Exercise 1: Show by perfect induction the following relations:

$$(A+B)\cdot(A+C) = A+(B\cdot C)$$

opg 1. a	A	B	C	A+B	A+C	(A+B)*(A+C)	B*C	A+(B*C)
	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	1	0	0	0
	0	1	0	1	0	0	0	0
	0	1	1	1	1	1	1	1
	1	0	0	1	1	1	0	1
	1	0	1	1	1	1	0	1
	1	1	0	1	1	1	0	1
	1	1	1	1	1	1	1	1

$$A\cdot(A+B) = A$$

opg 1. b	A	B	A+B	A*(A+B)
	0	0	0	0
	0	1	1	0
	1	0	1	1
	1	1	1	1

$$A+\overline{A} = 1$$

opg 1. c	A	A'	A+A'
	0	1	1
	1	0	1

$$\overline{(A+B+C)} = \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$$

Opg 1. d	A	B	C	A'	B'	C'	(A+B+C)'	A'*B'*C'
	0	0	0	1	1	1	1	1
	0	0	1	1	1	0	0	0
	0	1	0	1	0	1	0	0
	0	1	1	1	0	0	0	0
	1	0	0	0	1	1	0	0
	1	0	1	0	1	0	0	0
	1	1	0	0	0	1	0	0
	1	1	1	0	0	0	0	0

Exercise 2: Show that the following expression is equivalent to the XOR function

$$\overline{\overline{(A\overline{B})}\;\overline{(\overline{A}B)}}$$

$$\overline{\overline{(A\overline{B})}\;\overline{(\overline{A}B)}}$$

De morgans lov, brug at $(AB')' = X$ og $(A'B)' = Y$, hvilket vil sige at vi har $(XY)'$

De morgans lov: $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$

Så får vi: $X' + Y'$, hvilket vi udfolder til $(AB')')' + (A'B)')'$

Vi kan herefter se at Vi har dobbelt negering, ergo må det blive $(AB') + (A'B)$ Mener ikke rigtig udtrykkes kan reduceres længere, så tjekker efter kendt tabel nu

A	B	XOR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A	B	A'	B'	AB'	A'B	AB'+A'B
0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0

Succes.

Exercise 3: Reduce the following Expressions:

$$A\overline{B}\overline{C} + AB\overline{C} + \overline{A}\overline{C}$$

Faktorisere ligesom normal algebra,

Svaret vil blive C'.

AB'C'+ABC'+A'C'
Faktorisere som:
AC'(B'+B)+A'C'
B'+B=1
AC'1= AC'
AC'+A'C'

Faktorisere som
C'(A+A')
A+A'=1
C'1=C'

Done

$$M\overline{N}P + \overline{L}MP + \overline{L}M\overline{N} + \overline{L}MN\overline{P} + \overline{L}\,\overline{N}\,\overline{P}$$

$$M\overline{N}P + \overline{L}MP + \overline{L}M\overline{N} + \overline{L}MN\overline{P} + \overline{L}\overline{N}\overline{P}$$

$$M\overline{N}P + \overline{L}(MP + M\overline{N} + MN\overline{P} + \overline{N}\overline{P})$$

$$M(P + \overline{N} + N\overline{P}) + \overline{N}\overline{P}$$

$$\cancel{M(P+N) + \overline{N}\overline{P}}$$

$$P + \overline{N} + N\overline{P} = P + (\overline{N} + N\overline{P}) = P + ((\overline{N} + N)(\overline{N} + \overline{P})) =$$

$$P + (1 \cdot (\overline{N} + \overline{P})) = P + \overline{N} + \overline{P} = 1 + \overline{N} = 1, \text{ ergo}$$

$M(1) + \overline{N}\,\overline{P} = M + \overline{N}\,\overline{P}$. Ikke reduceres yderligere

$$M\overline{N}P + \overline{L}(M + \overline{N}\overline{P})$$

$$\Updownarrow$$

$$\underline{M\overline{N}P + \overline{L}M + \overline{L}\overline{N}\overline{P}}$$

$$M(\overline{N}P + \overline{L}) + \overline{L}\,\overline{N}\,\overline{P}$$

Ex4: Ask ChatGPT to reduce the last expression in ex3. Check the result.

If you prefer a minimal Sum-of-Products (SOP), expand the part that still matters:

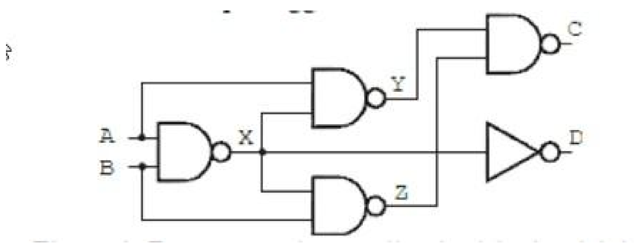
$$\boxed{F = L'M \; + \; MN'P \; + \; L'N'P'}$$

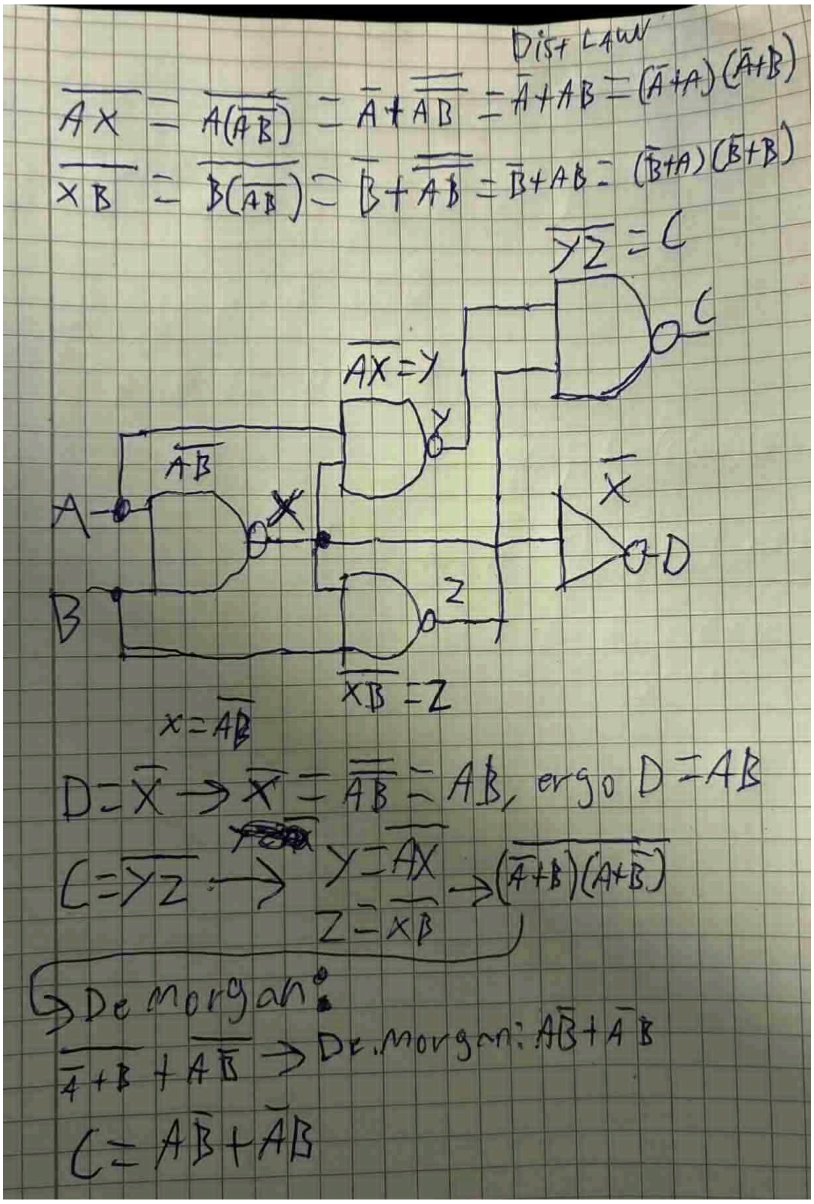
Samme resultat som mig.

$$\begin{aligned} F &= L'(MP + MN' + MNP' + N'P') + MN'P \\ &= L'\big(M(P + N' + NP') + N'P'\big) + MN'P \\ &\overset{P+NP'=P+N}{=} L'\big(M(P + N') + N'P'\big) + MN'P \\ &\overset{P+N'=1 \text{ when multiplied by } M}{=} L'(M + N'P') + MN'P \end{aligned}$$

Vil ikke rigtig forklare hvorfor vi kunne gå fra p+np’ til p+n. Desuden siger den heller ikke at det inde i m bliver M(N’+P+N) som bliver til M(1+P) som bliver M(1), altså bare M. Går ud fra at der er gjort bruge af samme metode som mig, bare hvor det er (P+P’)*(P+N) i stedet for min (N’+N)*(N’+P), begge dur jo vel.

Ex5: Find expressions for D and C cirquit below. What is the purpose of the cirquit ?

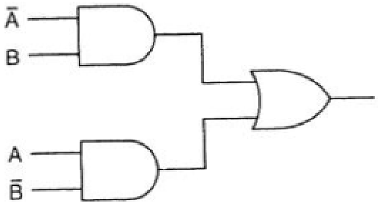




D fungere som inverterende til en NAND mellem A og B, altså det vil sige at D fungere som en AND gate mellem A og B.

C fungerer som en OR mellem A og B’ og A’ og B. Vi kan se fra en tidligere opgave (Ex2) at når vi har AB’+A’B får vi en XOR gate, ergo må C fungere som en XOR gate mellem A og B

A	B	XOR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



A	B	A'	B'	AB'	A'B	AB'+A'B
0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0

Her er yderligere udregning.

$$\overline{\bar{A}X} = (\bar{A}+A)(\bar{A}+B) = \bar{A}+B$$

$$\overline{XB} = (\bar{B}+B)(\bar{B}+A) = A+\bar{B}$$

$$C = \overline{(\bar{A}+B)(A+\bar{B})}$$

$$\Updownarrow$$

De Morgan $\overline{\bar{A}+B} + \overline{A+\bar{B}}$

$$\bar{\bar{A}} \cdot \bar{B} = A\bar{B} \qquad \bar{A} \cdot \bar{\bar{B}} = \bar{A} \cdot B$$