

诚信应考，考试作弊将带来严重后果！

华南理工大学本科生期末考试

《工科数学分析（二）》B 卷

2022-2023 学年第二学期

- 注意事项：1. 开考前请将密封线内各项信息填写清楚；
2. 所有答案请直接答在试卷上；
3. 考试形式：闭卷；
4. 本试卷共 6 大题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。

题 号	一	二	三	四	五	六	总分
得 分							

评阅教师请在试卷袋上评阅栏签名

得分

一、填空题：共 5 题，每题 2 分，共 10 分。

1. 微分方程 $y''+3y'+2y=0$ 的通解为_____；
2. 函数 $u=2xy-z^2$ 在点 $(2,-1,-1)$ 处方向导数的最大值为_____；
3. 设 Γ 是圆周 $x^2+y^2=1$ 在第一象限的部分， 则第一类曲线积分 $\int_{\Gamma}(x+y)^2ds=$ _____；
4. 级数 $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{2n+3}{(2n+1)!}$ 的和为_____；
5. 设周期为 2π 的函数 $f(x)=\begin{cases} x^2, & -\pi < x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 的傅里叶(Fourier)级数在 $x=-\pi$ 处收敛于_____.

得分

二、选择题：共 5 题，每题 2 分，共 10 分.

1. 下列微分方程中，属于二阶线性常微分方程的是()

A. $y'' + x^3 y' + (\ln x)y = \tan x$;

B. $(x^2 + y^2)dy + y^2 dx = 0$;

C. $(y'')^2 + x^2 y = 1$;

D. $y'' + 2 \ln y = 2x$.

2. 已知函数 $f(x)$ 具有二阶连续导函数，且 $f(x) > 0, f'(0) = 0$ (f 在 0 处的导数为 0). 则函数 $z = f(x) \ln f(y)$ 在点 $(0, 0)$ 处取得极小值的一个充分条件是()

A. $f(0) > 1, f''(0) > 0$;

B. $f(0) > 1, f''(0) < 0$;

C. $f(0) < 1, f''(0) > 0$;

D. $f(0) < 1, f''(0) < 0$.

3. 函数 $f(x, y) = 1 + x + y$ 在区域 $\{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ 上的最大值与最小值之积是()

A. -1;

B. 1;

C. $3 - \sqrt{2}$;

D. $1 + \sqrt{2}$.

4. 设 Γ 是以 $(1, 1), (-1, 1), (-1, -1), (1, -1)$ 为顶点的正方形边界，则第一类曲线积分

$$\oint_{\Gamma} \frac{x + y + 1}{|x| + |y|} ds = (\quad)$$

A. 0;

B. 8;

C. $4 \ln 2$;

D. $8 \ln 2$.

5. 设 a 为常数，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin(an)}{n^2} - \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$ ()

A. 发散;

B. 绝对收敛;

C. 条件收敛;

D. 敛散性与 a 的取值相关.

三、计算题：共 3 题，每题 10 分，共 30 分.

得分

1. 设 $g(x, y) = f(xy, \frac{1}{2}(x^2 - y^2))$, 其中 $f(u, v)$ 具有连续的二阶偏导数,

且满足 $\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} = 1$. 计算二阶偏导数 $\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}$.

2. 计算累次积分 $\int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^y \frac{\sin z}{(1-z)^2} dz$

3. 计算二重积分 $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, 其中 D 是由 $x = \sqrt{2y - y^2}$ 与 $y = x$ 所围成的闭区域.

四、综合题：共 3 题，每题 10 分，共 30 分.

得分

1. 设 Σ 是曲面 $z = 1 - x^2 - y^2 (z \geq 0)$ 的上侧，计算第二型曲面积分

$$\iint_{\Sigma} 2x^3 dydz + 2y^3 dzdx + 3(z^2 - 1) dxdy.$$

2. 计算曲线积分 $\oint_L yzdx + 3zxdy - xydz$ ，其中 L 是曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2y \\ y - z = 1 \end{cases}$ ，其方向从 z 轴正向往 z 轴负向看去为逆时针方向.

3. 将函数 $f(x) = \frac{x}{x^2 - 5x + 6}$ 展开成 $x-1$ 的幂级数，并指出其收敛域.

五、证明题：共 1 题，每题 10 分，共 10 分.

得分

证明函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \arctan \frac{2x}{x^2 + n^3}$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上一致收敛.

六、解答题：共 1 题，每题 10 分，共 10 分.

得分

限制点 (x, y) 在圆周 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 上变化时，求函数 $f(x, y) = xy$ 的最小值与最大值.