

座位号

专业班级

学院

学号

姓名

(密封线内不答题)

诚信应考，考试作弊将带来严重后果！

# 华南理工大学本科生期末考试

2020-2021-2 学期《工科数学分析（二）》B 卷

- 注意事项：1. 开考前请将密封线内各项信息填写清楚；  
2. 所有答案请直接答在试卷上；  
3. 考试形式：闭卷  
4. 本试卷共 四个 大题，满分 100 分， 考试时间 120 分钟。

题号	一	二	三	四	总分
得分					

评阅教师请在试卷袋上评阅栏签名

## 一、计算题（共 5 小题，每小题 8 分，共 40 分）

得分

1. 设  $z = f(x + y, xy)$ , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

2. 设  $f(x) = \begin{cases} x+1, & -\pi \leq x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$ , 写出  $f(x)$  的以  $2\pi$  为周期的 Fourier 级数的和函数

$S(x)$  在  $[-\pi, \pi]$  上的表达式.

3. 计算二次积分  $\int_0^1 dy \int_{y^2}^y y \sin(x^2) dx$ .

4. 计算曲线积分  $I = \oint_L \frac{-ydx + xdy}{4x^2 + y^2}$ , 其中  $L: (x-1)^2 + y^2 = 4$ , 取逆时针方向.

5. 计算曲面积分  $I = \iint_{\Sigma} \frac{x^3 dydz + y^3 dzdx + z^3 dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ , 其中  $\Sigma: z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ , 取下侧.

二、 解答下列各题（共 5 小题，每小题 8 分，共 40 分）

得分

1. 求曲线  $\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$  在点  $(1, -2, 1)$  处的单位切向量  $\vec{t}$ ，并求

函数  $u(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$  在点  $(1, -2, 1)$  处沿该单位切向量  $\vec{t}$  的方向导数.

2. 求密度  $\rho = 1$  的均匀上半球面  $\Sigma: z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$  对  $z$  轴的转动惯量.

3. 求微分方程  $y' + y \tan x = \cos x$  的通解.

4. 求微分方程  $y'' - y = 0$  的通解，并写出  $y'' - y = 4xe^{-x}$  的特解形式.

5. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2^n \cdot n!} x^n$  的和函数，并指出其收敛域.

得分

三、证明下列各题（共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

1. 设正项级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  收敛，证明：正项级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{a_n}}{n}$  也收敛.

2. 设正项级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  收敛，证明：函数  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  在  $(-1,1)$  上连续.

得分

#### 四、应用题（本题 8 分）

造一容积为 $V$ 的长方体无盖铝盒，怎样设计尺寸，使它的表面积最小.