

座位号

学院

(密封线内不答题)

学号

姓名

诚信应考，考试作弊将带来严重后果！

华南理工大学本科生期末考试

2020-2021-2 学期《工科数学分析（二）》A 卷

- 注意事项：1. 开考前请将密封线内各项信息填写清楚；
 2. 所有答案请直接答在试卷上；
 3. 考试形式：闭卷
 4. 本试卷共 四个 大题，满分 100 分， 考试时间 120 分钟。

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					

评阅教师请在试卷袋上评阅栏签名

一、计算题（共 5 小题，每小题 8 分，共 40 分）

得分

1. 设 $z = f(xy^2, x^2y)$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

2. 设 $f(x) = \begin{cases} -x, & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ x, & \frac{\pi}{2} < |x| \leq \pi \end{cases}$, 写出 $f(x)$ 以 2π 为周期的 Fourier 级数的和函数 $S(x)$ 在

$[-\pi, \pi]$ 上的表达式.

3. 计算二次积分 $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^1 e^{y^2} dy$.

4. 计算曲线积分 $I = \oint_L \frac{-ydx + xdy}{x^2 + y^2}$, 其中 $L: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 取逆时针方向.

5. 计算曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} (4xz + x)dydz - 2yzdzdx + (1 - z^2)dxdy$, 其中 $\Sigma: z = x^2 + y^2, (0 \leq z \leq 1)$, 取下侧.

二、 解答下列各题（共 5 小题，每小题 8 分，共 40 分）

得分

1. 求曲线 $\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$ 在点 $(1,1,1)$ 处的单位切向量 \vec{t} ，并求

函数 $u(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$ 在点 $(1,1,1)$ 处沿该单位切向量 \vec{t} 的方向导数.

2. 求曲面 $\Sigma: z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 夹在两曲面 $x^2 + y^2 = y, x^2 + y^2 = 2y$ 之间的那部分面积.

3. 求微分方程 $y'' - 6y' + 9y = 0$ 的通解，并写出 $y'' - 6y' + 9y = (x+1)e^{3x}$ 的特解形式.

4. 判断方程 $(x^2 - y)dx - xdy = 0$ 是否是全微分方程，如果是，求其通解.

5. 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2 + 1}{(2n+1)!} x^{2n+1}$ 的和函数，并指出其收敛域.

得分

三、证明下列各题（共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

1. 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 R_1 ，幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$ 的收敛半径为 R_2 ，且 $R_1 < R_2$ ，证

明幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (a_n + b_n) x^n$ 的收敛半径为 R_1 .

2. 证明函数项级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(nx)}{2^n}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上一致收敛.

得分

四、应用题（本题 8 分）

在第一象限内作椭球面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 的切平面，使得切平面与三个坐标面所围成的四面体体积最小，求切点坐标.