1. 求 $f(n) = \log n!$ 的确界。

1.  $求f(n) = \log n!
的确界。$ 

$$f(n) = \log n! = \sum_{j=1}^{n} \log j$$

- 显然  $\sum_{j=1}^{n} \log j \le \sum_{j=1}^{n} \log n$  $\Rightarrow \sum_{j=1}^{n} \log j = O(n \log n)$
- $\sum_{j=1}^{n} \log j \ge \sum_{j=1}^{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor} \log \frac{n}{2}$   $= \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \log \frac{n}{2}$   $= \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \log n \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$   $\Rightarrow \sum_{j=1}^{n} \log j = \Omega(n \log n)$ 因此,  $f(n) = \Theta(n \log n)$ .

## 2. 分析Selection-Sort算法的复杂度。

## **Selection-Sort**

- 输入: n个元素的数组: A[1...n]
- 输出: 按非降序排列的数组: A[1...n]
  - 1. sort(1)
- 过程: sort(i) {对A[1...n]排序}
  - **1. if** i < n **then**
  - 2.  $k \leftarrow i$
  - 3. **for**  $j \leftarrow i+1$  **to** n
  - 4. **if** A[j] < A[k] **then**  $k \leftarrow j$
  - 5. **end for**
  - 6. **if** k ≠ i **then** 互换A[i] 和 A[k]
  - 7. sort(i+1)
  - 8. end if

## 2. 分析Selection-Sort算法的复杂度。

C(n)表示有n个输入元素时的比较次数

- C(1)=0
- 第i = 1次调用sort的比较次数等于n i次元素比较加上对A[i + 1,...,n]排序的比较次数C(n i),

得到递推式 
$$C(n) = \begin{cases} 0 & \text{if } n = 1 \\ C(n-1) + (n-1) & \text{if } n > 1 \end{cases}$$

• 该递推式的解为 $C(n) = \sum_{i=1}^{n-1} i = n(n-1)/2$ 因此, $C(n) = \Theta(n^2)$ .