
TP3 : Réseau de routeurs

Objectifs

1. Estimer la densité de probabilité d'une variable aléatoire, à partir de mesures expérimentales (histogramme).
2. Savoir construire une fonction de répartition, puis l'interpréter.
3. Reconnaître une distribution binômiale.



À récupérer sur l'ENT

- Le fichier de fonctions *tp3_fonctions.sci*. Il contient deux fonctions : `my_histc` et `debit_routeur`.
- Un squelette de fichier de rendu, *tp3.sce*. Vous devez remplir **ce fichier** (pas un autre!) et le déposer sur l'ENT. Pas de dépôt par mail! Ce fichier devra s'exécuter **sans erreur** lorsqu'on le lance, et afficher toutes vos réponses.

Présentation du TP

Lorsque votre ordinateur échange des données avec un serveur distant, à quel débit de transmission pouvez-vous vous attendre ? La réponse dépend de nombreux paramètres :

- Qualité de votre accès internet
- Distance entre vous et le serveur (comptée en nombre de routeurs intermédiaires)
- Débit que chaque routeur de la chaîne veut bien vous accorder
- Qualité du protocole d'acheminement
- Etc.

Naturellement, il est hors de question de modéliser toute cette complexité dans un TP de deux heures ! On étudiera ici un modèle très simplifié, mais qui donne déjà quelques intuitions sur la question.

Un routeur au hasard sur internet

Pour servir de base à notre travail, nous avons besoin d'une information purement expérimentale : **Quels sont les débits typiques offerts par les routeurs principaux d'internet ?**

Dans la réalité, pour accéder à cette information, il faudrait contacter plein de routeurs au hasard, et estimer le débit que chacun nous offre. Mais pour simplifier, nous allons plutôt travailler sur des données « synthétiques » :

La fonction `debit_routeur`, incluse avec ce TP, émule l'action de contacter un routeur au hasard. À chaque appel, elle renvoie un nombre qui représente le débit offert par un routeur (imaginaire) au hasard sur internet.

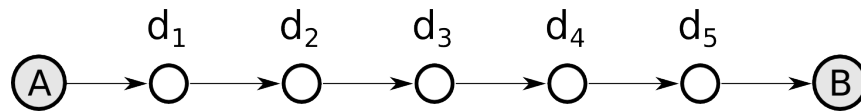
Exercices

Exercice 1 (Débit d'un routeur au hasard). On contacte un routeur au hasard sur internet (à un instant donné). On note D le débit avec lequel il peut transmettre nos données.

1. Testez la fonction incluse `debit_routeur`. Utilisez-la pour tirer et stocker 10 000 échantillons de la variable aléatoire D .
2. À l'aide de ces 10 000 tirages, estimez $f_D(x)$, densité de probabilité de la variable D . Quelques conseils et consignes supplémentaires :
 - Pour calculer l'histogramme, vous utiliserez la fonction scilab `histc`, ou son équivalent « maison » `my_histc` qui est d'un usage un peu plus simple.
 - Pour l'axe des abscisses, vous prendrez une discrétisation `step=0.1`. À vous de trouver des valeurs minimum et maximum appropriées.
 - L'histogramme devra être normalisé, pour que la probabilité totale soit égale à 1.
 - Pour visualiser l'histogramme, vous utiliserez la fonction scilab `plot`.

3. En utilisant $f_D(x)$ et la fonction scilab `cumsum`, construisez $F_D(x)$, fonction de répartition de la variable aléatoire D . Affichez le graphique de $F_D(x)$.
4. En utilisant $F_D(x)$ et la fonction scilab `find`, déterminez :
 - a) Le *débit médian* d'un routeur, ç.a.d. le débit assuré exactement 50% des fois.
 - b) Le *pourcentage d'échec* d'un routeur, défini comme la proportion des fois où le routeur vous alloue moins de 5 Mbit/s.

Exercice 2 (Chaîne de routeurs). On considère maintenant la *chaîne* de routeurs nécessaires pour véhiculer les paquets depuis le serveur distant (A) jusqu'à votre ordinateur (B) :



On note N le nombre de routeurs dans la chaîne. Ce nombre correspond donc à la « distance » entre les ordinateurs A et B . Ici, on supposera $N = 5$.

1. Notons D_1, \dots, D_N le débit accordé par chaque routeur de la chaîne. Quelle formule donne alors C , le débit possible dans la chaîne ? Écrivez une fonction

```
function C = debit_chaine(N)
```

qui renvoie le débit pour une chaîne de N routeurs pris au hasard.

2. Comme dans l'exercice précédent, tirez 10 000 échantillons de la variable aléatoire C . Construisez et représentez graphiquement
 - a) la densité de probabilité $f_C(x)$ correspondante,
 - b) la fonction de répartition $F_C(x)$.
3. Déterminez le *débit médian* de la chaîne, puis son *pourcentage d'échec*. Interprétez les résultats.
4. **Question facultative.** En réalité, si on connaît la fonction de répartition $F_D(x)$ pour UN routeur (exercice 1), il est possible d'en déduire théoriquement la fonction de répartition $F_C(x)$ pour une chaîne de routeurs. On a, en effet :

$$F_C(x) = 1 - (1 - F_D(x))^N.$$

Tracez cette fonction et vérifiez qu'elle coïncide bien avec votre mesure expérimentale de $F_C(x)$, réalisée à la question 2. Enfin, essayez de prouver la formule.

Indice : commencez par prouver que, pour tout réel x , $P(C > x) = \prod_{k=1}^N P(D_k > x)$.

Exercice 3 (Maintenance d'un parc de routeurs). Le centre de données d'une grande entreprise est équipé de 118 routeurs. Dans une journée, chaque routeur a une probabilité de 1% d'avoir un problème (matériel ou logiciel). Dans ce cas, le responsable informatique doit diagnostiquer et résoudre le problème.

1. On note P le nombre de routeurs dysfonctionnels un jour donné. Simulez 10 000 fois cette variable. Estimez ainsi sa distribution de probabilité, et représentez-la.
2. D'un point de vue théorique, quelle loi suit la variable P ? Déduisez-en l'expression théorique pour sa distribution de probabilité. Représentez-la dans la même figure qu'à la question précédente, et vérifiez que vous retrouvez le même résultat.