

诚信应考，考试作弊将带来严峻后果！

## 华南理工大学 2022-2023 学年秋季期末考试

### 《离散数学》试卷

注意事项：1.全部答案请直接答写在试卷上

2.考试形式：闭卷

3.考试时间：120 分钟

4.满分 100 分

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

#### 一、判断题（每题 2 分，共 10 分）

1. 代数中的可逆元一定是可约元。 ( )
2. 有补格中任何元素的补元必唯一。 ( )
3. 有限群中任何元素的阶必整除群的阶。 ( )
4. 无向简单图的极小支配集一定是极大独立集。 ( )
5. 无向简单连通图的连通度一定不小于其点连通度。 ( )

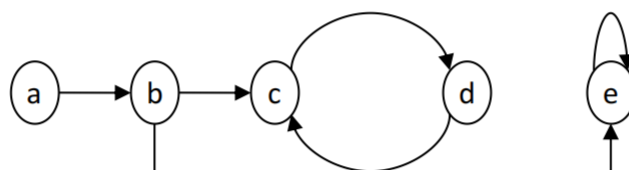
#### 二、选择题（每题 2 分，共 20 分）

1. 设  $R$  为实数集合，则下列集合关于加法运算不是  $\langle R, + \rangle$  的子代数的是 ( )  
A. 偶数集合； B. 奇数集合； C. 自然数集合； D. 整数集合。
2. 下列关于群的说法正确的是 ( )  
A. 质数阶的群必为循环群； B. 有限群必为循环群；  
C. 循环群必为质数阶群； D. 循环群必为有限群。
3. 设  $R$  为实数集合，则  $M_2(R) = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 0 \end{pmatrix} \mid a, b \in R \right\}$  关于矩阵的乘法运算 ( )  
A. 可交换且有么元；  
B. 可交换且无么元；  
C. 不可交换且有么元；  
D. 不可交换且无么元。
4. 设  $I$  为整数集合，则下列关系  $\sim$  是代数  $\langle I, + \rangle$  上的同余关系的是 ( )  
A.  $x \sim y \Leftrightarrow |x - y| \leq 0$ ； B.  $x \sim y \Leftrightarrow (x < 0 \wedge y < 0) \vee (x \geq 0 \wedge y \geq 0)$ ；  
C.  $x \sim y \Leftrightarrow x \leq y$ ； D.  $x \sim y \Leftrightarrow (x = y = 0) \vee (x \neq 0 \wedge y \neq 0)$ 。

5. 下列集合关于整除关系构成格的是 ( )
- A.  $\{1,2,3,4,6\}$ ;      B.  $\{1,2,3,6\}$ ;      C.  $\{2,3,6\}$ ;      D.  $\{1,2,3\}$ 。
6. 在布尔代数  $\langle B, *, \oplus, ', 0, 1 \rangle$  中任取两元素  $a, b$ , 下列命题与  $a \leq b$  不一定等价的是 ( )
- A.  $a * b = a$ ;      B.  $a \oplus b = b$ ;      C.  $a * b' = 0$ ;      D.  $a \oplus b' = 1$ 。
7. 布尔代数  $\langle B, *, \oplus, ', 0, 1 \rangle$  上定义的  $n$  元布尔表达式所对应的不同主析取范式总个数为 ( )
- A.  $2^n$ ;      B.  $|B|^{|B|^n}$ ;      C.  $|B|^{2^n}$ ;      D.  $|B|^n$ 。
8. 设无向图  $G = \langle V, E \rangle$  中  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $E = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 1), (2, 5)\}$ , 则  $V' = \{2, 4\}$  不是图  $G$  的 ( )
- A. 点割;      B. 支配集;      C. 点覆盖;      D. 独立集。
9. 设  $G$  是具有  $n$  个结点、 $m$  条边和  $k$  个面的连通平面图, 则下列公式一定成立的是 ( )
- A.  $n + k = m + 2$ ;      B.  $m \leq 3n - 6$ ;      C.  $m = n - 1$ ;      D.  $m = 2n - 4$ 。
10. 设  $G$  是由 5 个结点组成的无向完全图, 则  $G$  的生成树比  $G$  的边数少 ( )
- A. 4 条;      B. 5 条;      C. 6 条;      D. 10 条。

### 三、解答题 (共 30 分)

1、(12 分) 设集合  $X = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $X$  上的关系  $R$  如图所示, 试求:



- (1) 写出关系  $R$  的关系矩阵  $M_R$ ;
  - (2) 画出关系  $R$  的自反闭包  $r(R)$  的关系图;
  - (3) 画出关系  $R$  的对称闭包  $s(R)$  的关系图;
  - (4) 画出关系  $R$  的传递闭包  $t(R)$  的关系图。
2. (8 分) 将公式  $((P \vee Q) \wedge R) \rightarrow (P \wedge R)$  划为只含有联结词  $\neg, \wedge$  的等价公式。

3. (10 分) 设  $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A$  上偏序关系  $R=\{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 3, 5 \rangle, \langle 4, 5 \rangle \} \cup I_A$ ;

(1) 作出偏序关系  $R$  的哈斯图;

(2) 令  $B=\{1, 2, 3, 4\}$ , 求  $B$  的最大、最小元。

#### 四、证明题 (每题 10 分, 共 30 分)

1、设  $R$  和  $S$  是  $A$  上的二元关系, 证明:  $(R \cap S)^{-1} = R^{-1} \cap S^{-1}$ .

2、设  $G$  为  $n$  阶无向简单图, 证明: 若  $G$  为自补图 (若一个图的补图为本身则称为自补图), 则  $n=4k$  或  $n=4k+1$ , 其中  $k$  为正整数。

3、试证明若  $\langle G, * \rangle$  是群,  $H \subseteq G$ , 且任意的  $a \in H$ , 对每一个  $x \in G$ , 有  $a * x = x * a$ , 则  $\langle H, * \rangle$  是  $\langle G, * \rangle$  的子群。

#### 五、应用题 (共 10 分)

计算机系期末要安排 7 门公共课的考试, 课程编号为 1 到 7, 下列每一对课程有学生同时选修: 1 和 2、1 和 3、1 和 4、1 和 7、2 和 3、2 和 4、2 和 5、2 和 7、3 和 4、3 和 6、3 和 7、4 和 5、4 和 6、5 和 6、5 和 7、6 和 7。这 7 门课的考试至少要安排在几个不同的时间段? 给出一个安排方案。