學號：B04902011 系級： 資工三 姓名：張立暐

請實做以下兩種不同feature的模型，回答第 (1) ~ (3) 題：

(1) 抽全部9小時內的污染源feature的一次項(加bias)

(2) 抽全部9小時內pm2.5的一次項當作feature(加bias)

備註 :

a. NR請皆設為0，其他的數值不要做任何更動

b. 所有 advanced 的 gradient descent 技術(如: adam, adagrad 等) 都是可以用的

1. (2%)記錄誤差值 (RMSE)(根據kaggle public+private分數)，討論兩種feature的影響

	全部污染源 feature 的一次項	全部 PM2.5 的一次項
RMSE	6.51025	6.60643

根據上表的結果看來，採用「全部污染源 feature 的一次項」這個模型比起採用「全部 PM2.5 的一次項」的模型有更低的 RMSE，也就是有更好的預測表現，其原因可能為僅採取 PM2.5 作為 feature 較不能更全面的了解環境因子對未來 PM2.5 走勢的影響，故採取全部污染源作為 feature 在此情形下對於預測來說才有更佳的表現。

2. (1%)將feature從抽前9小時改成抽前5小時，討論其變化

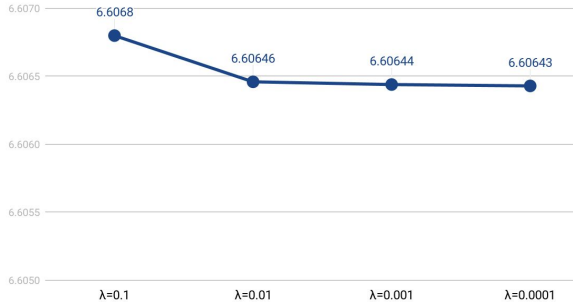
RMSE	全部污染源 feature 的一次項	全部 PM2.5 的一次項
抽前 9 小時	6.51025	6.60643
抽前 5 小時	6.61879	6.75858

由上表的結果來看，不論是以「全部污染源」或「僅 PM2.5」作為 feature，抽前 5 小時都較抽前 9 小時有稍差的表現，其原因可能為僅抽取前 5 小時的 feature 比起抽取前 9 小時較不能獲得更完整的連續走勢，進而影響預測的準確度。

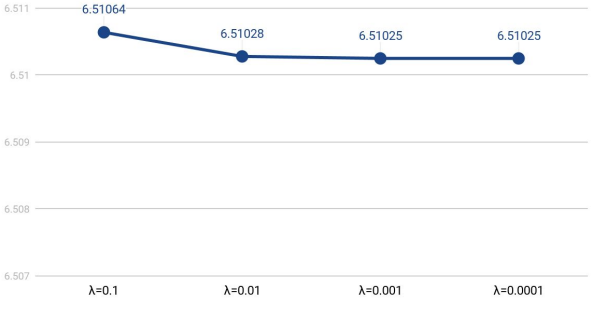
3. (1%)Regularization on all the weight with λ=0.1、0.01、0.001、0.0001，並作圖

RMSE	全部污染源 feature 的一次項	全部 PM2.5 的一次項
λ=0.1	6.51064	6.60680
λ=0.01	6.51028	6.60646
λ=0.001	6.51025	6.60644
λ=0.0001	6.51025	6.60643

全部PM2.5 (RMSE)



全部污染源 (RMSE)



* 註：第 1, 2, 3 小題所用來測試的 code 皆有使用 adagrad，且資料有進行過標準化。

4. (1%)在線性回歸問題中，假設有 N 筆訓練資料，每筆訓練資料的特徵 (feature) 為一向量 x^n，其標註(label)為一存量 y^n，模型參數為一向量w (此處忽略偏權值 b)，則線性回歸的損失函數(loss function)為 $\sum_{n=1}^{N}(y^n - x^n \cdot w)^2$ 。若將所有訓練資料的特徵值以矩陣 $X = [x^1\ x^2 \ldots x^N]^T$ 表示，所有訓練資料的標註以向量 $y = [y^1\ y^2 \ldots y^N]^T$表示，請問如何以 X 和 y 表示可以最小化損失函數的向量 w ？請寫下算式並選出正確答案。(其中X^TX為 invertible)

(a) $(X^TX)X^Ty$
(b) $(X^TX)^{-0}X^Ty$
(c) $(X^TX)^{-1}X^Ty$ ← answer
(d) $(X^TX)^{-2}X^Ty$

算式：

$$w = [w^1\ w^2 \ldots w^M]^T$$

$$\begin{aligned} Loss &= (y - X \cdot w)^T (y - X \cdot w) \\ &= (y^T - w^T X^T)(y - X \cdot w) \\ &= y^T y - y^T X w - w^T X^T y + w^T X^T X w \\ &= y^T y - 2 w^T X^T y + w^T X^T X w \end{aligned}$$

$$\frac{\partial Loss}{\partial w} = -2X^T y + 2X^T X w = 0$$

$$\Rightarrow X^T X w = X^T y$$

$$\Rightarrow w = (X^T X)^{-1} X^T y$$