7	2,5	13,9
4	10	2,7	12,8
5	1	5,2	0,6
6	2	3,7	2,8
7	8	2,8	13,2
8	12	2,5	10,1
9	3	3,2	5,4
10	6	1,9	12,7

№6

номер під-ва	Стрік освоєння, роки	Середня сума інвестицій, млн. грн	Окупність витрат, тис грн
1	4	2,5	8,5
2	3	2,7	5,5
3	6	2,9	11,9
4	9	2,3	10,4
5	1	4,9	3,6
6	3	3,5	4,8
7	7	2,2	11,2
8	11	2,4	9,1
9	4	3,1	3,4
10	5	1,8	11,9

Заготівля овочової сировини консервним заводом проводиться в радіусі 200км. Відстань перевезень та температура повітря впливають на якість заготовленої сировини. Встановити залежність між ознаками.

№7

номер перев	Радіус перевезень, км	Температура повітря, градуси	Частка нестандартної сировини, %
1	110	22	23
2	42	19	14
3	157	25	26
4	132	23	22
5	126	24	21
6	65	20	17
7	102	22	20
8	148	25	25
9	174	26	28
10	86	20	18

№8

номер перев	Радіус перевезень, км	Температура повітря, градуси	Частка нестандартної сировини, %
1	120	20	21
2	52	19	12
3	167	23	24
4	142	21	20
5	136	22	19
6	75	18	15
7	112	20	18
8	158	23	23
9	184	24	26
10	96	18	16

Встановити залежність собівартості одиниці продукції Y десяти підприємств від двох факторів : суми непрямих витрат X_1 та середньомісячної зарплати робітників X_2 .

№9

номер під-ва	Собівартість одиниці продукції, грн	Сума не- прямих витрат, тис грн	Середн. з/п, грн
1	68,8	46,2	1685
2	70,2	93,9	1587
3	71,4	50,6	1717
4	78,5	101,8	1839
5	66,9	87,2	1704
6	72,3	76,5	1652
7	77,5	136,8	1750
8	65,2	100,2	1704
9	70,7	99,8	1627
10	67,3	80,4	1630

№10

номер під-ва	Собівартість одиниці продукції, грн	Сума не- прямих витрат, тис грн	Середн. з/п, грн
1	65,2	44,2	1785
2	7,8	91,9	1687
3	69,5	48,6	1817
4	77,7	99,8	1939
5	63,5	85,2	1804
6	69,7	74,5	1752
7	72,5	134,8	1850
8	68,2	98,2	1804
9	69,2	97,8	1727
10	62,7	78,4	1730

Визначити взаємозв'язок між вартістю основних фондів, відносним рівнем витрат на реалізацію продукції та обсягом реалізації Y .

№11

номер під-ва	Вартість ОФ, млн. грн	Рівень ви- трат на ре- алізацію, %	Обсяг реалі- зованої про- дукції, млн грн
1	85	13,1	145
2	76	13,3	136
3	78	13,7	132
4	90	14,1	131
5	92	13,2	140
6	87	13,9	132
7	96	13,1	143
8	80	13,6	133
9	82	14,5	131
10	95	13,2	142

№12

номер під-ва	Собівартість одиниці продукції, грн	Сума не- прямих витрат, тис грн	Середн. з/п, грн
1	65,2	44,2	1785
2	7,8	91,9	1687
3	69,5	48,6	1817
4	77,7	99,8	1939
5	63,5	85,2	1804
6	69,7	74,5	1752
7	72,5	134,8	1850
8	68,2	98,2	1804
9	69,2	97,8	1727
10	62,7	78,4	1730

Встановити залежність рівня злочинності Y по семи регіонам від двох факторів :
густоти населення X_1 та зайнятості працездатного населення X_2 .

№13

номер регіону	Густота населення, чол. на 1м^2	Зайнятість працезд. населення, %	Рівень зло- чинності на 100000 чол
1	82,0	80,2	824
2	91,8	68,0	913
3	126,5	72,2	1407
4	85,4	83,5	585
5	62,9	79,1	450
6	115,2	76,7	1036
7	70,6	85,8	748

№14

номер регіону	Густота населення, чол. на 1м^2	Зайнятість працезд. населення, %	Рівень зло- чинності на 100000 чол
1	80,0	78,2	801
2	89,8	66,0	903
3	124,5	70,2	1395
4	83,4	81,5	565
5	60,9	77,1	443
6	113,2	74,7	1027
7	68,6	83,8	737

Встановити залежність обсягу виробництва Y, наявністю обігових коштів та чисельністю робітників.

№15

номер під-ва	Обсяг виро- бництва, тис шт	Наявність обігових коштів, тис грн	Чисельність робітників, тис осіб
1	26,3	15,6	7,0
2	21,9	18,8	8,5
3	20,4	12,4	9,2
4	26,1	20,1	6,6
5	22,8	17,9	7,7
6	19,5	15,0	9,4
7	13,2	9,7	13,4
8	10,9	6,0	10,8

№16

номер під-ва	Обсяг вироб- ництва, тис шт	Наявність обігових коштів, тис грн	Чисельність робітників, тис осіб
1	36,3	17,6	12,0
2	31,9	20,8	13,5
3	30,4	14,4	14,2
4	36,1	18,1	11,6
5	32,8	19,9	12,7
6	29,5	17,0	14,4
7	23,2	11,7	18,4
8	20,9	8,0	15,8

Встановити залежність між втратами від браку У, порушенням технологічної дисципліни та середнім розрядом робітників на десяти дільницях.

№17

номер дільн.	Поруш техн. дисцип, %	Середній розряд робітників	Втрати від браку, тис грн
1	1,7	2,4	1,5
2	2,1	2,1	1,7
3	1,3	2,7	1,8
4	2	2,9	1,8
5	2,3	3	2
6	2,5	2,3	1,4
7	1,7	4,3	2,2
8	2,8	2,1	2
9	2,6	2,4	1,3
10	1,5	3,5	2,2

№18

номер дільн.	Поруш техн. дисципліни, %	Середній розряд робітників	Втрати від браку, тис грн
1	1,8	2,3	1,65
2	2,2	2,0	1,85
3	1,4	2,6	1,95
4	2,1	2,8	1,95
5	2,4	2,9	2,05
6	2,6	2,2	1,55
7	1,8	4,2	2,35
8	2,9	2,0	2,05
9	2,7	2,3	1,45
10	1,6	3,4	2,35

За результатами виробітку 10 робітників слід виявити залежність продуктивності праці У від довжини внутрішньо змінних простоїв X_1 та кваліфікації робітників X_2 .

№19

номер п/п	Продуктивність праці, шт	Внутрішньо змінні простої, хв	Кваліфікація робітника, розряд
1	86	5	3
2	88	8	4
3	84	10	2
4	80	15	2
5	91	7	4
6	89	10	4
7	79	16	2
8	82	9	2
9	90	7	4
10	92	14	4

№20

номер п/п	Продуктивність праці, т	Внутрішньо змінні простої, хв	Кваліфікація робітника, розряд
1	39,0	19	2
2	38,7	15	2
3	38,9	17	3
4	39,0	19	2
5	37,9	14	2
6	40,1	14	4
7	39,9	15	4
8	32,0	25	2
9	37,1	16	3
10	40,4	10	4