座位号________ 专业班级________ 学院________ 学号 □□□□□□□□□□□□ 姓名________

（密封线内不答题） 密 封 线

诚信应考，考试作弊将带来严重后果！

华南理工大学本科生期末考试

《工科数学分析（二）》A 卷

2022-2023 学年第二学期

注意事项：1. 开考前请将密封线内各项信息填写清楚；
2. 所有答案请直接答在试卷上；
3．考试形式：闭卷；
4. 本试卷共 6 大题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。

题 号	一	二	三	四	五	六	总分
得 分							

评阅教师请在试卷袋上评阅栏签名

得分

一、填空题：共 5 题，每题 2 分，共 10 分.

1. 微分方程 $y''+2y'+6y=0$ 的通解为________________;

2. 设函数 $u=2x^2+2y^2+3z^2$，则 $\mathrm{div}(\mathrm{grad}u)=$________________;

3. 设 Γ 为 $y^2=2x$ 上从原点到 $(2,2)$ 的一段，则第一类曲线积分 $\oint_\Gamma yds=$________________;

4. 参数曲线 $\begin{cases} x=t-\cos t, \\ y=\sin t, \\ z=2t, \end{cases}$ 在 $t=0$ 对应的点处的切线方程为________________;

5. 设周期为 2π 的函数 $f(x)=\begin{cases} -1, & -\pi<x\le 0, \\ 1+x, & 0<x\le\pi, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 的傅里叶 (Fourier) 级数在 $x=\pi$ 处收敛于________________.

得分

二、选择题：共 5 题，每题 2 分，共 10 分.

1. 关于未知函数 y 的微分方程 $(y-\cos^2 x)dx+e^x dy=0$ 是（　　）

A. 可分离变量方程；　　B. 一阶线性非齐次方程；

C. 一阶线性齐次方程；　　D. 非线性方程.

2. 若二元函数 $f(x,y)$ 满足 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{f(x,y)-f(0,0)+3x-5y}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$，则（　　）

A. $df(0,0)=0$；　　B. $df(0,0)=3dx-5dy$；

C. $df(0,0)=-3dx+5dy$；　　D. $df(0,0)$ 不存在.

3. 设函数 $f(x,y)$ 与 $\varphi(x,y)$ 均可微，且 $\varphi_y(x,y)\neq 0$. 若 (x_0,y_0) 是 $f(x,y)$ 在约束条件 $\varphi(x,y)=0$ 下的一个极值点，则下列选项正确的是（　　）

A. 若 $f_x(x_0,y_0)=0$, 则 $f_y(x_0,y_0)=0$；　　B. 若 $f_x(x_0,y_0)=0$, 则 $f_y(x_0,y_0)\neq 0$；

C. 若 $f_x(x_0,y_0)\neq 0$, 则 $f_y(x_0,y_0)=0$；　　D. 若 $f_x(x_0,y_0)\neq 0$, 则 $f_y(x_0,y_0)\neq 0$.

4. 函数 $\ln(1+x)$ 在 $x=0$ 处的泰勒(Taylor)展开式正确的是（　　）

A. $\ln(1+x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}x^n, x\in(-1,1]$；　　B. $\ln(1+x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{n}x^n, x\in(-1,1]$；

C. $\ln(1+x)=-\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}x^n, x\in[-1,1)$；　　D. $\ln(1+x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}x^n, x\in[-1,1)$.

5. 使得级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n^p}$ 条件收敛的常数 p 的取值范围是（　　）

A. $p\le 0$；　　B. $0<p\le 1$；

C. $0<p<1$；　　D. $p>1$.

得分

三、计算题：共 3 题，每题 10 分，共 30 分.

1. 设 $z=\dfrac{1}{x}f(x+y,x-y)+g(xy)$，其中函数 f 有二阶连续的偏导数，且 g 二阶可导，计算 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2. 计算累次积分 $\int_{-\sqrt{2}}^{0}dx\int_{-x}^{\sqrt{4-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}\,dy+\int_{0}^{2}dx\int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}\,dy.$

3. 计算锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$被柱面$x^2+y^2=4x$截下的部分锥面面积.

四、综合题：共 3 题，每题 10 分，共 30 分.

得分

1. 设Σ是$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1(z\geq 0)$的上侧，且$a,b,c$都是正实数。

计算第二类曲面积分$\iint\limits_{\Sigma}(x^2-y\sin x)dydz+(y^2-z^2)dzdx+(z^2-x^2)dxdy$.

2. 计算曲线积分$\int\limits_{\Gamma}\dfrac{(x+y)\,dx-(x-y)\,dy}{x^2+y^2}$，其中曲线$\Gamma$是从点 A(-1, 0)到点 B(1, 0)的一条不经过原点的光滑曲线$y=f(x),-1\leq x\leq 1$.

3. 求幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)x^{2n+1}$的收敛域及和函数.

得分

五、证明题：共 1 题, 每题 10 分，共 10 分.

证明函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n!x^n}{x^2+n^n}$ 在区间 $[-2,2]$ 上一致收敛.

六、应用题：共 1 题，每题 10 分，共 10 分.

得分

制作一个体积为 2 的长方体盒子，利用拉格朗日乘数法求出长、宽和高分别为多少时才能使其表面积最小？